

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Nikola Drpić

Diplomski rad

**OBLIKOVANJE FEMTOSEKUNDNIH
LASERSKIH PULSEVA U REZONANTNOM
MEDIJU**

Zagreb, 2006.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

SMJER: DIPL. INŽ. FIZIKE

Nikola Drpić

Diplomski rad

**OBLIKOVANJE FEMTOSEKUNDNIH
LASERSKIH PULSEVA U REZONANTNOM
MEDIJU**

Voditelj diplomskog rada: **prof. dr. sc. Goran Pichler**

Ocjena diplomskog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Zagreb, 2006.

Sadržaj

1	Uvod	2
2	Femtosekundni pulsevi	3
2.1	Pulsevi i njihovo stvaranje	3
2.2	Kompleksna reprezentacija električnog polja	5
2.3	Chirp	7
3	Pulsevi u dielektričnom mediju	10
3.1	Karakterizacija pulseva u dielektričnom sredstvu	10
3.2	Propagacija i oblikovanje pulseva	13
4	Koreliranje femtosekundnih pulseva	23
4.1	Intenzitetska korelacija	24
4.2	Interferencijska korelacija	26
4.3	Trajanje pulsa i njegova spektralna širina	28
5	Laserski sustav za stvaranje ultrakratkih pulseva	31
5.1	Diodni pumpni laser (<i>Millenia</i>)	31
5.2	Femtosekundni laserski oscilator (<i>Tsunami</i>)	33
6	Korelaciona mjerenja	37
6.1	Tehnike mjerenja korelacije	37
6.2	Izrada auto-korelatora	40
6.3	Izrada korelatora	42
7	Rezultati mjerenja	44
7.1	Rezultati mjerenja auto-korelacije	45
7.2	Rezultati mjerenja korelacije i 0π puls	54
8	Zaključak	58
A	Dodatak	60
	Literatura	61

1 Uvod

U sklopu ovog rada opisane su metode i eksperimentalni uređaji za korelacijska mjerenja. Područje fizike koje obuhvaća te metode je atomska fizika, preciznije rečeno, femtosekundna laserska spektroskopija, tehnika koja doživljava brz razvoj, a kao priznanje treba istaknuti i nedavno dodjeljenu Nobelovu nagradu, koju s R. Glauberom dijele J. Hall i T. Hänsch, čiji se nagrađeni rad upravo odnosi na femtosekundnu lasersku spektroskopiju. Koreliranje pulseva je središnji pojam ovog rada. Radi se o metodi, kojom se na osnovu interferencije dva kratka laserska pulsa dobiva profil korelacije, iz kojeg je moguće izvući karakteristike samog laserskog pulsa, kao i promjene koje doživljava prolaskom kroz rezonantni medij. Cilj je prije svega bio izraditi eksperimentalni uređaj i na samu izradu utrošena je većina vremena. U prvih nekoliko poglavlja predstavljene su osnove teorije i pojmovi vezani uz stvaranje femtosekundnih pulseva i njihova karakterizacija (poglavlje 2), te njihovo ponašanje uslijed propagacije rezonantnim medijem (poglavlje 3). Poglavlje 4 daje pregled teorijske osnove vezane uz pojam korelacije, auto-korelacije¹ i karakterizacije njihovih profila. Time završava teorijski dio i poglavljem 5, u kojem je opisan laserski sustav za stvaranje femtosekundnih pulseva, započinje opis eksperimentalnog dijela rada. Ideja koja je dovela do ovog rada je bila izrada uređaja za mjerenje korelacije. Izrada prvog, od dva sastavljena uređaja, je opisana u poglavlju 6.2. Radi se o auto-korelatoru. Njime su izmjerene interferencijske auto-korelacije (poglavlje 7.1). Računanjem poluširine izmjerenih auto-korelacija primjećeno je njihovo širenje, povećanjem koncentracije (temperature) rezonantnog medija, (konkretno rubidijevih para). Također, došlo je do manje očekivanog širenja pulseva i bez utjecaja rezonantnog medija, što je posljedica nestabilnosti samog sustava za stvaranje femtosekundnih pulseva. Drugi sastavljeni uređaj je korelator, opisan u poglavlju 6.3. Korelatorom su napravljena mjerenja (opisana u poglavlju 7.2), interferencijske korelacije. Pokazano je stvaranje 0π -pulsa, na rezonantnoj frekvenciji, propagacijom pulsa rezonantnim medijem (*Rb* parom).

¹U poglavlju 4 uvedena je terminologija kojom pojam *korelacija* označava korelaciju dva različita pulsa (*eng.*, cross-correlation), dok *auto-korelacija* označava korelaciju također dva, ovaj put identična pulsa.

2 Femtosekundni pulsevi

2.1 Pulsevi i njihovo stvaranje

Za stvaranje femtosekundnih pulseva korišten je laserski sustav opisan u poglavlju 5. U oscilatoru takvog sustava, od velikog broja različitih modova (tj. velik broj oscilacija različitih frekvencija) opstaju samo modovi koji zadovoljavaju uvjet da su longitudinalni kao i ograničenja koja proizlaze iz samog medija. *Longitudinalni modovi* označavaju oscilacije električnog polja unutar rezonantne šupljine oscilatora, koje zadovoljavaju uvjet stojnog vala:

$$\lambda = \frac{2 \cdot L}{m} , \quad (1)$$

odnosno:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{c \cdot m}{2 \cdot L} , \quad (2)$$

gdje je sa λ označena valna duljina, sa L duljina rezonantne šupljine, a m označava m -ti mod ($m \in \mathbb{Z}$). *Širina emisijskog spektra*² (slika 2) laserskog medija je sljedeći mehanizam koji ograničava broj modova koji sudjeluju u stvaranju pulsa. Naime, kako je prikazano na slici (2), opstaju samo neki modovi “ispod” emisijske envelope. U rezonantnoj šupljini moguća su dva načina ponašanja longitudinalnih modova. Prvi je *kontinuirani režim*³ u kojem su modovi nezavisni i laser producira frekvencije modova nasumičnih faza. Drugi režim je *režim sinkroniziranih modova*, pri čemu nastaju pulsevi. Puls nastaje interferencijom onih longitudinalnih modova koji imaju konstantan međusobni fazni odnos. Kontrola tog faznog odnosa postiže se *sinkronizacijom modova*⁴. Primjenom sinkronizacije modova, s obzirom na međusobnu razliku faze longitudinalnih modova, u nekoj fiksnoj točki unutar rezonantne šupljine oni konstruktivno interferiraju, dok u drugoj fiksnoj točki destruktivno interferiraju. Posljedica takvog rada je stvaranje pulsa (slika 3) koji oscilira unutar šupljine. Oblik pulsa jako ovisi o broju modova koji bivaju sinkronizirani (slika 1). Ukoliko je električno polje m -tog moda prikazano izrazom:

$$E_m(t) = E_{m0}(e^{i\omega_m t} + e^{-i\omega_m t}) , \quad (3)$$

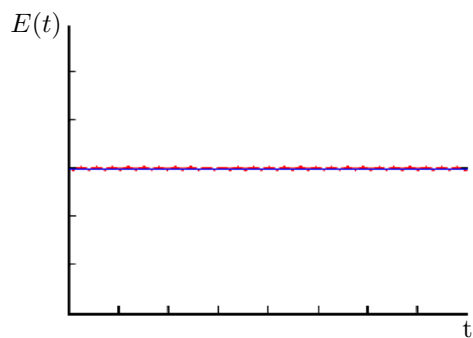
gdje ω_m je frekvencija moda koja zadovoljava (2), tada je električno polje dobiveno zbrajanjem svih modova dano sa:

$$E(t) = \sum_m E_m(t) \quad (4)$$

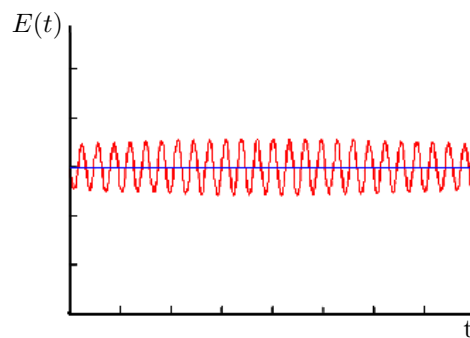
²Širina emisijskog spektra - *eng.*, Gain bandwidth

³Kontinuirani režim - *eng.*, Continuous wave, *skrać.* CW ili *eng.*, Free running

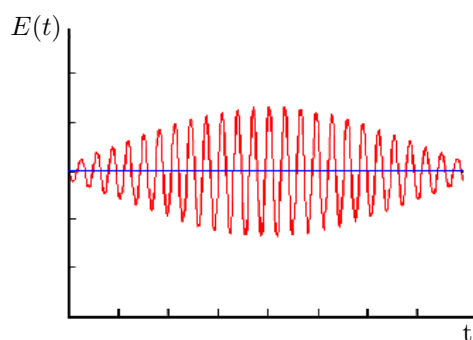
⁴Sinkronizacija modova - *eng.*, Modelocking



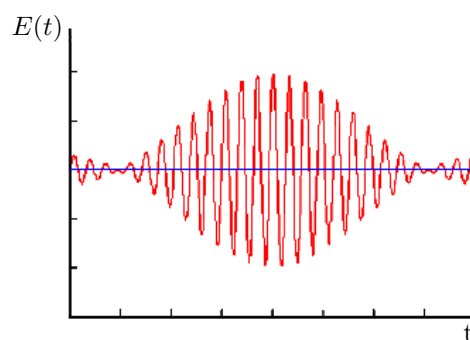
a) broj modova = 1



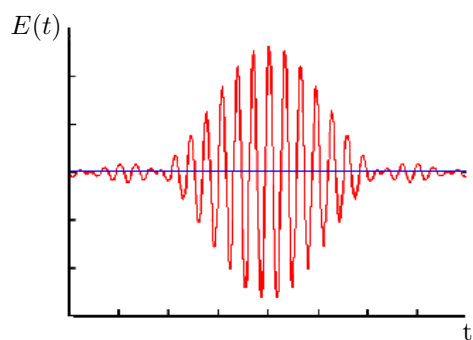
b) broj modova = 29



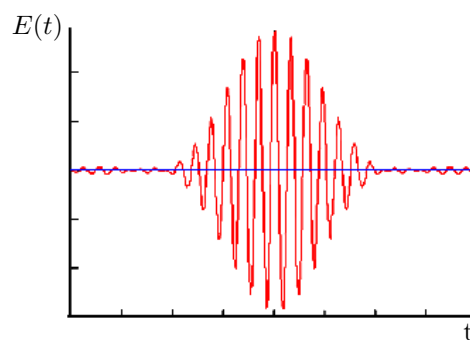
c) broj modova = 71



d) broj modova = 113

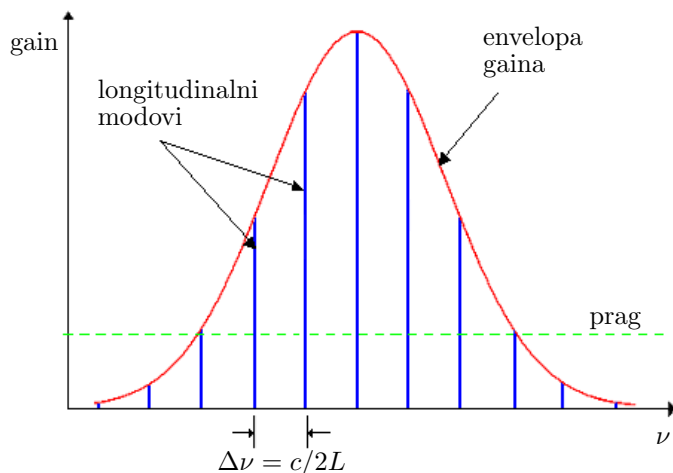


e) broj modova = 183



f) broj modova = 239

Slika 1: Stvaranje pulsa u rezonantnoj šupljini s povećanjem broja modova.



Slika 2: Amplituda i frekvencija longitudinalnih modova u laseru s fazno sinkroniziranim modovima.

Dobiveni puls putuje unutar rezonantne šupljine i na izlaznom zrcalu on izlazi iz oscilatora (izlazni laserski puls). Sljedeći puls izlazi nakon vremena koje je potrebno da puls pređe rezonantnu šupljinu u oba smjera ($2L$). Za laserski oscilator *Tsunami*, korišten u ovom radu, to odgovara vremenu od 12.5 ns , što pak odgovara frekvenciji pulsiranja 80 MHz . Amplituda i frekvencija longitudinalnih modova u laseru s fazno sinkroniziranim modovima prikazana je na slici (2). Tehnike sinkronizacije modova biti će opisane u poglavlju 5.2.

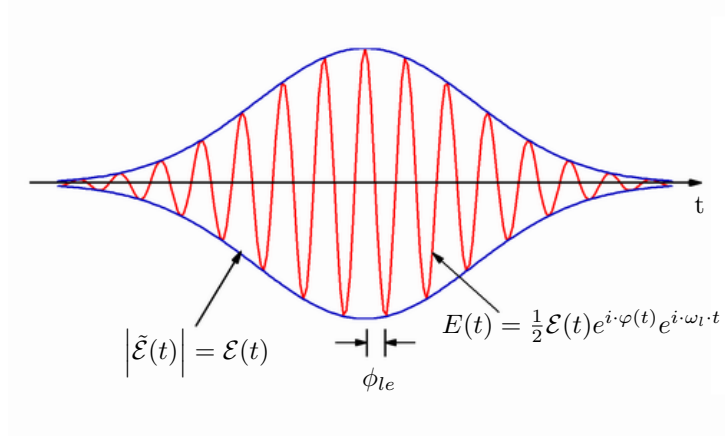
2.2 Kompleksna reprezentacija električnog polja

Mjerene veličine realne su vrijednosti, ali za jasniji matematički prikaz i rad s tim veličinama pogodniji je kompleksni oblik. Tako, neka je prva kompleksno prikazana veličina električno polje. Kompleksni Fourierov transformat električnog polja ($\mathcal{F}\{E(t)\}$) definira kompleksni spektar električnog polja ($\tilde{E}(\omega)$):

$$\tilde{E}(\omega) = \mathcal{F}\{E(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} E(t)e^{-i\omega t} dt = |\tilde{E}(\omega)| e^{i\Phi(\omega)}, \quad (5)$$

gdje je $|\tilde{E}(\omega)|$ spektralna envelope, a $\Phi(\omega)$ je spektralna faza. Jasno je kako inverzni Fourierov transformat daje izraz za električno polje $E(t)$ u vremenskoj domeni, koje je također moguće kompleksno prikazati:

$$\tilde{E}^+(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}^+(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (6)$$



Slika 3: Prikaz kratkog pulsa i envelope.

Jednako tako, uvjet primjenjen na prethodno napisan inverzni Fourierov transformat, primjenjen na Fourierov transformat daje:

$$\tilde{E}^+(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}^+(t) e^{-i\cdot\omega\cdot t} dt \quad (7)$$

Veza $\tilde{E}^+(t)$, $\tilde{E}^+(\omega)$ s realnim električnim poljem $E(t)$ je dana izrazima:

$$\begin{aligned} E(t) &= \tilde{E}^+(t) + \tilde{E}^-(t) \\ \tilde{E}(\omega) &= \tilde{E}^+(\omega) + \tilde{E}^-(\omega) \end{aligned} \quad (8)$$

Pritom se $\tilde{E}^+(t)$, $\tilde{E}^+(\omega)$ odnose na vrijednosti vezane uz pozitivne frekvencije, dok se $\tilde{E}^-(t)$, $\tilde{E}^-(\omega)$ odnose na vrijednosti vezane uz negativne frekvencije. Uzete su samo vrijednosti s indeksom “+”, jer $\tilde{E}^+(t)$ može biti protumačen kao kompleksni analitički korespondent realne funkcije $E(t)$. Za daljnja razmatranja, važno je uvesti envelope polja $\mathcal{E}(t)$ kao sporo promjenjivu funkciju (slika 3). To je moguće uz prikaz polja kao umnoška člana koji predstavlja envelope polja \mathcal{E} (tj. sporo oscilirajući član) i brzo oscilirajućeg (faznog) člana $\Phi(t) = \varphi(t) + \omega_l t$:

$$\begin{aligned} \tilde{E}^+(t) &= \frac{1}{2} \mathcal{E}(t) e^{i\Phi(t)} \\ &= \frac{1}{2} \mathcal{E}(t) e^{i\cdot\varphi(t)} e^{i\cdot\omega_l\cdot t} \end{aligned} \quad (9)$$

Uzimanjem kompleksnog prikaza envelope polja $\tilde{\mathcal{E}}$, ona će “obuhvatiti” dio brzo oscilirajućeg člana koji sadrži promjenu faze ($e^{i\cdot\varphi(t)}$) i time će envelopom

$\tilde{\mathcal{E}}$ biti opisane sve karakteristike promjene pulsa:

$$\tilde{E}^+(t) = \frac{1}{2} \tilde{\mathcal{E}}(t) e^{i\omega_l t} \quad (10)$$

Za većinu slučajeva, spektralna envelope je centrirana na frekvenciji vala nosioca⁵ ω_l i značajnog je iznosa tek unutar intervala $\Delta\omega$:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_l} \ll 1 \quad (11)$$

Analogni uvjet izražen kompleksnom envelopom polja $\tilde{\mathcal{E}}(t)$:

$$\left| \frac{d}{dt} \tilde{\mathcal{E}}(t) \right| \ll \omega_l \left| \tilde{\mathcal{E}}(t) \right| \quad (12)$$

Važna posljedica navedenog uvjeta je tek malena vremenska varijacija envelope polja $\mathcal{E}(t)$ (ili $\tilde{\mathcal{E}}(t)$), kao i malena varijacija faze $\varphi(t)$ unutar optičkog ciklusa⁶ $T = 2\pi/\omega_l$. Vrijednosti $\varphi(t)$ i ω_l koje čine fazni član u (9) odabrane su na način da $d\varphi(t)/dt$ bude što manjeg iznosa u sredini pulsa (poglavlje 2.3), a za vrijednost frekvencije vala nosioca ω_l uzima se iznos koji ona ima u vrhu⁷ pulsa, premda bi bilo pravilnije izraziti ω_l preko usrednjene frekvencije, (jer “ispod” envelope, frekvencija ustvari ne mora biti konstantnog iznosa, već može varirati u vremenu):

$$\omega_l = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \tilde{\mathcal{E}} \right|^2 \omega(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \tilde{\mathcal{E}} \right|^2 dt} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \tilde{E}^+(\omega) \right|^2 \omega d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \tilde{E}^+(\omega) \right|^2 d\omega} \quad (13)$$

Na slici (3), sa ϕ_{le} označena je *faza envelope polja*, koja je definirana kao fazni pomak između vrha envelope polja i najbližeg joj vrha vala nosioca. U disperzivnom mediju, razlika između grupe i fazne brzine dovesti će do promjene faze envelope polja uslijed propagacije pulsa medijem, o čemu će biti više rečeno u poglavlju 3.2.

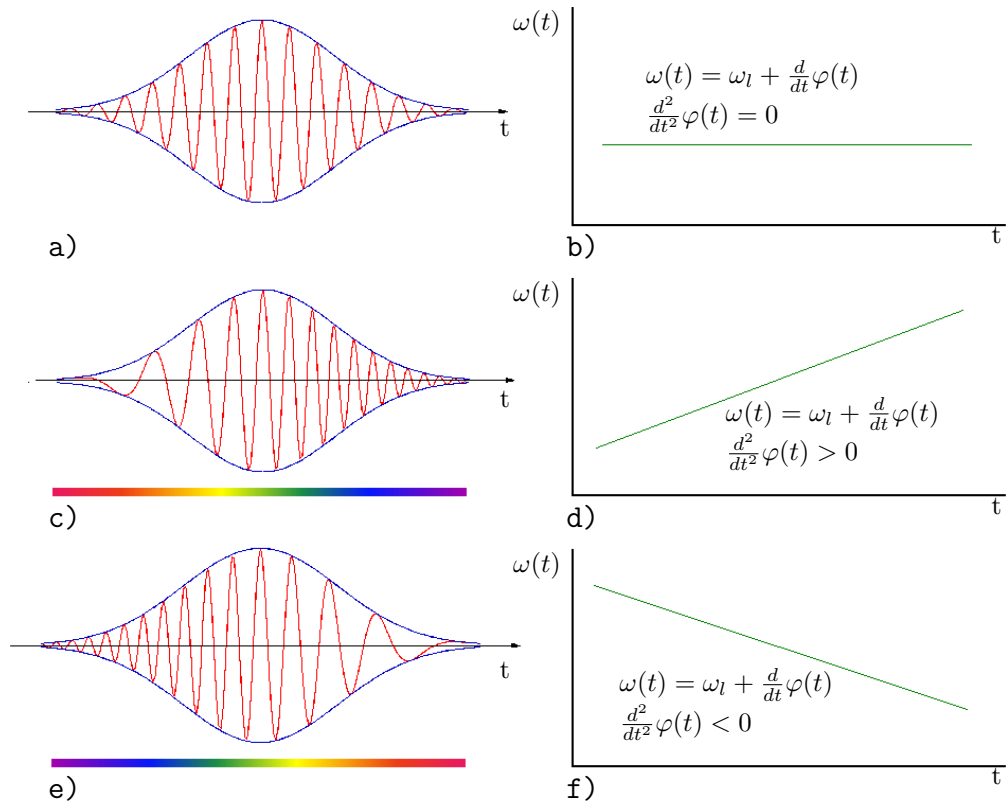
2.3 Chirp

Chirp označava frekventno moduliranje pulsa. Sam naziv chirp, što na engleskom znači cvrkut, daje slikovit prikaz, usporedbom frekventnog moduliranja u laserskom sistemu sa takvim frekventnim modulacijama ptičjeg pjeva

⁵Frekvencija vala nosioca - *eng.*, Carrier frequency

⁶Za vidljivi dio spektra je $T \approx 2 fs$

⁷Vrh pulsa - *eng.*, Peak



Slika 4: Prikaz chirpanih pulseva u ovisnosti o parametru chirpa $a = \frac{d^2}{dt^2}\varphi(t)$. a) b) puls bez chirpa, c) d) pozitivno chirpan puls, e) f) negativno chirpan puls.

koje pjev pretvaraju u cvrkut. Dakle puls je frekventno moduliran, odnosno chirpan ukoliko se frekvencija vala nosioca ω_l mijenja u vremenu, (slika 4). Kako bi bilo utvrđeno postojanje spomenute vremenske ovisnosti frekvencije vala nosioca (i njen utjecaj na profil pulsa), uzima se izraz (9), (kojim je opisan puls) i promatra vremenska derivacija faznog člana $\Phi(t) = \omega_l t + \varphi(t)$:

$$\omega(t) = \omega_l + \frac{d}{dt}\varphi(t) \quad (14)$$

Derivacija faznog člana nazvana je *trenutna frekvencija* $\omega(t)$, (to je brzina kojom faza $\Phi(t)$ putuje u vremenu). U slučaju konstantnog člana $d\varphi(t)/dt = b = konst \Rightarrow \varphi(t) = b \cdot t$, izraz (14) jednostavno daje korekciju frekvencije vala nosioca:

$$\omega = \omega_l + b \quad (15)$$

i izraz (10) je oblika:

$$\tilde{E}^+(t) = \frac{1}{2} \tilde{\mathcal{E}}(t) e^{i(\omega_l + b) \cdot t} \quad (16)$$

Veličina kojom je najčešće karakteriziran chirp je *parametar chirpa* a :

$$a = \frac{d^2}{dt^2} \varphi(t) \quad (17)$$

Kako je $d\varphi/dt = at \Rightarrow \varphi(t) = at^2$, fazni član izraza (9), izražen preko parametra chirpa a je:

$$\Phi(t) = \omega_l t + at^2 \quad (18)$$

i njegova derivacija daje trenutnu frekvenciju:

$$\omega(t) = \frac{d}{dt}(\omega_l t + at^2) = \omega_l + 2at \quad (19)$$

Dakle linearna vremenska ovisnost frekvencije (linearni chirp) prikazana izrazom (19) je kvadratna u fazi, što je vdljivo u izrazu (18). Promatranjem izraza (19), vidi se kako za $a \neq 0$, postoji vremenski ovisan drugi član ($d\varphi(t)/dt = f(t)$) i taj član predstavlja frekventnu modulaciju pulsa, odnosno chirp, (trenutna frekvencija (19) se linearno mijenja u vremenu). Za slučaj $a = d^2\varphi/dt^2 < 0$, frekvencija vala nosioca se smanjuje duž pulsa i puls je *negativno chirpan* (slika 4 e)f)). Suprotno tome, za $a = d^2\varphi/dt^2 > 0$ frekvencija vala nosioca se povećava duž pulsa i on je *pozitivno chirpan* (slika 4 c)d)). Chirp igra važnu ulogu u oblikovanju pulseva, o čemu će biti još nešto rečeno u poglavlju 4.3.

3 Pulsevi u dielektričnom mediju

3.1 Karakterizacija pulseva u dielektričnom sredstvu

Na početku ovog poglavlja posebno treba istaknuti J. C. Maxwella i njegov opis elektromagnetizma. Počevši od činjenice da naboji stvaraju električno polje, odnos gustoće naboja ρ i jačine polja uobličen je *Gaussovim zakonom*:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0 \quad (20)$$

To vrijedi za slobodne naboje, no u dielektričnom sredstvu, u kojemu vanjsko polje pomiče inače vezane naboje, dolazi do makroskopske *dielektrične polarizacije*⁸ \vec{P} . U mnogim materijalima polarizacija je linearno proporcionalna vanjskom električnom polju:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \cdot \chi \cdot \vec{E} \quad , \quad (21)$$

gdje je dielektrična susceptibilnost χ konstanta proporcionalnosti. *Dielektrični pomak* je dan izrazom:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (22)$$

$$= \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \quad , \quad (23)$$

gdje je definirana *dielektrična konstanta*:

$$\epsilon = [1 + \chi] \quad (24)$$

Dielektrična funkcija definirana je izrazom:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 [1 + \chi] \quad (25)$$

Vrijedi:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (26)$$

Prethodna jednadžba (26), za slučaj dielektričnog sredstva, je analogna jednadžbi (20) koja se odnosi na vakuum. Za razliku od električnog polja, magnetska indukcija \vec{B} , nije posljedica postojanja naboja.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (27)$$

⁸Polarizaciju \vec{P} je moguće rastaviti na linearni dio \vec{P}^L , (koji karakterizira odaziv sredstva kod efekata koji pripadaju “klasičnoj” optici, npr. difrakcija, disperzija, linearno pobuđenje, itd.) i nelinearni dio \vec{P}^{NL} , (odnosi se na nelinearnu optiku i procese kao što su npr. nelinearna apsorpcija, generacija viših harmonika, Rammanov efekt, itd.): $\vec{P} = \vec{P}^L + \vec{P}^{NL}$ Daljnja razmatranja odnose se na slučaj linearne polarizacije, te će \vec{P}^L biti označena s \vec{P} .

Uz uvođenje permeabilnosti vakuuma μ_0 , vrijedi odnos magnetske indukcije \vec{B} i magnetskog polja \vec{H} : $\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$. Slijedi da je:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (28)$$

Prema zakonu indukcije, magnetska indukcija u petlji inducira napon što oblikuje još jednu Maxwellovu jednadžbu:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \quad (29)$$

Stokesov zakon glasi:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}$$

Proširen na slučaj promjenjivog dielektričnog polja koje stvara struju pomaka ($\vec{j}_{dis} = \epsilon_0 (\partial/\partial t) \vec{E}$) i vremenski ovisnu polarizaciju koja stvara struju polarizacije ($\vec{j}_{pol} = (\partial/\partial t) \vec{P}$), (uz zapis sume te dvije struje: $\vec{j}_{dis} + \vec{j}_{pol} = (\partial/\partial t) \vec{D}$), Stokesov zakon je:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} \quad (30)$$

Maxwellova jednadžba za slučaj vakuuma, (analogna prethodnoj Maxwellovoj jednadžbi (30) koja opisuje slučaj dielektričnog sredstva) je:

$$c^2 \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{\epsilon_0} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} \quad (31)$$

Ovaj rad usmjeren je na područje optike, gdje je ponekad, pri razmatranju Maxwellovih jednadžbi, moguće pretpostaviti kako slobodni naboji i slobodne struje ne postoje [14]. Uz zamjenu dielektrične funkcije (25) kvadratom indeksa loma (41) (fenomenološki pristup), jednadžbe poprimaju oblik [14]:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot n^2 \vec{E} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{H} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{\partial n^2 \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (32)$$

Za opis gibanja nabijenog i polariziranog medija, pored Maxwellovih jednadžbi, potrebno je znati i izraz za *Lorentzovu silu*:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q \cdot \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (33)$$

	VAKUUM	DIEL. SREDSTVO
Električno polje je posljedica postojanja naboja	$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$
Magnetska indukcija nije posljedica postojanja naboja	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	
Zakon indukcije	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	
Struje su rotori magnetskog polja	$c^2 \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{\epsilon_0} \vec{j} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
Lorentzova sila	$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$	

Tablica 1: Sažetak: Maxwell-Lorentzove jednadžbe [14].

Kod opisa pulsa vrijedno je spomenuti još neke veličine. Prva od njih, (dobivena iz Poyntingovog teorema) je *trenutna snaga pulsa* u nedisperzivnom sredstvu:

$$\mathcal{P}(t) = \epsilon_0 c n \int_A \frac{1}{T} dS \int_{t-T/2}^{t+T/2} E^2(t') dt' \quad (34)$$

gdje je c brzina svjetlosti u vakuumu, n je indeks loma, ϵ_0 je dielektrična permitivnost, a integral $\int_A dS$ opisuje integraciju po presjeku snopa. Ovdje je važno spomenuti kako do danas izrađeni detektori (fotodiode, fotomultiplikatori, itd.) ne mogu direktno razlučiti envelopu femtosekundnih pulseva. Naime, njihovo vrijeme odaziva $\tau_R \geq 10^{-13}$ s je predugačko u odnosu na brze promjene envelope. U samom izrazu (34) vremensko usrednjenje je napravljeno preko jednog optičkog perioda T . Druga veličina je *energija pulsa*:

$$\mathcal{W}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}(t') dt \quad (35)$$

Granice integrala u (35) ustvari označavaju neko vrijeme “prije” i “poslije” pulsa. Važno je spomenuti i *intenzitet*:

$$\begin{aligned} I(t) &= \epsilon_0 c n \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} E^2(t') dt' \\ &= \frac{1}{2} \epsilon_0 c n \mathcal{E}^2(t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n \tilde{\mathcal{E}}(t) \cdot \tilde{\mathcal{E}}^*(t) \end{aligned} \quad (36)$$

3.2 Propagacija i oblikovanje pulseva

Propagacijom pulseva, može doći do promjene njihovih osnovnih karakteristika. Općenito, prolaskom elektromagnetskog vala medijem indeksa loma n , smanjuje se amplituda vala, što predstavlja *apsorpciju*. Također se mijenja i fazna brzina v_{ph} , definirana kao:

$$v_{ph} = \frac{c}{n} \quad (37)$$

i to od vrijednosti c za slučaj vakuuma do vrijednosti c/n za medij indeksa loma n i ta pojava predstavlja *disperziju*.

Potrebno je uvesti općeniti izraz za kompleksnu dielektričnu konstantu:

$$\tilde{\epsilon}(\omega) = \epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega) \quad (38)$$

Realni dio prethodnog izraza (38) opisuje disperziju, dok imaginarni dio predstavlja apsorpciju. Ukoliko se radi o propagaciji kroz prozirna sredstva ili je dužina propagacije vrlo kratka, moguće je zanemariti gubitke koji bi mijenjali oblik pulsa i zato u tom slučaju uzima se samo realni dio dielektrične konstante. Isto vrijedi i za dielektričnu susceptibilnost, čija je veza s dielektričnom funkcijom dana, u frekvencijskoj domeni:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 [1 + \chi(\omega)] \quad (39)$$

Uz klasični opis elektrona u atomu kao gušenih harmoničkih oscilatora⁹, kompleksna dielektrična konstanta je dana izrazom:

$$\tilde{\epsilon}(\omega) = 1 + \frac{e^2 \bar{N}}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma_D)} \quad (40)$$

gdje je e naboj elektrona, m masa elektrona, \bar{N} je broj oscilatora (dipola) po jedinici volumena, ω_0 rezonantna frekvencija, a γ_D konstanta gušenja. Veza kompleksne dielektrične konstante s kompleksnim indeksom loma i kompleksnom propagacijskom konstantom je dana izrazima:

$$\tilde{\epsilon}(\omega) = \tilde{n}^2(\omega) = [n'(\omega) + in''(\omega)]^2 \quad (41)$$

$$\tilde{\epsilon}(\omega) = \frac{c^2}{\omega^2} \cdot \tilde{k}^2(\omega) = \frac{c^2}{\omega^2} \cdot [k'(\omega) + ik''(\omega)]^2 \quad (42)$$

⁹Diferencijalna jednačina koja opisuje oscilacije tjerane vanjskom silom $e\vec{E}$ u z -smjeru ($\vec{E} = (0, 0, z) = \vec{E}_0 \exp(i\omega t)$) gušenih oscilatora naboja e , mase m i koeficijenta gušenja b je: $m\ddot{z} + b\dot{z} + Dz = eE_0 \exp(i\omega t)$. Pretpostavljeni oblik rješenja ($z = z_0 \exp(i\omega t)$), uz oznake za konstantu gušenja $\gamma_D = b/m$ i rezonantnu frekvenciju $\omega_0^2 = D/m$, amplituda je dana izrazom: $z_0 = eE_0 / [m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma_D)]$. [3]

Kako je indeks loma n , u plinovitim medijima pri niskom tlaku, otprilike jednak jedinici ($n \approx 1$), moguće je napraviti aproksimaciju: $n^2 - 1 = (n + 1)(n - 1) \approx 2(n - 1)$. Uz tu aproksimaciju i korištenjem izraza (40) i (41), lako je napisati često korišten aproksimativni izraz za indeks loma:

$$\tilde{n}(\omega) = 1 + \frac{e^2 \bar{N}}{2\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma_D)} \quad (43)$$

Ubacivanjem izraza (43) u izraz (41) dobivaju se izrazi koji opisuju frekvencijsku ovisnost indeksa loma, poznati kao *Kramers-Kronigove relacije*:

$$n'' = \frac{e^2 \bar{N}}{2\epsilon_0 m} \cdot \frac{\omega\gamma_D}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma_D^2} \quad \text{APSORPCIJA} \quad (44)$$

$$n' = 1 + \frac{e^2 \bar{N}}{2\epsilon_0 m} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma_D^2} \quad \text{DISPERZIJA} \quad (45)$$

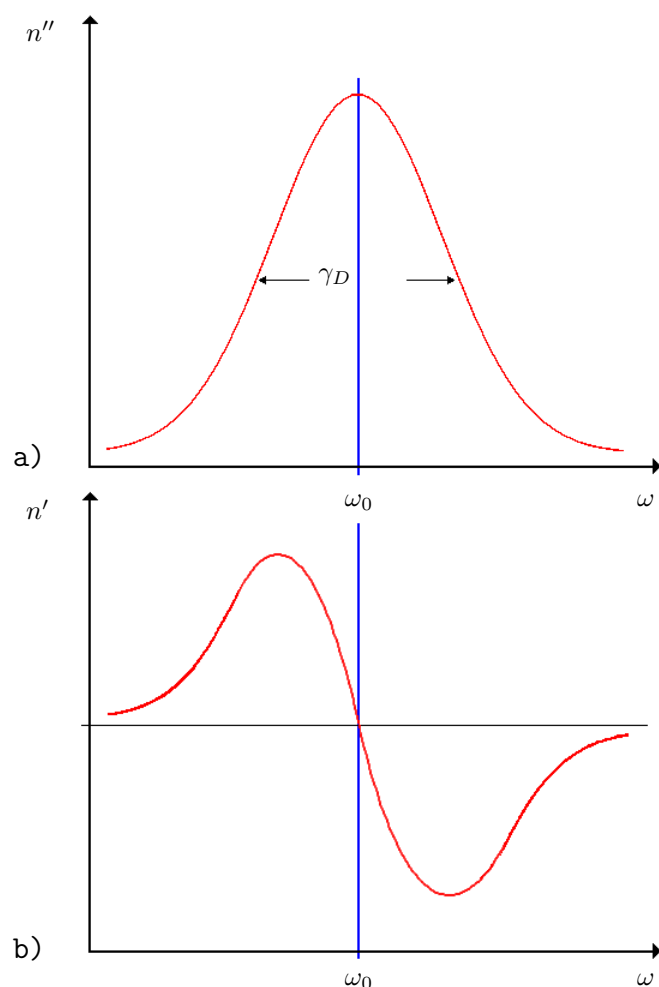
Slijedi da imaginarni i realni dijelovi kompleksne dielektrične konstante, odnosno kompleksnog indeksa loma, nisu međusobno neovisni, već su vezani Kramers-Kronigovim relacijama. U blizini rezonantne frekvencije ω_0 , tj. za $|\omega_0 - \omega| \ll \omega_0$, prethodne dvije disperzijske relacije (44) i (45), reducirane su na:

$$n'' = \frac{e^2 \bar{N}}{8\epsilon_0 m \omega_0} \cdot \frac{\gamma_D}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma_D/2)^2} \quad (46)$$

$$n' = 1 + \frac{e^2 \bar{N}}{4\epsilon_0 m \omega_0} \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma_D/2)^2} \quad (47)$$

Na slici (5) prikazana je frekvencijska ovisnost indeksa loma, odnosno njegovog imaginarnog n'' i realnog n' dijela, u blizini rezonantne frekvencije ω_0 . Puls, koji ima neku spektralnu širinu, ima različite vrijednosti indeksa loma za različite valne duljine λ koje obuhvaća, a kako je fazna brzina $v_{ph} = c/n$, komponente pulsa gibaju se različitim brzinama što uzrokuje sužavanje ili širenje pulsa u vremenskoj domeni. Već je na početku ovog poglavlja spomenuto kako imaginarni i realni dio kompleksne dielektrične konstante, (koja je proporcionalna kvadratu kompleksnog indeksa loma), ima značenje apsorpcije i disperzije. To je lako uočiti ako za primjer bude uzet elektro-magnetski val $E = E_0 \exp[i(\omega t - kz)]$, koji u z -smjeru prolazi kroz medij indeksa loma n . Taj val će, u takvom mediju, imati istu frekvenciju kao i u vakuumu ($\omega_0 = \omega_n$), no valni vektor bit će različit od onog u vakuumu ($k_n = k_0 \cdot n$). Ukoliko izraz (42) bude napisan pomoću valnih vektora i kao takav ubačen u izraz koji opisuju elektro-magnetski val, slijedi:

$$\begin{aligned} E &= E_0 \cdot e^{(-k_0 n'' z)} \cdot e^{[i(\omega t - k_0 n' z)]} \\ &= E_0 \cdot e^{(-2\pi n'' z/\lambda)} \cdot e^{[ik_0(ct - n' z)]} \end{aligned} \quad (48)$$



Slika 5: a) Apsorpcijska (n'') i b) disperzijska (n') krivulja u blizini atomskog prijelaza rezonantne frekvencije ω_0

Iz prethodnog izraza (48) se vidi kako prolaskom udaljenosti $\Delta z = \lambda_0/2\pi n''$, amplituda $E_0 \cdot \exp(-k_0 n'' z)$ se u odnosu na onu u $z = 0$, smanjila za faktor $1/e$, dakle imaginarni dio kompleksnog indeksa loma n'' opisuje apsorpciju. Realni dio kompleksnog indeksa loma n' predstavlja disperziju, što se vidi iz frekventne ovisnosti fazne brzine $v_{ph} = c/n'(\omega)$. Za opis apsorpcije, umjesto smanjenja amplitude, češće se opisuje promjena intenziteta:

$$dI = -\eta \cdot I \cdot dz \quad (49)$$

Pritom je uveden *koeficijent apsorpcije* η kao omjer dI/I apsorbiran unutar udaljenosti dz . Za konstantan η , izraz (49) daje Beerov-Lambertov zakon za linearnu apsorpciju. Koeficijent apsorpcije η proporcionalan je imaginarnom

dijelu kompleksnog indeksa loma n'' .

Samu propagaciju pulseva u mediju opisuje valna jednađba dobivena iz Maxwellovih jednađbi, uz korištenje vektorske jednakosti $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E}$ i uz $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} , \quad (50)$$

odnosno:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{E}(x, y, z, t) = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(x, y, z, t)}{\partial t^2} , \quad (51)$$

gdje μ_0 predstavlja magnetsku permeabilnost (u vakuumu), a \vec{P} je polarizacija, stoga član sa \vec{P} opisuje utjecaj sredstva na polje, te odaziv samog sredstva. Već je bilo spomenuto kako je polarizacija linearno proporcionalna električnom polju, uz dielektričnu susceptibilnost kao konstantu proporcionalnosti (21). Korištenjem kompleksne reprezentacije, polarizacija izražena u frekvencijskoj domeni, (uz napomenu kako će daljnja rasprava biti ograničena na slučaj linearno polariziranog električnog polja koje propagira kao ravni val u z -smjeru) je oblika:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \cdot \chi(\omega) \cdot \vec{E}(z, \omega) \quad (52)$$

Prethodni izraz ekvivalentan je konvolucijskom integralu u vremenskoj domeni:

$$\vec{P}(t, z) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi(t') \cdot \vec{E}(z, t - t') dt' \quad (53)$$

u kojem dielektrična susceptibilnost u vremenskoj domeni $\chi(t)$ opisuje konačno vrijeme odaziva sredstva, za razliku od frekvencijske domene u kojoj ima značenje neke konačne disperzije (različite od nule). Valna jednađba u reduciranom obliku je:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{E}(z, t) = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(z, t)}{\partial t^2} \quad (54)$$

Uz vezu dielektrične konstante u frekvencijskoj domeni i dielektrične susceptibilnosti dane izrazom (39), Fourierov transformat valne jednađbe (54) je oblika:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega) \right] \tilde{E}(z, \omega) = 0 \quad (55)$$

Općenito rješenje valne jednadžbe (55):

$$\tilde{E}(\omega, z) = \tilde{E}(\omega, 0)e^{-ik(\omega)z} \quad (56)$$

Propagacijska konstanta $k(\omega)$ je određena disperzijskom relacijom:

$$k^2(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2}n^2(\omega) \quad (57)$$

Razvojem $k(\omega)$ oko frekvencije vala nosioca ω_l , izraz (56) moguće je napisati kao:

$$\tilde{E}(\omega, z) = \tilde{E}(\omega, 0)e^{-ik_l z} e^{-i\delta k z} \quad , \quad (58)$$

gdje je $k_l^2 = \omega_l^2 \cdot \epsilon(\omega_l)/c^2 = \omega_l^2 \cdot n^2(\omega_l)/c^2$ i spektralna amplituda je za većinu slučajeva centrirana upravo oko k_l . Sada je potrebno prisjetiti se opisa sporo oscilirajuće envelope i pratećih uvjeta ((9), (11), (12)), te analogni princip provesti radi prikaza pulsne envelope, kao slabo promjenjive tijekom propagacije pulsa duž neke udaljenosti, koja će uz uvjet:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz}\tilde{\mathcal{E}}(\omega, z) &\ll k_l \tilde{\mathcal{E}}(\omega, z) \\ \frac{\Delta k}{k_l} &\ll 1 \end{aligned} \quad (59)$$

biti iznosa usporedivog sa $\lambda_l = 2\pi/k_l$. Definicija prostorno slabo varirajuće amplitude je:

$$\tilde{\mathcal{E}}(\omega, z) = \tilde{E}(\omega, 0) \cdot e^{-i\delta k z} \quad (60)$$

Fourierov transformat izraza (56) omogućava prijelaz u vremensku domenu:

$$\tilde{E}(t, z) = \frac{1}{2}\tilde{\mathcal{E}}(t, z) \cdot e^{i(\omega_l t - k_l z)} \quad , \quad (61)$$

gdje je $\tilde{\mathcal{E}}(t, z)$ prostorno i vremenski slabo varirajuća envelope.

Disperzija grupne brzine

*Disperzija grupne brzine*¹⁰ (GVD) definirana je kao frekventno ovisna promjena brzine svjetlosti, prolaskom kroz medij. Posljedica frekventne ovisnosti je vremensko, (a time i prostorno) širenje pulsa. Prema Heisenbergovom principu neodređenosti, veća određenost pulsa u vremenu znači veću neodređenost širine frekventnog pojasa. Ukoliko je sa Δt_p označeno trajanje pulsa, a sa $\Delta\nu$ njegova spektralna širina, tada Heisenbergov princip ima oblik:

$$\Delta t_p \cdot \Delta\nu \geq 1 \quad (62)$$

¹⁰Disperzija grupne brzine - *eng.*, Group Velocity Dispersion, *skrać.*, GVD

Umnožak $\Delta t_p \cdot \Delta \nu$ biti će, za npr. pravokutni oblik signala, jednak 1, no češće se koristi Gaussov oblik za koji je dani umnožak jednak 0.441 ili sekans hiperbolni za koji je jednak 0.315 (tablica 2).

Uz faznu brzinu, sada definiranu kao:

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} , \quad (63)$$

indeks loma, koji je funkcija valne duljine, je dan izrazom:

$$n = \frac{c}{v_{ph}} = c \cdot \frac{k}{\omega} \quad (64)$$

Grupna brzina je brzina propagacije pulsa i definirana je kao:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk} (v_{ph} \cdot k) = v_{ph} + k \cdot \frac{dv_{ph}}{dk} \quad (65)$$

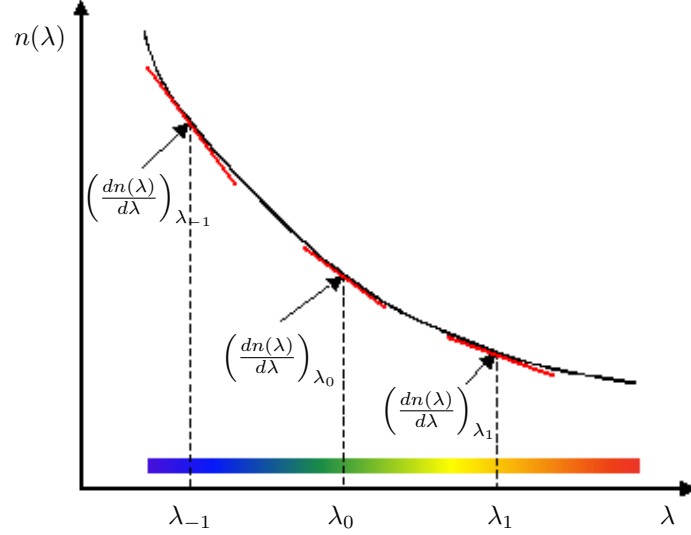
Ubacivanjem (63) i (64) u (65) dobivena je ovisnost grupne brzine o indeksu loma, odnosno o valnoj duljini:

$$\begin{aligned} v_g &= v_{ph} - \lambda \cdot \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{c}{n(\lambda)} \right) \\ &= \frac{c}{n(\lambda) - \lambda \frac{dn}{d\lambda}} \end{aligned} \quad (66)$$

Grupno kašnjenje je dano izrazom:

$$\begin{aligned} T_g &= \frac{L}{c} \left[v_{ph} - \lambda \cdot \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{c}{n(\lambda)} \right) \right] \\ &= \frac{L}{c} \left[n(\lambda) - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right] , \end{aligned} \quad (67)$$

gdje je sa L označena duljina medija. Na slici (6) prikazan primjer ovisnosti indeksa loma o valnoj duljini $n(\lambda)$ [11]. Za danu valnu duljinu, indeks loma određuje faznu brzinu v_{ph} . Nagib krivulje ($dn(\lambda)/d\lambda$) određuje grupnu brzinu v_g , odnosno brzinu kratkog pulsa s centrom na valnoj duljini λ . Druga derivacija krivulje na slici (6), ($d^2n(\lambda)/d\lambda^2$), određuje GVD koji predstavlja dakle brzinu promjene grupne brzine (v_g) kao funkcije valne duljine. To znači da GVD mijenja vremenski oblik pulsa. Posljedica je da različite valne duljine unutar pulsa prolaze kroz medij različitim brzinama, što znači da u vremenskoj skali puls mijenja širinu, (ovisno o chirpu originalnog pulsa). U slučaju pozitivnog GVD-a puls je pozitivnog chirpa (slika 4c) i niske frekvencije (crveno područje) u pulsu putuju brže od visokih frekvencija (plavo područje), drugim riječima niske frekvencije, za pozitivni GVD, predvode puls u njegovoj propagaciji. Kod negativnog GVD-a dolazi do negativnog chirpa (slika 4e) dešava se suprotno, odnosno visoke frekvencije predvode puls.



Slika 6: *Primjer ovisnosti indeksa loma o valnoj duljini* [11].

Samofazno moduliranje

*Samofazno moduliranje*¹¹ (SPM) je posljedica interakcije pulsa velikog intenziteta i nelinearnog medija, pri čemu se mijenja vremenski profil pulsa. Indeks loma (n_2) je funkcija intenziteta:

$$n(\omega, I) = n_0(\omega) + n_2 \cdot I(t) \quad , \quad (68)$$

gdje je sa n_0 označen linearni indeks loma, a sa I trenutni intenzitet pulsa. Ako je sa z označena duljina u smjeru propagacije, vremenski ovisna faza ima oblik:

$$\Phi(t) = \omega_0 \cdot t - k \cdot z \quad (69)$$

odnosno za medij duljine L , ukupnog indeksa loma n danog izrazom (68) faza je dana izrazom:

$$\Phi(t) = \omega_0 \cdot t - \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{\lambda} L \quad (70)$$

Derivacija faze daje trenutnu frekvenciju (poglavlje 2.3):

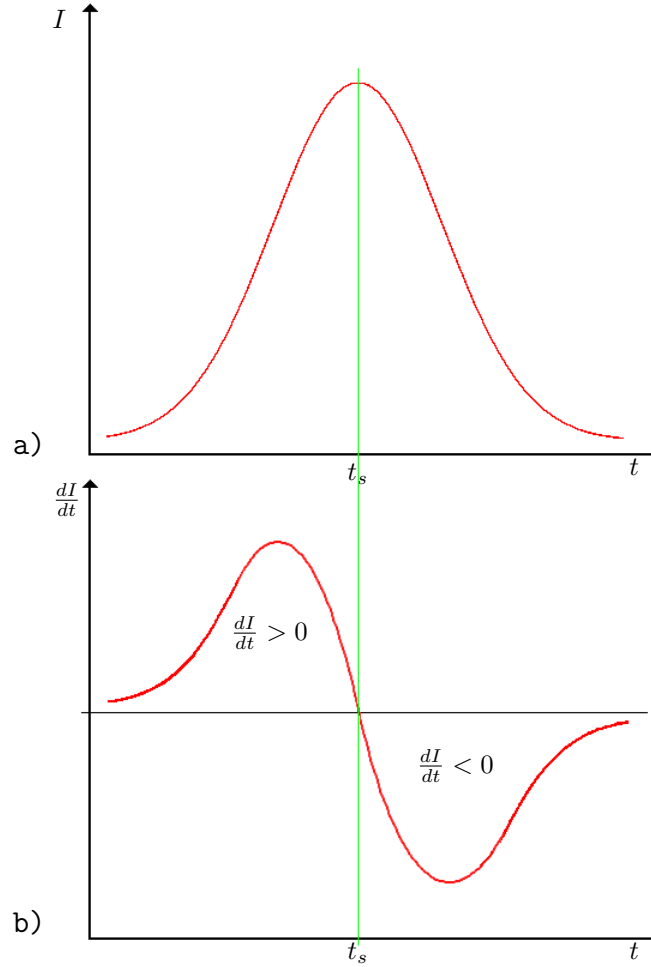
$$\omega(t) = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \omega_0 - \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\lambda} \cdot \frac{dn}{dt} \quad , \quad (71)$$

¹¹Samofazno moduliranje - *eng.*, Self Phase Modulation, *skrać.*, SPM

odnosno:

$$\omega(t) = \frac{\partial\Phi}{\partial t} = \omega_0 - \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2 \cdot L}{\lambda} \cdot \frac{dI(t)}{dt} \quad (72)$$

U procesu SPM-a, posljedica vremenski ovisnog indeksa loma je vremen-



Slika 7: Ponašanje trenutne frekvencije $\omega(t) = \frac{\partial\Phi}{\partial t} = \omega_0 - \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2 \cdot L}{\lambda} \cdot \frac{dI(t)}{dt}$ uslijed samofaznog moduliranja (SPM).

ski ovisna modulacija pulsa. Na slici (7a)) prikazan je, (preko intenziteta), puls u vremenskoj domeni. Slikom (7b)), prikazana je vremenska promjena prethodno spomenutog pulsa (opisanog zelenom krivuljom), odnosno prikazana je derivacija $dI(t)/dt$. Područje pulsa lijevo od t_s je dio pulsa koji predvodi propagaciju, odnosno prednji dio pulsa, a područje pulsa desno od točke t_s je stražnji dio pulsa. Na slici se jasno vidi kako je za prednji dio pulsa $dI/dt > 0$, dok za stražnji dio pulsa vrijedi $dI/dt < 0$. Iz izraza (71) i (72),

(a prikazano je i na slici (7)) slijedi da se, zbog $dI/dt > 0$, što vrijedi za prednji dio pulsa, indeks loma u tom dijelu povećava, čime se frekvencija smanjuje. Takvo ponašanje naziva se *crveni pomak*¹². Suprotno tome, u stražnjem djelu pulsa vrijedi $dI/dt < 0$, stoga se indeks loma u tom dijelu smanjuje, a frekvencija se povećava i radi se o *plavom pomaku*¹³. Taj pomak prema crvenom i plavom području dovodi do spektralnog širenja pulsa [11] i ta pojava naziva se *frekvencijski chirp*, (puls je pozitivno chirpan).

Površina pulsa

U ovom radu primjećena je pojava raspadanje pulsa (poglavlje 7.2). Za pojašnjenje tog fenomena potrebno je uvesti na još jedan važan pojam iz područja koherentne optike. Radi se o *površini pulsa* θ , za rezonantno pobuđenje ($\Delta\omega = 0$), kojom je potpuno opisano atomsko pobuđenje uslijed prolaska pulsa medijem. Definirana je kao ukupni kut za koji se vektor pseudopolarizacije zakrene u (v, w) ravnini i poznata pod imenom *McCall-Hahnov teorem površine* [1], [2]:

$$\theta_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \kappa \mathcal{E} dt \quad , \quad (73)$$

gdje $\kappa \mathcal{E}$, (uz $\kappa = p/\hbar$) predstavlja *Rabijevu frekvenciju*. Ukoliko se trajanje pulsa povećava njegovom propagacijom kroz apsorbirajući medij, iz izraza (73) koji zadaje ovisnost amplitude električnog polja i površine pulsa, slijedi da je moguće površinu držati konstantnom ili ju čak povećavati, uz istovremeno smanjenje energije. U izrazu za površinu pulsa (73), umjesto intenziteta pulsa nalazi se integral amplitude električnog polja stoga su za kraće pulseve potrebne veće gustoće energije za postizanje iste površine. Rezultat takvog ponašanja je da u eksperimentima sa jednofotonskim koherentnim rezonantnim interakcijama femtosekundnim pulsevima su potrebni intenziteti kod kojih je potrebno uzeti u obzir više redove nelinearnih optičkih efekata. Kad je pulsno pobuđenje dovoljno jako, za iznos kuta $\theta_0 = \pi$ odnosno π -puls, atomi će biti u pobuđenom stanju i moguće je ostvariti potpunu inverziju sustava s dva nivoa, čime on ostaje u čistom stanju (bez makroskopske polarizacije). $\pi/2$ -puls će atome staviti u koherentnu superpoziciju osnovnog i pobuđenih stanja, dok 2π -puls stavlja atome u pobuđeno stanje, a onda ih vraća u osnovno stanje. Posebno je interesantan 0π -puls, koji je moguće opisati kao puls sastavljen od dva protufazna pulsa površine π . Time će njegova ukupna površina i dalje biti $\theta_0 = 0$, no energija mu je jednaka zbroju energija dva π -pulsa. Početni dio takvog pulsa pobuđuje atome, dok

¹²Crveni pomak - *eng.*, Red shift

¹³Plavi pomak - *eng.*, Blue shift

ih drugi dio pulsa, uslijed fazne promjene, (iznosa π) električne amplitude, vraća u osnovno stanje. Jaki 0π -pulsevi stvaraju se elektro-optičkom promjenom faze električne amplitude za iznos π . Slabi 0π -puls dobiva se oblikovanjem postignutim prolaskom slabog pulsa kroz rezonantne pare. Kod njihovog teorijskog opisa moguće je reducirati Blochove jednadžbe na slučaj harmoničkog oscilatora i primjeniti opis slučaja linearne disperzije. Time će biti uklonjen utjecaj variranja intenziteta duž profila laserskog snopa. Tako će prva oscilacija amplitude polja pobuditi atome, druga ih vratiti u osnovno stanje, treća ih opet pobuditi, itd.. Takva pobuđenja i relaksacije vode na jednostavan eksponencijalni pad površine pulsa njegovom propagacijom kroz paru. Dakle, uz te aproksimacije, površina je opisana sa [4]:

$$\frac{d\theta_0}{dz} = -\frac{\alpha_0}{2} \sin \theta_0 \quad (74)$$

Sa α_0 je označen linearni koeficijent apsorpcije za nehomogeno proširen medij u rezonanciji. Iz izraza (74) slijedi kako za svaku vrijednost površine θ_0 koja je višekratnik od π , površina je očuvana, stoga i $\theta_0 = 0$ puls putuje kroz rezonantni medij bez gubitka površine.

4 Koreliranje femtosekundnih pulseva

Korištenje femtosekundnih pulseva dovelo je do novih problema mjerenja. Naime, razlučivanje femtosekundne skale je prezahtjevan problem za današnje elektroničke uređaje, tako npr. direktan spoj fotodiode i osciloskopa ne može razlučiti takve pulseve. Korištenje interferometrije, odnosno koreliranje pulseva nudi rješenje. U narednom dijelu bit će opisane metode kojima je moguće procijeniti trajanje pulsa, amplitudu i fazu. Važno je spomenuti kako faza i amplituda vala mogu biti izmjerene samo njegovom interferencijom s drugim valom. Interferencija je određena faznim odnosima parcijalnih valova i tu dolazi do izražaja koncept koherencije koja opisuje sposobnost valova da interferiraju. Duljina koherencije je pojam koji opisuje udaljenost duž koje postoji fiksna fazna relacija između dva (ili više) parcijalna vala. Analogno tome, vrijeme koherencije opisuje vremenski period tijekom kojeg postoji, već spomenuta fiksna fazna relacija. Kod računanja raspodjele intenziteta koji proizlazi iz superpozicije npr., dva koherentna parcijalna vala $E_1(\vec{r}, t)$ i $E_2(\vec{r}, t)$, uzima se zbroj kvadrata parcijalnih amplituda:

$$\begin{aligned} I_{koh}(\vec{r}, t) &= \frac{c\epsilon_0}{2} |E_1(\vec{r}, t) + E_2(\vec{r}, t)|^2 \\ &= I_1(\vec{r}, t) + I_2(\vec{r}, t) + c\epsilon_0 \cdot \Re \{E_1(\vec{r}, t) \cdot E_2^*(\vec{r}, t)\} \quad , \quad (75) \end{aligned}$$

dok u slučaju nekoherentnih valova zbrajaju se kvadrati amplituda parcijalnih valova:

$$\begin{aligned} I_{nekoherentnih}(\vec{r}, t) &= \frac{c\epsilon_0}{2} [|E_1(\vec{r}, t)|^2 + |E_2(\vec{r}, t)|^2] \\ &= I_1(\vec{r}, t) + I_2(\vec{r}, t) \end{aligned}$$

Intenzitet I_{koh} moguće je opaziti ukoliko, za vrijeme mjerenja, postoji fiksna korelacija parcijalnih valova E_1 i E_2 . Koncept korelacije koristi se pri opisu relativne vremenske evolucije faze superponiranih polja. Općenita kompleksna korelacijska (ili koherencijska) funkcija je oblika:

$$\begin{aligned} \Gamma_{12}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) &= \langle E_1(\vec{r}_1, t + \tau) \cdot E_2^*(\vec{r}_2, t) \rangle \\ &= \frac{1}{T_D} \int_{t-T_D/2}^{t+T_D/2} E_1(\vec{r}_1, t' + \tau) \cdot E_2^*(\vec{r}_2, t') dt' \quad (76) \end{aligned}$$

Sa T_D je označeno konačno integracijsko vrijeme detektora, preko kojeg je rađeno i usrednjenje. Promatranjem prethodnog izraza (76), moguće je zaključiti kako izraz (75) predstavlja korelacijsku funkciju prvog reda. $\Gamma_{12}(\vec{r}, t)$ tu opisuje sposobnost da dva parcijalna vala oblikuju interferencijske pruge.

Ovdje će biti promatrane vremenski konstantne korelacije i time, nakon vremenskog usrednjenja, ostaje samo *kašnjenje*. Korelacijska funkcija (76) za slučaj promatranja jedne točke $\vec{r} = \vec{r}_1 = \vec{r}_2$:

$$\begin{aligned}\Gamma_{12}(\vec{r}, t) &= \frac{c\epsilon_0}{2} \langle E_1(\vec{r}, t + \tau) \cdot E_2^*(\vec{r}, t) \rangle \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E_1(\vec{r}, t + \tau) \cdot E_2^*(\vec{r}, t) dt\end{aligned}\quad (77)$$

Za veliko *kašnjenje* nestaje fazna relacija između E_1 i E_2 , stoga je, statistički gledano, svojstvo korelacijske funkcije da fluktuiira oko 0 i u prosjeku iščezava:

$$\Gamma_{12}(\vec{r}, \tau \rightarrow \infty) \rightarrow 0$$

Za kvantitativnu mjeru opaženog interferencijskog kontrasta, upotrebljava se normalizirana korelacijska funkcija $\gamma_{12}(\vec{r}, \tau)$, koja poprima vrijednosti u intervalu $0 \leq \gamma_{12}(\vec{r}, \tau) \leq 1$:

$$\gamma_{12}(\vec{r}, \tau) = \frac{c\epsilon_0}{2} \cdot \frac{\langle E_1(\vec{r}, \tau) \cdot E_2^*(\vec{r}, 0) \rangle}{\sqrt{\langle I_1(\vec{r}) \rangle \langle I_2(\vec{r}) \rangle}}$$

U narednim poglavljima bit će pobliže opisane intenzitetska i interferencijska korelacija. Opis primjenjenih tehnika mjerenja dan je u poglavlju 6.1. Također pojmom *korelacija* bit će označena korelacija dva različita pulsa (*eng.*, cross-correlation), dok *auto-korelacija* označava korelaciju dva identična pulsa (*eng.*, auto-correlation).

4.1 Intenzitetska korelacija

Cilj primjene ovakve tehnike je određivanje vremenskog profila $I_{proba}(t)$ optičkog signala. Uz eksperimentalno poznat intenzitetski profil referentnog pulsa $I_{ref}(t)$, intenzitetsku auto-korelaciju prikladno je izraziti kao:

$$A_c(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{proba}(t) I_{ref}(t - \tau) dt \quad (78)$$

Definiranjem Fourierovih transformata intenzitetskog profila referentnog pulsa i probnog pulsa :

$$\mathcal{I}_{ref}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{ref}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (79)$$

$$\mathcal{I}_{proba}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{proba}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (80)$$

moгуće je napisati Fourierov transformat korelacije (78):

$$A_c(\omega) = \mathcal{I}_{ref}(\omega)\mathcal{I}_{proba}^*(\omega) \quad (81)$$

Dakle, mjerene vrijednosti daju korelaciju (78) i profil referentnog pulsa $I_{ref}(t)$, a iz njih je lako dobiti Fourierove transformate $A_c(\omega)$ i $\mathcal{I}_{ref}(\omega)$. Uvrštavanjem u (81) i računanjem Fourierovog transformata kompleksno konjugiranog omjera $A_c(\omega)/\mathcal{I}_{ref}(\omega)$ dobiva se traženi profil signala $I_{proba}(t)$. Pri određivanju vremenskog profila $I_{proba}(t)$, referentni signal mora biti vremenski kraći od probnog pulsa, (odnosno potreban je spektralno širi referentni puls od probnog). U vremenskom prikazu, profil korelacije $A_c(\tau)$ identičan je profilu probnog signala $I_{proba}(t)$. Intenzitetska korelacija višeg reda definirana je kao:

$$A_n(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{proba}(t)I_{ref}^n(t - \tau)dt \quad (82)$$

Za $n > 1$, funkcija (82) ima jednaku simetriju kao i puls, stoga za funkciju $I(t)$, koja je bliska delta funkciji $\lim_{n \rightarrow \infty} I^n(t) \propto \delta(t)$ oblik korelacije $A_n(\tau)$ je dobra aproksimacija oblika pulsa $I(t)$. Korelacija višeg reda zahtijeva korištenje nelinearne optike, čime je metoda ograničena na femtosekundne sustave relativno velike snage. Metoda intenzitetske korelacije ograničena je time da ne nosi nikakvu faznu informaciju. Ukoliko nije moguće dobiti referentni puls puno kraći od probnog pulsa, metoda korelacije ne daje informaciju o obliku referentnog pulsa, stoga se koristi metodu nazvana “metoda auto-korelacije”. Najkraće rečeno, referentni signal je sam sebi referenca, te se radi o nekoj vrsti samouspoređivanja ($I_{proba}(t) = I_{ref}(t) = I(t)$). Intenzitetska auto-korelacija je dakle:

$$A_c(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(t - \tau)dt \quad (83)$$

Jasno je kako je Fourierov transformat auto-korelacije (83):

$$A_c(\omega) = \mathcal{I}(\omega)\mathcal{I}^*(\omega) , \quad (84)$$

koji je realna funkcija, budući da je korelacijska funkcija (78) simetrična. Budući da velik broj, što simetričnih, što antisimetričnih pulseva, imaju vrlo sličnu auto-korelaciju, sama auto-korelacija daje malo informacija o obliku pulsa, no još uvijek dovoljno da bude najčešće primjenjena tehnika određivanja oblika pulsa. Ukoliko je sa $A_{c,i}(\tau)$ označena auto-korelacija i -tog pulsa u pulsnom vlaku¹⁴, koji se sastoji od N pulseva tada je usrednjenje

¹⁴Pulsni Vlak - *eng.*, Pulse train

takvog ansambla dano izrazom:

$$\overline{A_c(\tau)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{c,i}(\tau) \quad , \quad (85)$$

to je ujedno i najčešće mjerena veličina, budući da u slučaju , npr. promjenjivog trajanja pulseva duž pulsnog vlaka, ta promjena će kroz izraz (85) biti uključena u statistiku pulsnog vlaka, dok se to neće primjetiti u statističkom razmatranju koje uključuje svojstava pojedinog pulsa.

4.2 Interferencijska korelacija

Korelacija prvog reda¹⁵ definirana je sa:

$$G_1(\tau) = \tilde{A}_{12}^+(\tau) + c.c = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathcal{E}}_1(t) \cdot \tilde{\mathcal{E}}_2^*(t - \tau) \cdot e^{i\omega_l \tau} dt + c.c \quad (86)$$

Kako je Fourierov transformat od $A_{12}^+(\tau)$ jednak umnošku $\tilde{E}_1^*(\omega) \cdot \tilde{E}_2(\omega)$, Fourierov transformat korelacije je proporcionalan spektralnom intenzitetu pulsa. Interferencijska auto-korelacija prvog reda ne nosi nikakvu faznu informaciju. Interferencijska korelacija drugog reda je proporcionalna funkciji:

$$G_2(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \{ [E_1(t - \tau) + E_2(t)]^2 \}^2 dt \quad (87)$$

Korelacija ima tri frekvencijske komponente, centrirane oko nulte frekvencije (88), oko ω_l (89) i oko $2\omega_l$ (90):

$$A(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \{ \mathcal{E}_1^4(t - \tau) + \mathcal{E}_2^4(t) + 4\mathcal{E}_1^2(t - \tau) \cdot \mathcal{E}_2^2 \} dt \quad (88)$$

$$\tilde{B}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \{ \mathcal{E}_1(t - \tau) \cdot \mathcal{E}_2(t) + [\mathcal{E}_1^2(t - \tau) + \mathcal{E}_2^2(t)] \cdot e^{i[\varphi_1(t - \tau) - \varphi_2(t)]} \} dt \quad (89)$$

$$\tilde{C}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \{ \mathcal{E}_1^2(t - \tau) \cdot \mathcal{E}_2^2(t) \cdot e^{2i[\varphi_1(t - \tau) - \varphi_2(t)]} \} dt \quad (90)$$

Slijedi:

$$G_2(\tau) = A(\tau) + \Re \left\{ 4\tilde{B}(\tau) \cdot e^{i\omega_l \tau} \right\} + \Re \left\{ 2\tilde{C}(\tau) \cdot e^{2i\omega_l \tau} \right\} \quad (91)$$

¹⁵Korelacija prvog reda - *eng.*, Field correlation

Detektorski sistemi najčešće detektiraju sve članove izraza (91) osim prvog (low pass filter). Interferencijska auto-korelacija je slučaj korelacije (87), u kojem su polja jednaka $E_1 = E_2 = E$. Interesantan je član $A(\tau)$. Za slučaj bez *kašnjenja* ($\tau = 0$), vrijednost u peaku je:

$$A(\tau = 0) = 6 \int \mathcal{E}^4(t) dt \quad (92)$$

Za veliko *kašnjenje* u odnosu na trajanje pulsa ostaje samo dio koji opisuje baznu liniju:

$$A(\tau = \infty) = 2 \int \mathcal{E}^4 dt \quad (93)$$

DC¹⁶ term interferencijske auto-korelacije $A(\tau)$ je ustvari intenzitetska auto-korelacija¹⁷. Omjer vrha i bazne linije (pojmovi objašnjeni u narednim retcima) je u ovom slučaju 3 : 1 (slika 8b)). Ukoliko je moguće snimiti sva tri člana ((88),(89),(90)), za nulto *kašnjenje* dobiva se konstruktivna interferencija, koju se dodaje izrazu $16 \int \mathcal{E}(t) dt$ i omjer vrha i bazne linije je 8 : 1 (slika 8a)). Važna razlika interferencijske auto-korelacije, u odnosu na intenzitetsku auto-korelaciju je da interferencijska auto-korelacija nosi faznu informaciju. Oblik i fazna informacija auto-korelacija mogu dati informaciju o faznoj modulaciji, linearnom chirpu, oblik pulsa i njegove fazne karakteristike. Na slici (8) su prikazane interferencijska i intenzitetska auto-korelacija. Dva elementa koja karakteriziraju korelaciju su vrh¹⁸ i bazna linija¹⁹. *Vrh korelacije* je najveća vrijednost intenziteta korelacije, a *bazna linija* je vrijednost koju razapinju repovi korelacione raspodjele. *Omjer vrha i bazne linije*²⁰ je važan za ocjenu kvalitete mjerene korelacije. Razina na kojoj počinje interferencijski uzorak je mjera chirpa. Za linearno chirpan Gaussov puls (izraz je analogan sporo oscilirajućem dijelu u izrazu (10), uz pretpostavku linearnog chirpa):

$$\tilde{\mathcal{E}}(t) = e^{-(1+ia) \cdot (\frac{t}{\tau_G})^2} , \quad (94)$$

moguće je egzaktno odrediti interferometrijsku auto-korelaciju:

$$G_2(\tau) = \left\{ 1 + 2e^{-\left(\frac{\tau}{\tau_G}\right)^2} + 4e^{-\left(\frac{a^2+3}{4}\right)\left(\frac{\tau}{\tau_G}\right)^2 \cos \frac{a}{2}\left(\frac{\tau}{\tau_G}\right)^2 \cos \omega_l \tau} + 2e^{-(1+a^2)\left(\frac{\tau}{\tau_G}\right)^2 \cos 2\omega_l \tau} \right\} \quad (95)$$

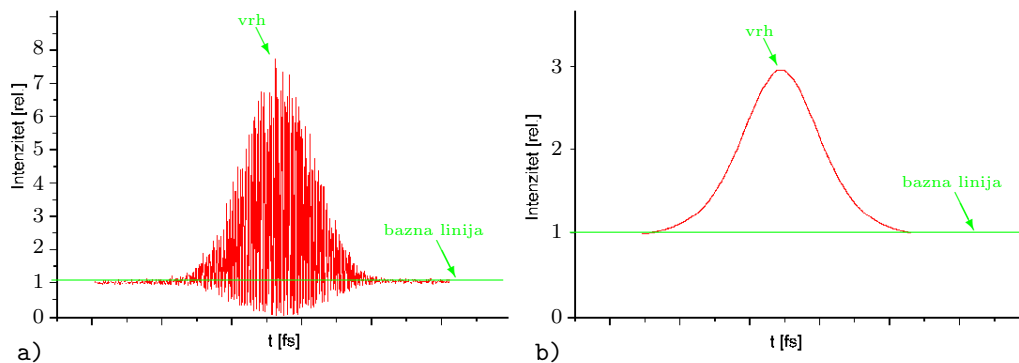
¹⁶DC (*eng.*, Direct Current, *skrać.*, DC) term je član za koji je frekvencija jednaka nuli ($\omega_0 = 0$), dakle ne oscilira kao i istosmjerna struja

¹⁷Zato $A(\tau)$, dan izrazom (88), nazivamo intenzitetska auto-korelacija s baznom linijom, dok je izrazom (78) dana intenzitetska auto-korelacija bez bazne linije

¹⁸Vrh korelacije - *eng.*, correlation peak

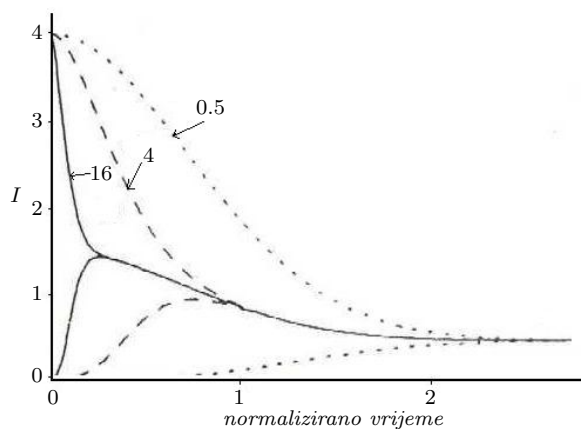
¹⁹bazna linija - *eng.*, background

²⁰Omjer vrha i bazne line - *eng.*, peak to background ratio



Slika 8: a) Interferencijska auto-korelacija, b) intenzitetska auto-korelacija

Na slici (9) prikazana su gornje i donje krivulje kao funkcije parametra chirpa a . Eksperimentalna očekivanja su da je vrijednost parametra chirpa $a \approx 20$ [6]. Mjerenja su najčešće neko usrednjenje po pulsnom vlaknu.



Slika 9: Interferencijske auto-korelacije Gaussianskih pulseva ($\tilde{\mathcal{E}} = \exp[-(1+ia)(t/\tau_G)^2]$) za različite vrijednosti parametra chirpa a [6].

4.3 Trajanje pulsa i njegova spektralna širina

Kod analize pulsa, važno je navesti definicije trajanja pulsa i spektralne širine pulsa, kako bi bila uočena jasna razlika ta dva pojma. *Trajanje pulsa* τ_p je

širina na polovici maksimuma (FWHM²¹) intenzitetskog profila. *Spektralna širina* $\Delta\omega_p$ je definirana kao širina na polovici maksimuma (FWHM) spektralnog profila.

$$\begin{aligned}
\tau_p &= \text{trajanje pulsa (FWHM intenziteta)} \\
\Delta\omega_p &= \text{spektralna širina (FWHM spektralnog profila)} \\
\tau_G &= \tau_p/\sqrt{2\ln 2} = \text{trajanje pulsa uz pretpostavljeni Gaussov oblik pulsa} \\
\tau_s &= \tau_p/1,76 = \text{spektralna širina uz pretpostavljeni sech za oblik pulsa}
\end{aligned} \tag{96}$$

Kod određivanja oblika pulsa uobičajeno je koristiti Gaussov oblik pulsa, za koji je vremenska envelope:

$$\tilde{\mathcal{E}}(t) = \tilde{\mathcal{E}}_0 \cdot e^{-(t/\tau_G)^2} \tag{97}$$

ili sekans hiperbolni, čija je vremenska ovisnost polja:

$$\tilde{\mathcal{E}}(t) = \tilde{\mathcal{E}}_0 \cdot \text{sech}(t/\tau_G) \tag{98}$$

U tablici (2) navedene su neke karakteristične veličine za Gaussov i sech profil pulsa. Spektralna širina $\Delta\omega_p$ i trajanje pulsa τ_p nisu međusobno neovisni

envelope polja	vremenski profil	τ_p	spektralni profil	$\Delta\omega_p$	c_B
Gaussian	$e^{-2(t/\tau_G)^2}$	$1.77\tau_G$	$e^{-(\omega\tau_G)^2/2}$	$2.355/\tau_G$	0.441
sech	$\text{sech}^2(t/\tau_s)$	$1.763\tau_s$	$\text{sech}^2(\pi\omega\tau_s/2)$	$1.122/\tau_s$	0.315

Tablica 2: *Karakteristične veličine za Gaussov i sech profil pulsa* [6].

jer, kroz Fourierov transformat, postoji veza između spektralne i vremenske karakteristike polja. Smanjivanjem vremenske širine pulsa, on postaje spektralno širi. Pulsevi bez chirpa (bez frekvencijske modulacije) su *spektralno ograničeni*²² ili *Fourier ograničeni*²³, (za njih vrijedi jednakost u sljedećem izrazu):

$$\Delta\omega_p\tau_p = 2\pi\Delta\nu_p\tau_p \geq 2\pi c_B \tag{99}$$

c_B je numerička konstanta ovisna o obliku pulsa. U prethodnoj relaciji (99) očituje se princip neodređenosti kao ograničenje istovremenog određivanja

²¹Poluširina - *eng.*, Full Width at Half Maximum, *skrać.* FWHM

²²Spektralno ograničeni puls - *eng.*, Bandwidth limited pulse

²³Fourier ograničen puls - *eng.*, Fourier limited

vremenskih i spektralnih parametara. Fourier ograničene pulseve karakterizira najkraće moguće trajanje za danu spektralnu širinu i oblik pulsa. Ukoliko frekvencija varira duž pulsa, trajanje pulsa biti će veće od one određene Fourierovim ograničenjem (99). Na primjeru Gaussovog profila biti će opisano širenje pulsa chirpom (poglavlje 2.3). Električno polje je za takav slučaj već bilo napisano (izraz (94)):

$$\tilde{\mathcal{E}}(t) = \mathcal{E}_0 e^{-(1+ia)\cdot(\frac{t}{\tau_G})^2} , \quad (100)$$

gdje je trajanje pulsa $\tau_p = \sqrt{2 \ln 2} \tau_G$, a a predstavlja parametar chirpa (u ovom slučaju a je negativan za pozitivan chirp i obrnuto). Fourierov transform format izraza (100) je:

$$\mathcal{E}(\omega) = \frac{\mathcal{E}_0 \sqrt{\pi} \tau_G}{\sqrt[4]{1+a^2}} e^{i\Phi(\omega) - \frac{\omega^2 \tau_G^2}{4(1+a^2)}} , \quad (101)$$

gdje je spektralna faza $\Phi(\omega)$ dana izrazom:

$$\Phi(\omega) = -\frac{1}{2} \arctan a + \frac{a^2 \omega^2 \tau_G^2}{4(1+a^2)} , \quad (102)$$

Spektralna širina (spektralna FWHM) $\Delta\omega_p$ je za takav Gaussov profil:

$$\Delta\omega_p = \frac{1}{\tau_G} \sqrt{8 \ln 2 (1+a^2)} = 2\pi \Delta\nu_p \quad (103)$$

Umnožak spektralne i vremenske širine pulsa je tada:

$$\Delta\nu_p \tau_p = \frac{2 \ln 2}{\pi} \sqrt{1+a^2} \quad (104)$$

Dakle, postojanje chirpa ($a \neq 0$) uzrokuje povećanje spektralne širine, čime umnožak spektralne i vremenske širine pulsa prelazi Fourierovo ograničenje (izraz (99), $2 \ln 2 \approx 0.441$, što je prikazano i u tablici 2), za faktor $\sqrt{1+a^2}$. U praksi često korištena veličina je omjer FWHM auto-korelacije τ_{ac} i FWHM pulsa τ_p , koji pokazuje koliko je očekivano proširenje profila auto-korelacije u odnosu na profil pulsa:

$$\frac{\tau_{ac}}{\tau_p} \quad (105)$$

Omjer τ_{ac}/τ_p ovisan je o obliku pulsa. U tablici (3) prikazane su vrijednosti tog omjera za Gaussov puls kao i za sech profil pulsa.

$\mathcal{E}^2(t)$	$ \mathcal{E}(\omega) ^2$	$A_c(\tau)$	τ_{ac}/τ_p	$G_2(\tau) - [1 + 3A_c(\tau)]$
e^{-t^2}	$e^{-\omega^2}$	$e^{-\tau^2/2}$	1.414	$\pm e^{(3/8)\tau^2}$
$\text{sech}^2(t)$	$\text{sech}^2(\frac{\pi\omega}{2})$	$\frac{3(\tau \cosh \tau - \sinh \tau)}{\sinh^3 \tau}$	1.543	$\frac{3(\sinh 2\tau - 2\tau)}{\sinh^3 \tau}$

Tablica 3: Oblik pulsa, spektar, intenzitet i interferencijska auto-korelacija za Gaussov i sech puls. Jedinica vremena t je uzeta tako da funkcionalna ovisnost u prvoj koloni bude što jednostavnija. Inverz te jedinice vremena t je uzet kao jedinica frekvencije ω . τ_{ac} označava FWHM intenzitetske auto-korelacije, dok je s τ_p označena FWHM intenziteta pulsa danog u prvoj koloni. Vrijednosti njihovog omjera navedene su u predzadnjoj koloni. Kolona označena s A_c daje profil intenzitetske auto-korelacije, dok zadnja kolona daje profil, odnosno vrijednosti gornje i donje envelope interferencijske auto-korelacije [6].

5 Laserski sustav za stvaranje ultrakratkih pulseva

Laserski sustav (slika 10), korišten u ovom radu, sastavljen je od dva zasebna sustava: diodni pumpni laser *Millenia* i femtosekundni laserski oscilator *Tsunami*, *Spectra-Physics*. U sljedećim poglavljima biti će detaljnije opisana konstrukcija i rad ta dva elementa.

5.1 Diodni pumpni laser (*Millenia*)

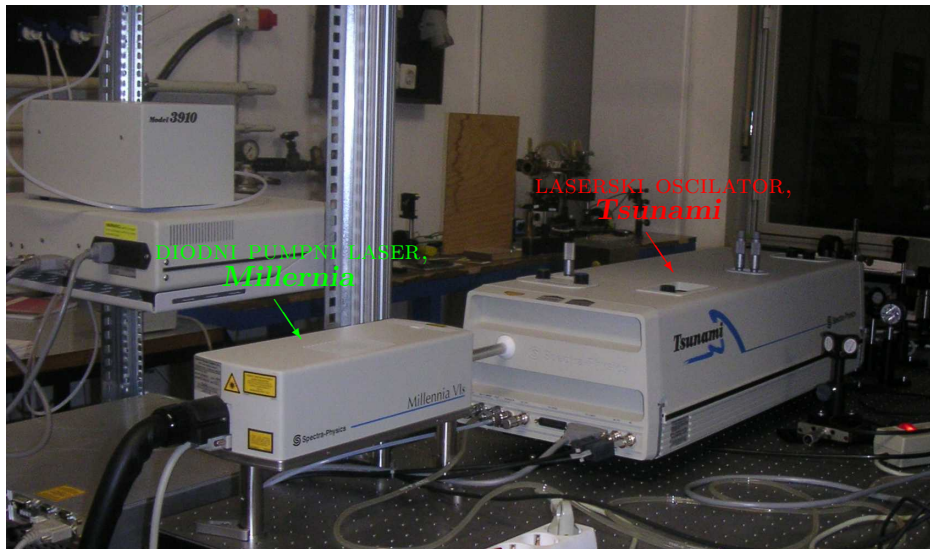
Diodni pumpni laser *Millenia Vls J*, sustav četiri osnovna dijela: laserska glava (*Millenia Vls J*), diodna pumpa (model *J40*), kontroler, hladnjak. *Diodna pumpa J40* je sustav diodnih lasera snage 40 W. Kao laseru koji pripada porodici lasera čvrstog stanja, za rad je potrebno je uspostaviti temperaturnu stabilizaciju, što je riješeno termo-električnim hladnjakom (TEC²⁴) i zračnim hlađenjem. Izlazni snop diodne pumpe kolimirana je sustavom leća i optičkim vlaknom dovodi se do laserske glave. Takav sustav, vezan optičkim vlaknima, naziva se FCBar²⁵ sustav. Laserska glava je ključni dio pumpnog sustava. Ona je kompleksne građe (slika 11), odnosno sastavljena je od optičkog rezonatora (*Nd:YVO₄* kristal²⁶), kristala za udvostručenje frekvencije (*LBO*²⁷) i sustava zrcala za usmjeravanje snopa. Optički rezona-

²⁴Termo-električni hladnjak - eng., Thermo Electric Cooler, *skrać.* TEC

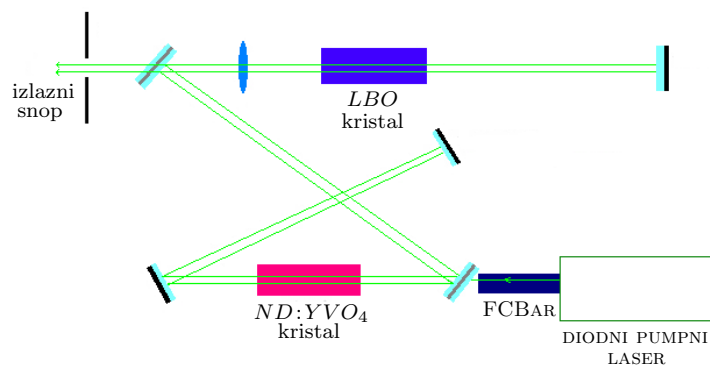
²⁵Sustav vezan optičkim vlaknima - eng., Fiber Coupled Bar, *skrać.* FCBar

²⁶Neodinijev itrijev vanadat

²⁷Litij-tri-borat



Slika 10: Laserski sustav korišten u ovom radu (diodni pumpni laser Millennia i femtosekundni laserski oscilator Tsunami, Spectra-Physics).

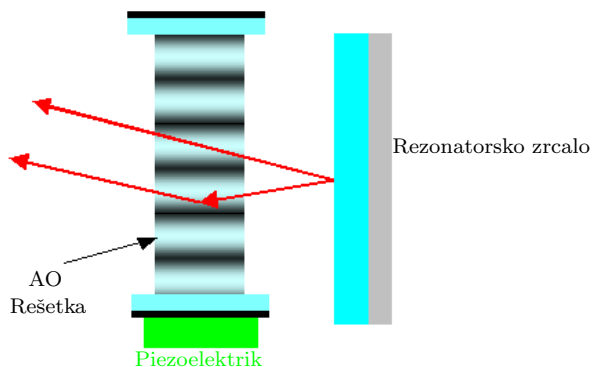


Slika 11: Laserski sustav Millennia.

tor glave ($Nd:YVO_4$ kristal), pumpan je snopom diodne pumpe i emitira svjetlosni snop valne duljine 1064 nm . Emitirana valna duljina prepolovi se prolaskom kroz kristal za udvostručenje frekvencije (LBO kristal). Svjetlosni snop je valne duljine 532 nm , maksimalne 6 W . Hladnjak²⁸ regulira temperaturu $Nd:YVO_4$ kristala vodenim hlađenjem. Cijeli ovaj sustav upravljan je kontrolerom kojim se podešava ulazna snaga lasera, otvaranje zaslona²⁹,

²⁸Hladnjak - eng., Chiller

²⁹Zaslon - eng., Shutter



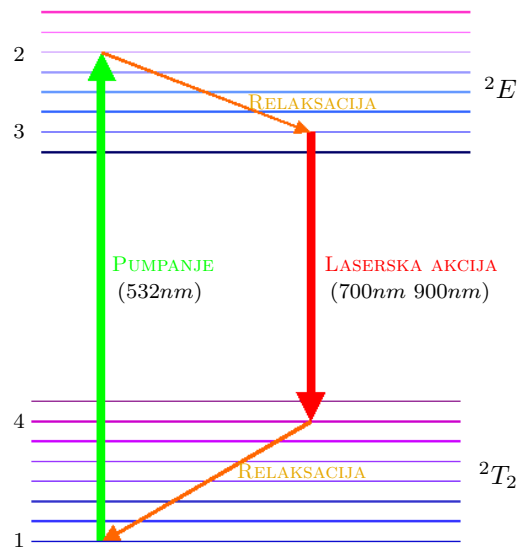
Slika 13: Akusto-optički modulator.

ploha pričvršćen je piezoelektrik, upravljani vanjskim kontrolnim sustavom koji ga napaja RF³² signalom. Time dolazi do stvaranja akustičkih valova (tj. vremenski ovisnog indeksa loma) između ploha modulatora. Akustički valovi putuju od plohe priključene na piezoelektrik prema drugoj plohi, od koje se reflektiraju i nastaje stojni val. Taj stojni val tvori AO rešetku, okomitu na smjer propagacije laserskog snopa, koja difraktira svjetlost i frekvencijski ga pomiče za iznos frekvencije AO modulatora. Kad AO modulator proizvodi AO rešetku on reflektira svjetlost izvan rezonantne šupljine, dok u suprotnom svjetlost se vraća u rezonantnu šupljinu. Na taj način je dobivena vremenska ovisnost signala. Za frekvenciju RF signala $\omega_{mL} \ll$ frekvencija pojave AO rešetke unutar rezonantne šupljine je $2\omega_{mL}$, a iz toga slijedi da će se signal unutar rezonatora također pojavljivati s frekvencijom $2\omega_{mL}$. Moguće je odabrati takvu frekvenciju RF signala ω_{mL} , da je frekvencija pojave AO rešetke $2\omega_{mL}$ (frekvencija modulacije) jednaka frekvenciji repeticije lasera $c/2L$ (razmak modova), i time će frekvencija izlaska pulseva biti jednaka frekvenciji rezonatora. Slijedi da se uz središnji signal na frekvenciji ν , javljaju susjedni signali na frekvenciji $\nu \pm 2\omega_{mL}$. Sinkronizacija modova je uspostavljena jer su ti nastali signali u fazi sa središnjim modom. Nastavak djelovanja AO modulatora na signal stvara modove, (frekvencija $\nu \pm 4\omega_{mL}, \dots, \nu \pm 2N\omega_{mL}$, gdje je N broj prolazaka signala kroz AO modulator), sve dokle svi modovi budu sinkronizirani. Vremensko trajanje pulsa određeno je, osim modulacijskim svojstvima AO modulatora i spektralnom širinom laserskog medija, čijim povećanjem pulsevi postaju kraći. AM može imati funkciju rampe za prolazak svjetlosti rezonatorom i tada je AM promatrana u vremenskoj domeni. Pritom rampa pojačava svjetlost u slučaju

³²Radio frekventni signal, *skrać.* RF signal. Konkretno u ovom radu RF signal je iznosa 80 Hz

zatvorene rampe, a otvorena rampa je, naravno, propušta. Ako je frekvencija propuštanja kroz rampu jednaka $\nu = 2\omega_{mL}$, znači da je otvorena samo u trenutku $2L/c$. U slučaju FM koristi se EO³³ modulator. On u rezonantnoj šupljini stvara električni signal čija je posljedica sinusoidalna promjena frekvencije svjetlosti prolaskom kroz modulator. Za frekvenciju EO modulacije jednaku frekvenciji rezonatora, određene frekvencije uzastopno će se pomicati prema višim frekvencijama, dokle se druge jednako tako pomiču prema nižim vrijednostima. Te frekvencije će se pomicati sve do njihovog izlaska van spektralne širine određene medijem, čime u toj širini ostaju samo one frekvencije koje su prolazile kroz modulator kada on nije imao utjecaj na njih, (kada mu je frekvencija signala nula). Dakle, uvijek se radi o principu da rezonator propušta snop u točno određenom trenutku. To možda bolje opisuje engleski naziv “mode locking”, u doslovnom prijevodu “zaključavanje modova”, dakle radi se o tome da je sustav ne izbacuje signal do trenutka kada se modovi poslože na traženi način. Slijedi da je to moguće napraviti i bez aktivnog elementa u rezonantnoj šupljini, no tada pumpni laser mora biti samofazno moduliran. Regenerativno sinkroniziranje modova je oblik aktivne sinkronizacije kod koje se također koristi AO modulator, s time da RF signal ne dolazi iz nekog vanjskog generatora. U ovom slučaju RF signal stvara rezonantna šupljina, čime je nestao zahtjev da duljina rezonatora bude jednaka frekvenciji RF signala. Laser počinje raditi u CW modu s nekoliko djelomično fazno sinkroniziranih modova. Dolazi do udara frekvencije $c/2L$ koje detektira fotodioda. Frekvencija signala $2\omega_{mL}$ prvo se prepolovi i zatim fazno oblikuje na način da je modulator maksimalno propustan u trenutku dolaska signala. Time je signal pojačan i dolazi na modulator. Kod pasivne sinkronizacije modova za sinkronizaciju modova se ne koristi vanjski signal, već laserski snop potiče promjenu u nekom elementu rezonatora (npr. saturirajući apsorber) i time dolazi do promjene samog laserskog snopa. U korištenom laserskom sustavu, *Ti : safir* kristal pripremljen je tako da su ubačene primjese, unošenjem Ti_2O_3 kristala u otopinu Al_2O_3 , čime je došlo do cijepanja osnovnog elektronskog stanja Ti^{3+} na dva vibracijska nivoa (slika 14). Energetska razlika ta dva vibraciona nivoa omogućava laserske procese u *Ti : safir* kristalu. Apsorpcijski prijelazi kreću s nižih vibracijskih nivoa osnovnog stanja na više vibracijske nivoe pobuđenog stanja (pumpanje) od kud se relaksiraju na niže vibracijske nivoe pobuđenog stanja i od tuda kreće emisija. Kod emisije dolazi do prijelaza s nižih vibracijskih nivoa pobuđenog stanja, na više vibracijske nivoe osnovnog stanja (laserska akcija) i tada se relaksiraju na niže vibracijske nivoe osnovnog stanja. Postoji preklapanje apsorpcijskog spektra (od 400 nm do 600 nm) sa emisijskim spektrom (od 600

³³Elektro-optički, *skrać.*, EO



Slika 14: Energetski dijagram $Ti:safir$ kristala s četiri nivoa.

nm do 1000 nm), a posljedica tog preklapanja je da u realnom slučaju laserska akcija postoji tek za valne duljine veće od 670 nm . Spektralna širina lasera ovisi o karakteristikama $Ti:safir$ kristala, pa tako prisutnost Ti^{4+} iona, zbog kojih dolazi do male apsorpcije emitiranog zračenja, sužava spektralnu širinu. Ona također ovisi i o samoj koncentraciji Ti^{3+} iona, gubicima na ostalim optičkim elementima rezonantne šupljine, apsorpciji atmosferskih plinova, snazi pumpnog lasera, itd.. Snaga lasera također ovisi o koncentraciji Ti^{3+} iona, čije povećanje dovodi do smanjenja snage, duljini kristala i snazi pumpnog snopa. Širina pulsa ovisi o svojstvima kristala, na koja ne možemo utjecati i o svojstvima rezonantne šupljine, koja možemo modificirati utjecanjem na GVD ³⁴ (poglavlje 3.2) unutar rezonatora i na SPM ³⁵ (poglavlje 3.2). Interakcijom kratkog pulsa i nelinearnog³⁶ medija dolazi do SPM -a i time do širenja pulsa. Optičke komponente unutar rezonantne šupljine stvaraju pozitivan GVD što također znači širenje pulsa. Dakle, potreban je negativan GVD , kako bi bilo kompenzirano širenje pulsa, a negativan GVD i prateće sužavanje pulsa, dobiva se pomicanjem parova prizmi.

³⁴Disperzija grupne brzine - *eng.*, Group Velocity Dispersion (skrać. GVD)

³⁵Samofazno moduliranje - *eng.*, Self Phase Modulation (skrać. SPM)

³⁶Medij nelinearnog indeksa loma

6 Korelaciona mjerenja

6.1 Tehnike mjerenja korelacije

Što je korelacija, teorija i pojmovi vezani uz nju navedeni su u poglavlju 4, dok će u ovom poglavlju biti opisane osnove tehnike samog mjerenja. Potrebno je prisjetiti se već uvedenih pojmova korelacije i auto-korelacije³⁷. Kod mjerenja korelacije, korelirana su dva pulsa, od kojih je jedan nazvan *probni puls* (prolaskom kroz rezonantni medij promijenjene su mu karakteristike), a drugi je nazvan *referentni puls* (ne prolazi kroz rezonantni medij i nepromijenjenih je karakteristika). U slučaju mjerenja auto-korelacije jedan puls ulazi u interferometar, tamo biva rascijepljen i na detektor dolaze dva pulsa istih karakteristika. *Probna auto-korelacija* bit će naziv za auto-korelaciju nastalu koreliranjem dva pulsa koji su nastali cijepanjem pulsa koji je prošao kroz rezonantni medij, dok je *referentna auto-korelacija* ona nastala koreliranjem dva pulsa nastala cijepanjem pulsa koji nije prošao kroz rezonantni medij. Tri elementa eksperimentalnog postava su laserski oscilator koji proizvodi laserske pulseve, (rad laserskog oscilatora opisan je u poglavlju 5.2), interferometar i sustav detekcije i bilježenja signala (LED detektor, osciloskop i računalo). Kod korelacionih mjerenja ključni dio se odvija u interferometru. U ovom radu korišten je Michelsonov³⁸ interferometar. Na slici (15) prikazana je shema takvog interferometra. U centru interferometra nalazi se djelitelj snopa *BS*, koji je ustvari djelomično propusno zrcalo, kojim se upadni snop $E = \mathcal{E}_{in} \cdot \exp[-i(\omega t - kr)]$ cijepa na dvija sekundarna snopa (reflektirani, označen zeleno i crveno označen transmitirani snop) jednakih amplituda $\mathcal{E}_{a,b} = \mathcal{E}_{in}/\sqrt{2}$. Svaki od ta dva snopa čini jednu granu interferometra, koje su međusobno su okomite. Na krajevima svake grane nalazi se zrcalo koje snopove ponovo reflektira na djelitelj snopa. Time je na izlazu dobiven snop:

$$E_{iz} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathcal{E}_a + \mathcal{E}_b) = \frac{1}{2} \mathcal{E}_{in} e^{-i(\omega t - kr)} (e^{2ikr_1} + e^{2ikr_2}) \quad (106)$$

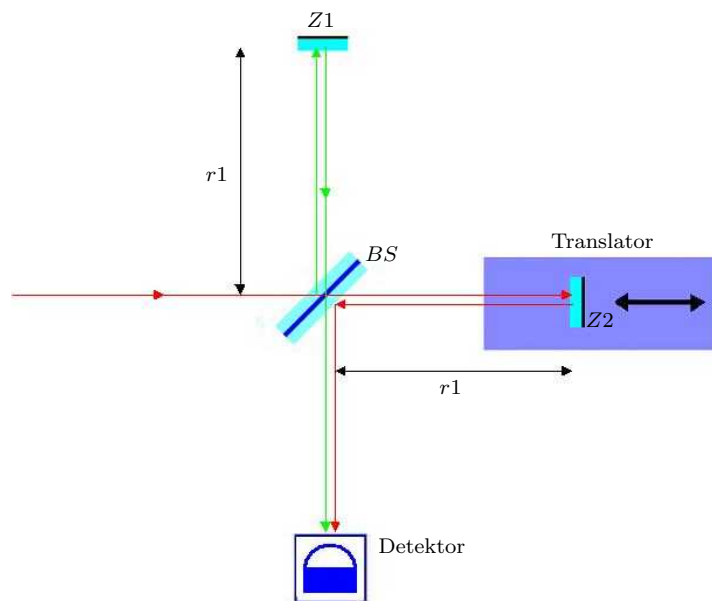
Kako je intenzitet dan kao $I = \epsilon_0 c \mathcal{E} \mathcal{E}^*$, slijedi:

$$I_{iz} = \frac{1}{2} I_0 \{1 + \cos [2k (r_1 - r_2)]\} \quad (107)$$

Intenzitet I_{iz} je dakle ovisan je o razlici puteva snopova $s = 2(r_1 - r_2)$. U daljnjem tekstu bit će pretpostavljeno da na interferometar dolaze kratki

³⁷U poglavlju 4 uvedena je terminologija kojom pojam *korelacija* označava korelaciju dva različita pulsa (*eng.*, cross-correlation), dok *auto-korelacija* označava korelaciju također dva, ovaj put identična pulsa (*eng.*, auto-correlation).

³⁸M. Michelson, (1852.-1931.)

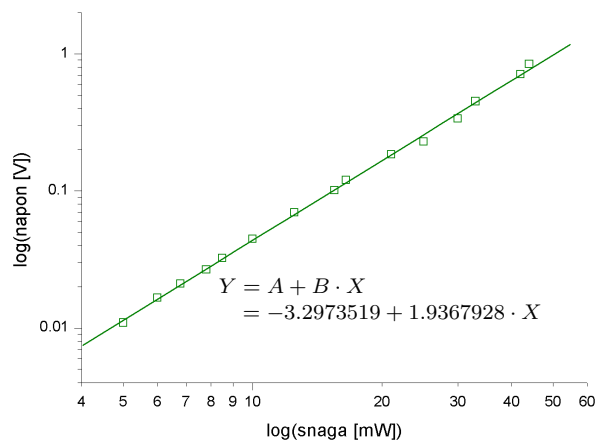


Slika 15: Michelsonov interferometar.

laserski pulsevi, odnosno bit će opisano koreliranje kratkih pulseva. Precizno postizanje razlike puteva snopova, ključno je kod korelacionih mjerenja. Ta razlika puteva postignuta je postavljanjem zrcala $Z2$ na translator (sanjke), kojim je moguće kontrolirati iznos *kašnjenja* τ , kao i skeniranje korelacione funkcije u realnom vremenu. Kada su putevi dva pulsa jednake dužine, moguće je ostvariti potpuno preklapanje pulseva na detektoru i intenzitet signala je maksimalan. Promjenom *kašnjenja* pomoću translatora pasti će vrijednost intenziteta signala. Električni signal koji proizvodi detektor (detektor je opisan u narednom dijelu ovog poglavlja), integriran je preko perioda, (velikog u odnosu na trajanje pulsa) i daje prosječni intenzitet kao funkciju *kašnjenja*. Vrh³⁹ korelacijskog signala odgovara preklapanju pulseva dvije grane, a svaki od pulseva također stvara baznu liniju⁴⁰ korelacije. Omjer vrha i bazne linije, u slučaju visoke sinkronizacije modova, moguće je koristiti za justiranje lasera. Kod mjerenja trajanja pulsa, osciloskop je namješten tako da prikazuje intenzitet korelacionog signala kao funkciju položaja translatora. Translator se postavi na željeni položaj i osciloskop “zabilježi” intenzitet na tom položaju. Zatim se translator pomakne za neki određeni iznos puta i osciloskop ponovo “zabilježi intenzitet” na tom novom položaju. Dakle dobiven je intenzitet kao funkcija položaja. Pomicanjem translatora za neki iznos Δs put snopa, koji pada na translator i

³⁹Vrh korelacije - *eng.*, correlation peak, str.27

⁴⁰Bazna linija - *eng.*, background, str.27



Slika 16: Odgovor LE diode na lasersku svjetlost valne duljine 800 nm.

reflektira se na njemu, produžen je za $2\Delta s$. Dijeljenjem iznosa $2\Delta s$, brzinom svjetlosti c , dobije se intenzitet korelacionog signala, koji je moguće prikazati kao funkciju vremena, odnosno kao funkcija *kašnjenja*. To pretvaranje pređenog puta u vremensku skalu, kao i bilježenje izmjerenih podataka obavlja računalo priključeno na osciloskop. Za detektiranje korelacije potrebno je koristiti nelinearni detektor (LED ili SHG kristal). Za mjerenja opisana u ovom radu korišten je LED⁴¹ detektor. Princip rada se bazira na dvo-fotonskoj apsorpciji, pri kojoj se optički signal direktno transformira u foto struju. Dvo-fotonska apsorpcija je proces u kojem elektron u valentnoj vrpici poluvodiča apsorbira dva fotona, pri čemu elektron s vrha valentne vrpce skače na dno vodljive vrpce. Na slici (16) je prikazan u log-log skali, napon na LED kao funkcija snage lasera. Radi se o pravcu čiji je koeficijent smjera jednak 2 (na slici (16), koeficijent pravca je $B = 1.9367928 \approx 2$), što ukazuje da se radi o dvo-fotonskom detektoru. U takav, dvo-fotonski detektor, minimalna energija jednog fotona mora biti jednaka polovici energije energetskog procjepa⁴², kako bi elektron s vrha valentne vrpce bi prebačen na dno vodljive vrpce, odnosno postignuta direktna apsorpcija [7]. *AlGaAs* LED ima energetski procjep širine 1.878 eV (660 nm), što znači da se LED detektor može koristiti za detekciju korelacije pulseva valnih duljina u rasponu od 660 nm (1.878 nm) do 1320 nm (0.939 nm , što je polovica energije energetskog procjepa, dakle minimalna energija fotona potrebna za dvo-fotonsku apsorpciju), dakle prihvatljiv raspon za *Ti:safir* laser koji daje pulseve valne

⁴¹ eng., Light Emitting Diode, *skrać.* LED

⁴²Energetski procjep - eng., Gap

duljine oko 800 nm. Ovakav frekventni raspon LED, čini ju prihvatljivim detektorom za mnoge pulsne izvore. Njezina mala cijena samo je jedna od prednosti pred nelinearnim kristalima i fotomultiplikatorima. Za razliku od detektora koji koriste SHG kristal kod detekcije korelacije LED detektorom nije potrebno fazno podudaranje⁴³, što znatno olakšava justiranje za različite pulsne izvore. Primjena LED detektora, omogućava postizanje manjih dimenzija auto-korelatora, odnosno kompaktnost, čime je minimizirano disperzivno širenje pulseva [9], [5], što je posebno važno u slučaju kad je svjetlo fokusirano na diodu konkavnim zrcalom. Do sada opisan sustav korišten je za mjerenje interferencijske korelacije i rezultati tih mjerenja su prikazani u poglavljima 7.1 i 7.2.

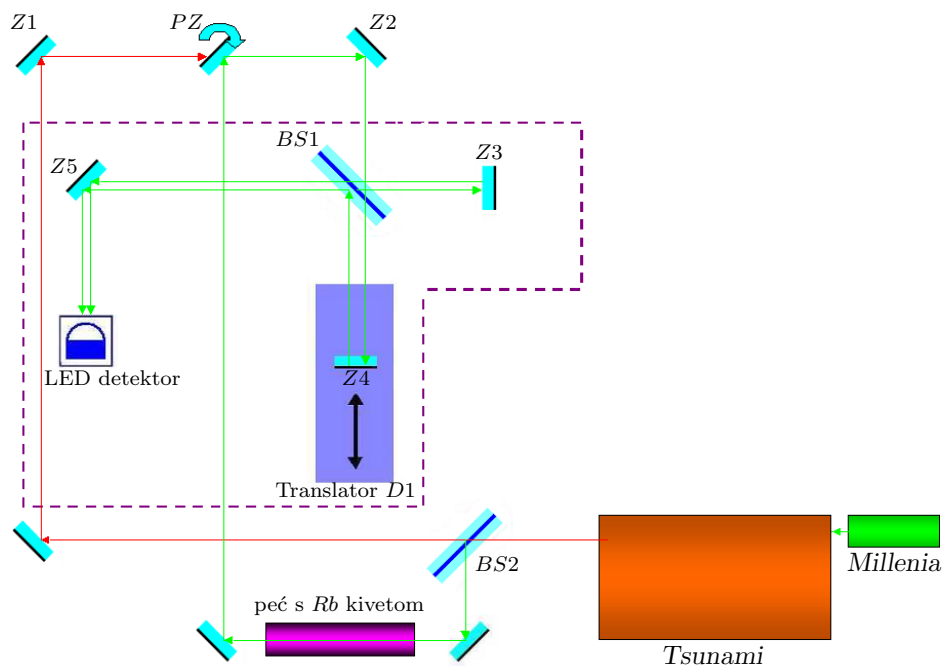
6.2 Izrada auto-korelatora

Cilj ovog rada bio je, izrada eksperimentalnog postava za mjerenje interferencijske korelacije. U ovom poglavlju bit će opisan napravljeni sustav za mjerenje auto-korelacije. Osnovni dijelovi korištenog eksperimentalnog postava, (prikazan je na slici (17)), su laserski sustav za stvaranje femtosekundnih laserskih pulseva, (opisan u poglavlju 5) i korelator (čije su osnove rada opisane u poglavlju 6.1), koji je na slici (17) uokviren ljubičastim crtkanim okvirom. Postav je napravljen tako da je moguće mjeriti *probnu auto-korelaciju*⁴⁴, kao i *referentnu auto-korelaciju*⁴⁵. Napravljenim eksperimentalnim postavom nije bilo moguće istovremeno mjeriti probu i referencu, već su one naizmjenično mjerene. Laserski snop (korištene su valne duljine 760 nm, 770 nm i 780 nm) izlazi iz laserskog oscilatora *Tsunami* (čiji je princip rada opisan u poglavlju 5.2) pada na djelitelj snopa *BS2*, na kojem je rascijepljen na dva sekundarna, na slici (17) označeni zelenom i crvenom bojom. Zeleno označenim snopom se mjeri probna auto-korelacija, a crveno označenim snopom mjeri se referentna auto-korelacija. Za vrijeme mjerenja probne auto-korelacije (zeleno označen snop), crveno označeni snop je zaustavljen na pozadini uspravno položenog preklopnog zrcala *PZ*. Za vrijeme mjerenja referentne auto-korelacije, zeleno označeni snop ne biva reflektiran na korelator jer je preklopno zrcalo *PZ* u polegnutom položaju, što pak omogućava crveno označenom snopu da nesmetano ulazi u korelator. Snop označen crvenom bojom, nakon ulaska u korelator prelazi isti put kao i zeleno označen snop, stoga nije posebno ucrtan u shemu. Korišteni korelator je baziran na Michelsonovom interferometru. Kada snop uđe u korelator, nakon refleksije na zrcalu *Z2*, biva na djelitelju snopa *BS1* rascijepljen na način da je

⁴³Fazno podudaranje - eng., Phase matching

⁴⁴str.37

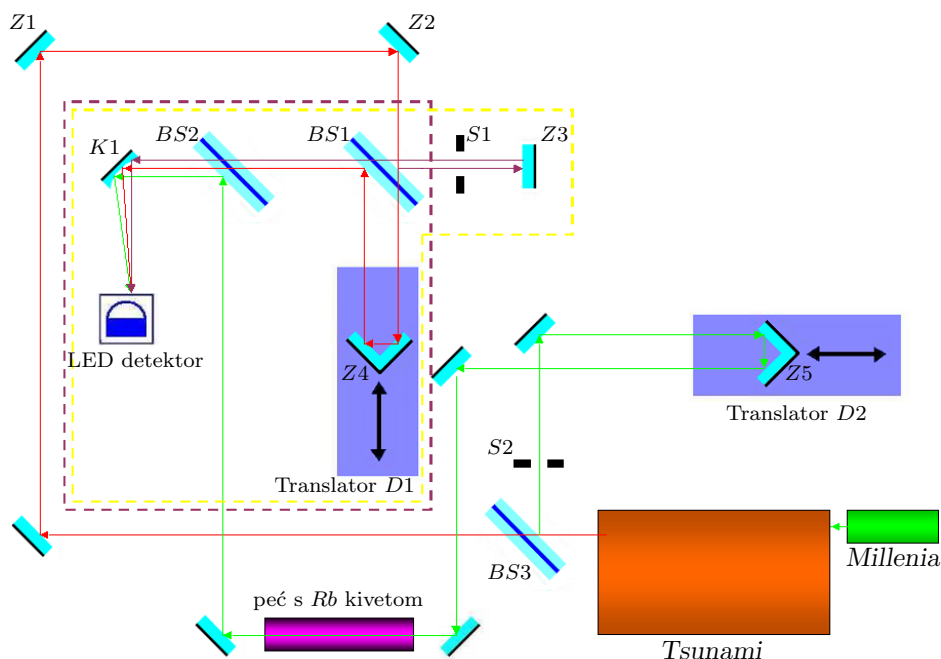
⁴⁵str.37



Slika 17: Eksperimentalni postav za kombinirano mjerenje referentne i probne auto-korelacije

jedan dio okomito reflektiran na zrcalo $Z3$, a drugi dio je propušten na zrcalo $Z4$. Snop reflektiran na zrcalu $Z3$ prolazi kroz djelitelj snopa $BS1$ i na zrcalu $Z5$ reflektiran je na LED detektor. Snop koji sa zrcala $Z2$ prolazi kroz djelitelj snopa $BS1$ reflektiran je na zrcalu $Z4$. Taj reflektirani snop dolazi ponovno na djelitelj snopa $BS1$ i na njemu je okomito reflektiran prema zrcalu $Z5$, na kojem je reflektiran na LED detektor. Važno je primjetiti kako svi parovi snopova koje ulaze i izlaze iz djelitelja snopa $BS1$, to čine putujući istim putevima, odnosno preklopljeni su i u djelitelju snopa $BS1$ se sijeku u istoj točki. Ključni dio korelatora je translator⁴⁶ (*PI, Physik Instrumente*), čiji je princip rada opisan u poglavlju 6.1. Upravljanje sanjkama je bilo automatizirano uz pomoć softverskog paketa *Labview*. Kao detektor je uzeta LE dioda čiji je rad također opisan u poglavlju 6.1. Ovakav eksperimentalni postav daje zadovoljavajuću kvalitetu mjerenja korelacijskih profila, a prednost mu je svakako mala cijena izrade.

⁴⁶ Još jedan naziv za ovakav translator je *sanjke*



Slika 18: Kombinirani eksperimentalni postav za mjerenje korelacije i auto-korelacije. Kod mjerenja korelacije (zaslon $S2$ otvoren, a $S1$ zatvoren), na LED detektor padaju zeleno i crveno označeni snop, a kod mjerenja auto-korelacije (zaslon $S1$ otvoren, a $S2$ zatvoren), crveno i ljubičasto označeni snop.

6.3 Izrada korelatora

U ovom poglavlju opisan sustav, (vrlo je sličan sustavu za mjerenja auto-korelacije koji je opisan u prethodnom poglavlju) za mjerenje korelacije. Sustav je morao biti napravljen tako da u korelator ulaze pulsevi različitih karakteristika, odnosno jedan puls morao je proći kroz rezonantni medij (Rb pare), dokle drugi nije. Također su snopovi unutar interferometra razmaknuti, no i dalje su paralelni. Eksperimentalni sustav prikazan na slici (18) je kombinirani sustav za mjerenje auto-korelacije i korelacije. Sastavljen je od dva elementa: laserskog sustava za stvaranje kratkih pulseva i korelatora. Korelator je na slici (18) uokviren ljubičastim okvirom, a auto-korelator žutim okvirom. Otvaranjem zaslona $S2$ i zatvaranjem zaslona $S1$ sustav mjeri korelaciju, dok u slučaju kada je zaslon $S2$ zatvoren, a $S1$ otvoren, moguće je mjeriti auto-korelaciju, te na taj način provjeriti referentni puls. Sada će biti opisano mjerenje korelacije. Iz laserskog oscilatora izlazi snop koji je na djelatelju snopa $BS3$ rascijepljen na dva sekundarna snopa. Jedan od ta

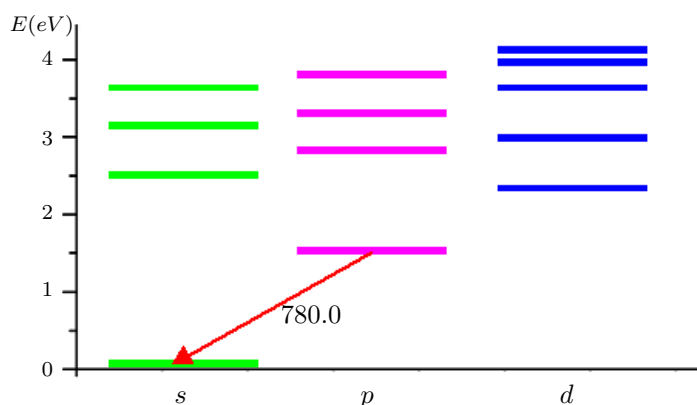
dva snopa prolazi kroz peć i nazvan je proba⁴⁷ (zeleno označen), dok je drugi nazvan referenca⁴⁸ (crveno označen). Proba (zeleno označena) je na djelatlju snopa *BS3* reflektirana na translator *D2*, čija je svrha da, uz pomoć kutnog zrcala *Z5*, skрати ili produži put probnog snopa, kako bi bio približno jednak duljini puta reference (crveno označena). Nakon što izađe iz peći, u kojoj se nalazi *Rb* kiveta, proba (zeleno označena) pada na djelatlj snopa *BS2* na kojem je okomito reflektirana na konkavno zrcalo *K1*. Konkavno zrcalo *K1* fokusira probu na LED detektor. Referencu (crveno označena) predstavlja dio snopa iz laserskog oscilatora, koji prolazi kroz djelatlj snopa *BS3*. Referenca (crveno označena) ulazi u interferometar (Michelson) i a djelatlju snopa *BS1* se cijepa na reflektirani snop (ljubičasto označen) i transmitirani snop (crveno označen). Reflektirani snop (ljubičasto označen) pada na zrcalo *Z3* i relevantan je samo kod mjerenja auto-korelacije, no kod mjerenja korelacije, zaustavljen je zaslonom *S1*. Tada, snop reflektiran na zrcalu *Z3* (ljubičasto označen), prolazi kroz djelatlje snopa *BS1* i *BS2* i na konkavnom zrcalu je fokusiran na LED detektor. Snop transmitiran kroz *BS1* (crveno označen) pada na kutno zrcalo *Z4*, koje je montirano na translator (sanjke). Uloga translatora je precizno namještanje podudaranja dužine puta i reference, odnosno preklapanje pulseva, detaljnije opisano u poglavlju 6.1. Za razliku od mjerenja auto-korelacije, koje je opisano u prethodnom poglavlju 7.1 i u kojem je na sanjke bilo montirano jedno zrcalo, u ovom slučaju korišteno je kutno zrcalo, kako bi dolazni i izlazni snop na to zrcalo, bili prostorno razmaknuti, (ali i dalje paralelni). Snop reflektiran na zrcalu *Z4* (crveno označen) ponovo se vraća na djelatlj snopa *BS1* i na njemu je okomito reflektiran na konkavno zrcalo *K1*, (pri čemu prolazi i kroz djelatlj snopa *BS2*), na kojem je fokusiran na LED detektor. Konkavno zrcalo *K1* čini justiranje izuzetno kompliciranim, budući da ono fokusira svaki snop zasebno, no istovremeno daje zajednički fokus (sjecište) ta dva snopa. Problem je u tome što i zajednički i zasebni fokus mora padati u istu točku, odnosno na LED detektor.

⁴⁷Probni puls, str.37

⁴⁸Referentni puls, str.37

atomski broj	37
rel. atomska masa	85.47
talište	312.1 K
vrelište	961 K
gustoća	1532 kg/m ³ (293 K)
elektronska konfiguracija	1s ² 2s ² 2p ⁶ 3s ² 3p ⁶ 3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁶ 5s ¹

Tablica 4: Karakteristične veličine za Rb, (pri standardnim uvjetima.)



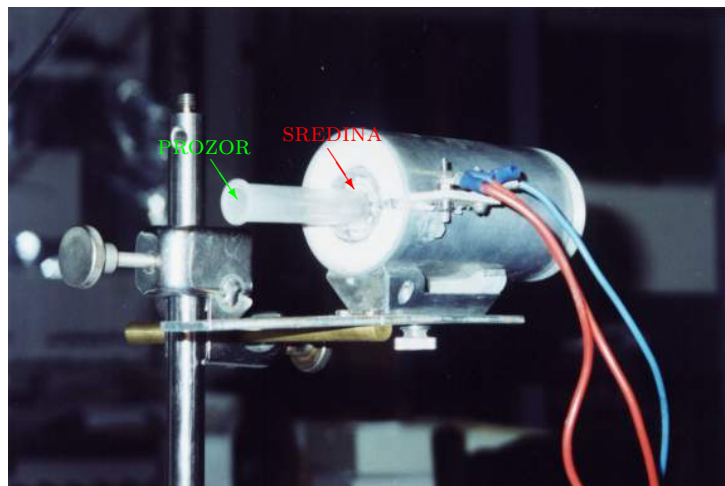
Slika 19: Grotrianov dijagram za rubidij (bez prikaza fine strukture).

7 Rezultati mjerenja

Cilj ovog rada bio je sastaviti eksperimentalni postav za korelaciona mjerenja, kojima će biti moguće provjeriti karakteristike pulseva koje stvara laserski oscilator *Tsunami*, kao i proučiti utjecaj medija na pulseve koji propagiraju njime. Medij, čije je djelovanje na pulseve proučavano, je rubidij (*Rb*). Radi se o elementu koji su 1861. godine otkrili R.W.Bunsen i G.Kirchoff na sveučilištu Heidelberg u Njemačkoj. Do otkrića je došlo spektroskopijom kristala lepidolita. Rubidij je alkalijski metal srebreno-bijele boje i na sobnoj temperaturi je u čvrstom stanju. U kiveti korištenoj u ovom eksperimentu tlak je niži od standardnog, stoga je *Rb* u njoj u tekućem stanju (pri sobnoj temperaturi).

U dva sljedeća poglavlja predstavljeni su rezultati mjerenja korelacije⁴⁹ (poglavlje 7.2), odnosno auto-korelacije (poglavlje 7.1).

⁴⁹U poglavlju 4 uvedena je terminologija kojom pojam *korelacija* označava korelaciju dva različita pulsa (*eng.*, cross-correlation), dok *auto-korelacija* označava korelaciju također dva, ovaj put identična pulsa.



Slika 20: Polovica peći s Rb kivetom. “PROZOR” i “SREDINA” označavaju mjesta na kojima je mjerena temperatura.

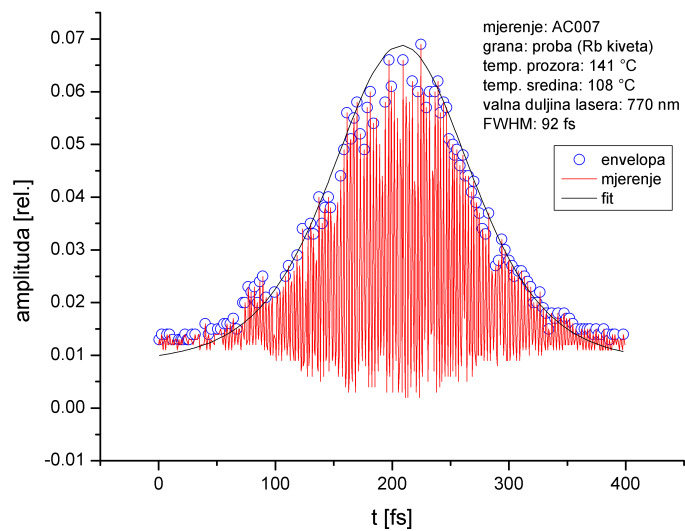
7.1 Rezultati mjerenja auto-korelacije

U ovom poglavlju biti će predstavljeni rezultati mjerenja. Napravljenim postavom (opisanim u poglavlju 6.2) bilo je moguće mjeriti auto-korelaciju pulsa koji je prošao kroz rezonantni medij, (i ta auto-korelacija je nazvana *proba*), kao i auto-korelaciju pulsa bez utjecaja rezonantnog medija, (nazvana je *referenca*). Napravljenim eksperimentalnim postavom nije bilo moguće istovremeno mjeriti probu i referencu, već su one naizmjenično mjerene. Obradeni su podaci mjerenja za koja je izvadak iz laboratorijskog dnevnika prikazan u dodatku A (tablica (5)). Prije svakog mjerenja, izmjerena je referenca kako bi bilo utvrđeno da li je došlo do promjene pulsa na samom izlazu iz oscilatora. Izmjerene su interferencijske auto-korelacije, (proporcionalne već spomenutoj funkciji (95), oblika prikazanog na slici (8a)). Za računanje poluširine interferencijske auto-korelacije potrebno je uzeti u obzir samo gornju envelopu. Envelopa auto-korelacije, (za koju je pretpostavljen sech oblik) uspoređena je sa funkcijom:

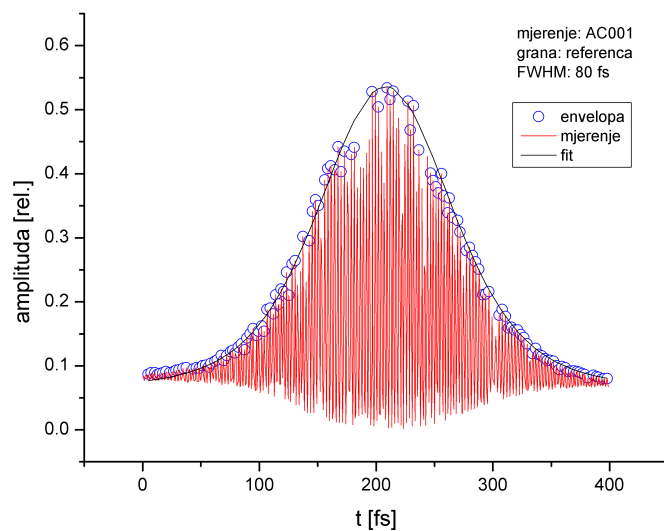
$$G_2(t/\tau_s) = 3 \cdot \frac{3(\tau_s \cosh \tau_s - \sinh \tau_s)}{\sinh^3 \tau_s} + \frac{3(\sinh 2\tau_s - 2\tau_s)}{\sinh^3 \tau_s}, \quad (108)$$

koja je već napisana u tablici (3). Izračunata je poluširina τ_s odnosno poluširina pulsa⁵⁰ $\tau_p = 1.763\tau_s$ (tablica 2). Pomalo izvan očekivanja je bilo širenje profila referentne auto-korelacije koje je prikazano na slikama (21b), (22b), (23b), (24b), (25b) i (26).

⁵⁰poglavlje 4.3

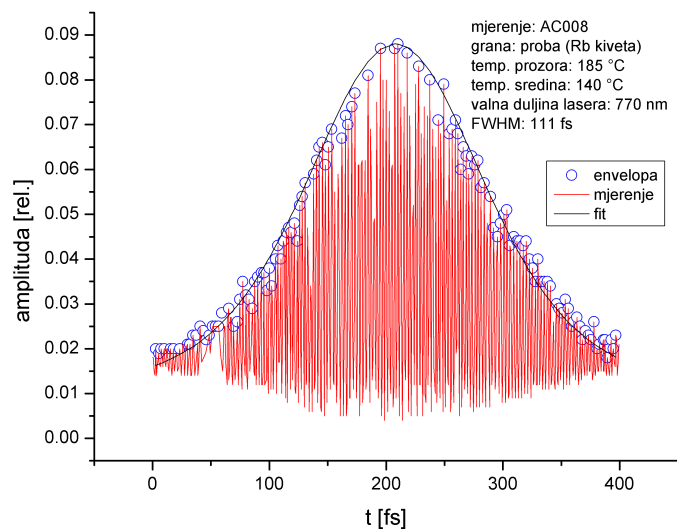


a)

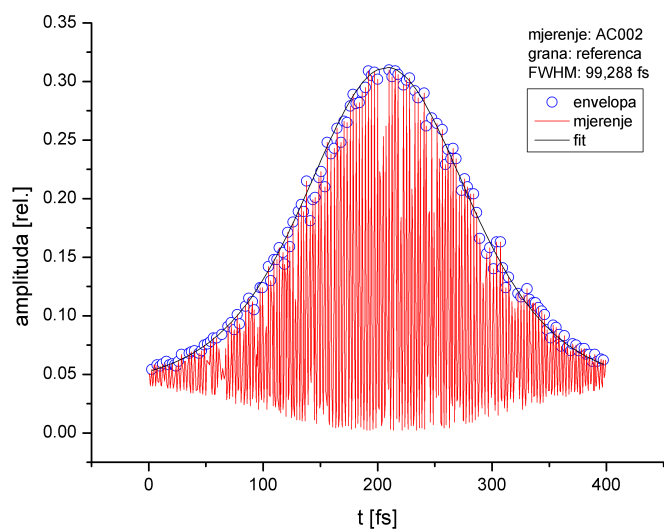


b)

Slika 21: a) izmjerena probna auto-korelacija (AC007) nnni pripadna joj b) referentna auto-korelacija (AC001).

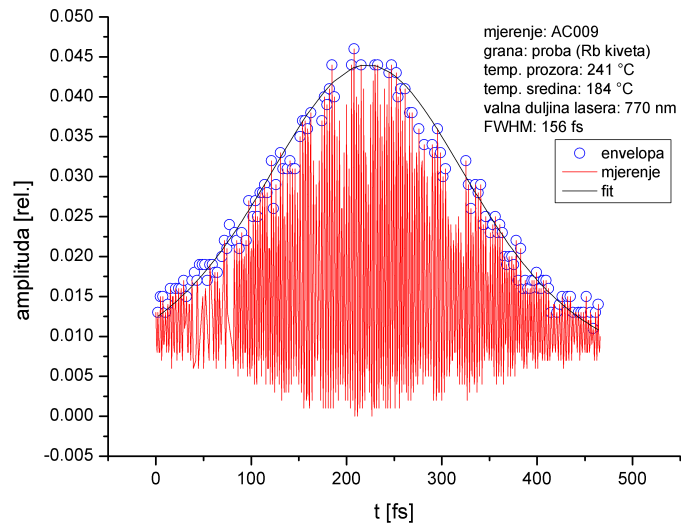


a)

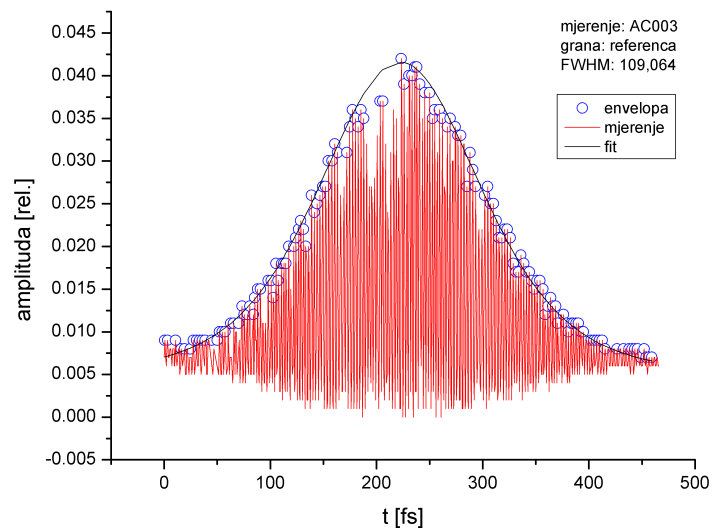


b)

Slika 22: a) izmjerena probna auto-korelacija (AC008) i pripadna joj b) referentna auto-korelacija (AC002).

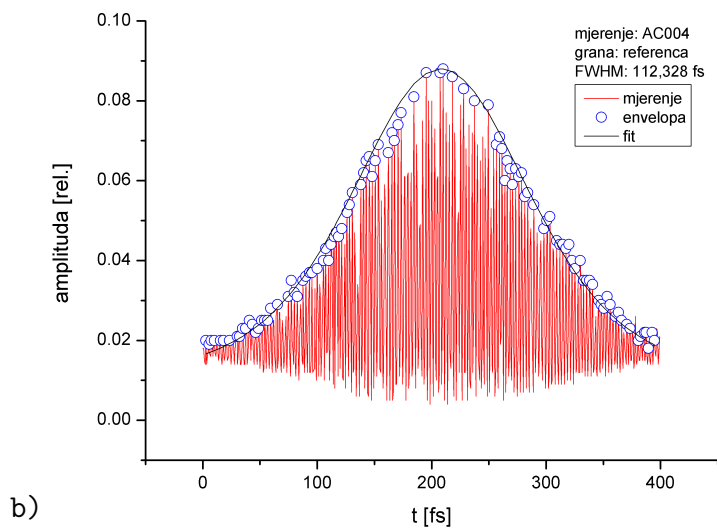
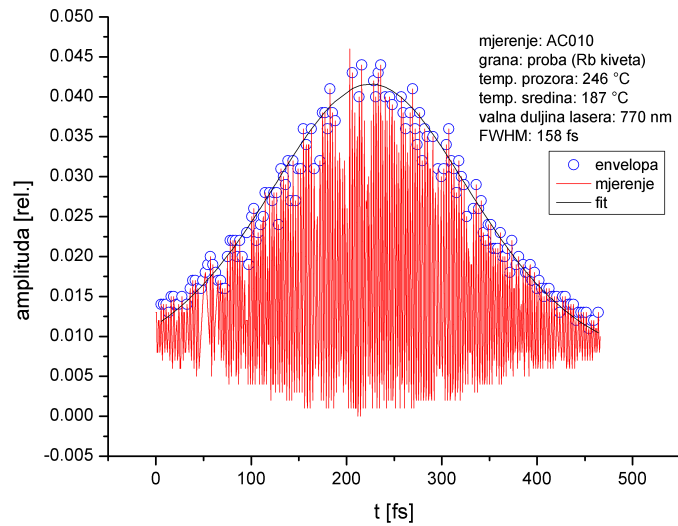


a)

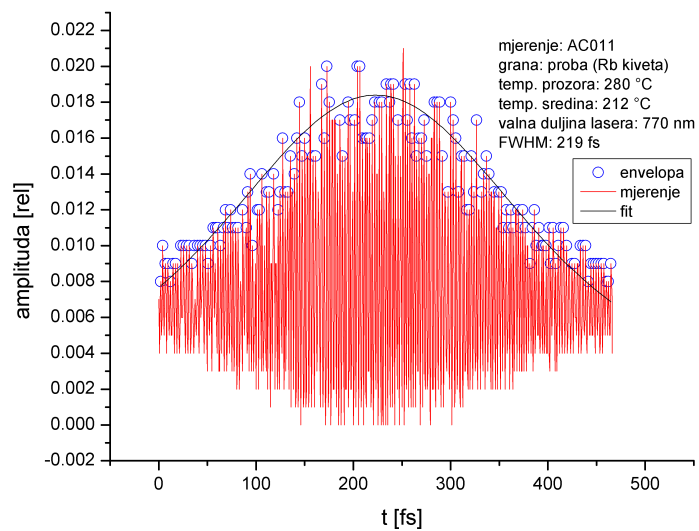


b)

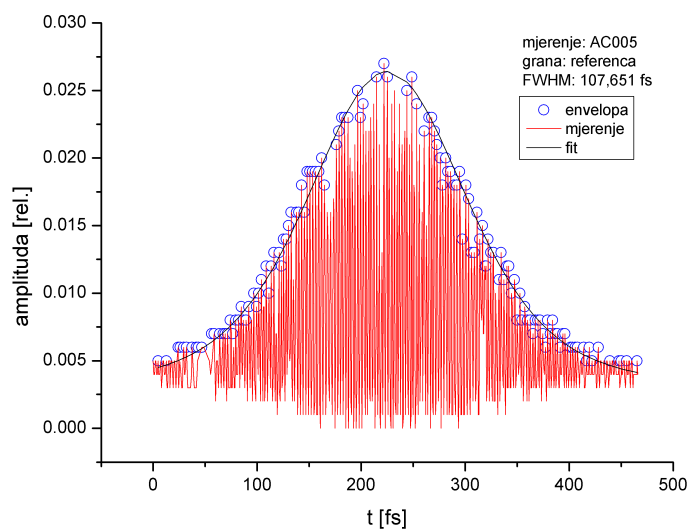
Slika 23: a) izmjerena probna auto-korelacija (AC009) i pripadna joj b) referentna auto-korelacija (AC003).



Slika 24: a) izmjerena probna auto-korelacija (AC010) i pripadna joj b) referentna auto-korelacija (AC004).

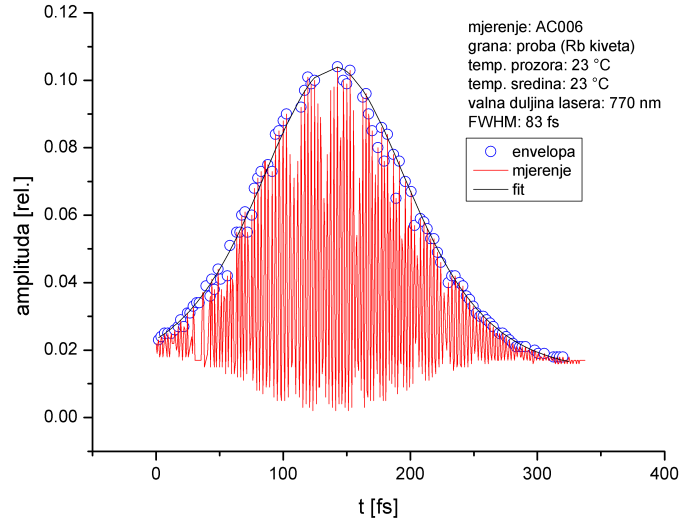


a)



b)

Slika 25: a) izmjerena probna auto-korelacija (AC011) i pripadna joj b) referentna auto-korelacija (AC005).



Slika 26: Izmjerena probna auto-korelacija (AC006). Budući da je mjerena pri sobnoj temperaturi, pretpostavka je da medij nije utjecao na profil pulsa, stoga je ova probna auto-korelacija, (a nazvana je probnom iz razloga što snop prolazi kroz peć), ujedno i referentna auto-korelacija.

Iz tog razloga sve FWHM dobivene iz referentnih auto-korelacija su normalizirane i sa takvim referencama uspoređeno je širenje profila probnih auto-korelacija, prikazanim na slikama (21a)), (22a)), (23a)), (24a)), (25a)) i (26). Usprkos znatnom širenju referentne auto-korelacije i dalje je jasan zaključak kako se povećanjem temperature medija, (u ovom slučaju rubidijevih para), širina pulsa povećava. Korištenjem Nesmeyanove formule, određeni su iznosi koncentracije pare za temperature na kojima su mjerene auto-korelacije:

$$\lg p_{mm\ Hg} = A - \frac{B}{T} + CT + D \lg T \quad , \quad (109)$$

gdje su A, B, C i D koeficijenti koji za Rb atome imaju vrijednosti:

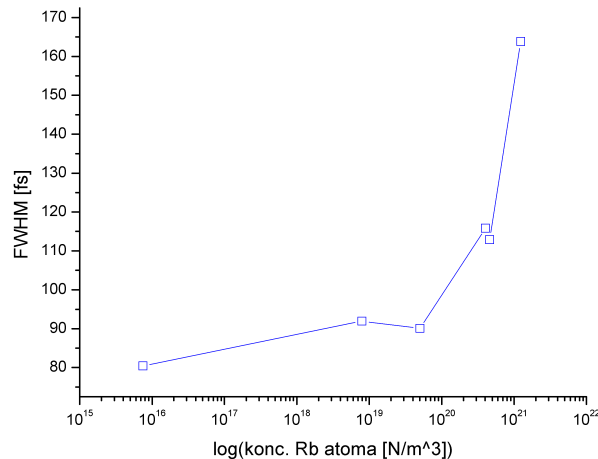
$$A = 15.88253$$

$$B = 4529.635$$

$$C = 0.00058663$$

$$D = -2.99138$$

Uz konstante $R = 8.3145 \text{ J/K mol}$ i $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ čestica/mol}$ i plinske

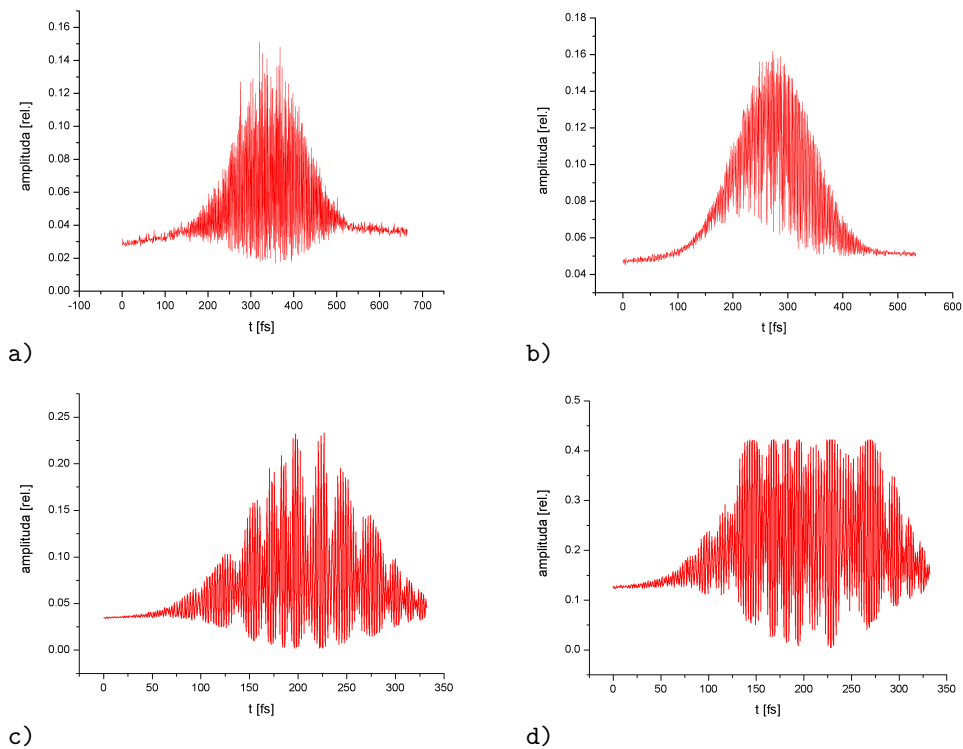


Slika 27: Ovisnost FWHM pulsa o koncentraciji Rb atoma u pari

jednadžbe, koncentracija čestica (po m^3) je dana izrazom:

$$N(T) = \frac{p(T) \cdot 133.3 \cdot N_A}{R \cdot T} \quad (110)$$

Time je omogućeno prikazati ovisnost FWHM pulsa o koncentraciji, (slika 27). Dakle povećanjem temperature u Rb kiveti povećava se koncentracija Rb atoma u pari, a time se povećava i indeks loma. Posljedica je širenje pulsa. To je bila pretpostavka porijekla širenja pulsa, odnosno pretpostavljeno je da je ono posljedica procesa samofazne modulacije (poglavlje 3.2). Tijekom mjerenja dobiveni su razni oblici auto-korelacije. Često je neobičan oblik bio posljedica tehničkih problema. Na slici (28) prikazani primjeri tipičnih oblika loše izmjerene auto-korelacije, uzrokovani eksperimentalnim postavom. Na grafu a) slike (28) jasno se vidi da repovi raspodjele leže na rastućem pravcu. Radi se o problemu da je temperatura u rezonantnom mediju rasla tijekom mjerenja. Graf b) na slici (28) prikazuje gubitak jednog dijela signala. Uzrok takvog oblika je da laserski snopovi unutar interferometra, odnosno njegove grane u kojoj je translator (sanjke), nisu sasvim paralelne, stoga u jednom položaju translatora one pokazuju bolju interferenciju dok u drugom ona slabi. Envelopa je i dalje zadovoljavajućeg oblika, pa je zaključak da desni dio (stražnji dio) predstavlja standardnu interferencijska auto-korelacija danu izrazom (91), dok je u njenom lijevom dijelu (prednjem dijelu) oslabio utjecaj članova (89), (90), te se profil tog dijela približio profilu intenzitetske auto-korelacije. Gubljenje auto-korelacijskog profila javljalo se svakim povećanjem temperature. Snop je mijenjao kut prolaska kroz



Slika 28: *Primjeri tipičnih oblika loše izmjerene auto-korelacije, uzrokovanih eksperimentalnim postavom.*

peć, (kao posljedica, već spomenute promjene indeksa loma usljed povećanja temperature (širenje pulsa)). Radi toga, potrebno je nakon svakog povećanja temperature ponovno usmjeriti snopove na detektor. Na grafu c) slike (28), prikazan je profil autokorelacije na koji čija envelope ima neku vrstu oscilacija, koje su posljedica retrorefleksije u interferometru. Ukoliko je intenzitet svjetla koje pada na detektor prevelik, može doći do rezanja signala, što je prikazano na grafu d) slike (28).

7.2 Rezultati mjerenja korelacije i 0π puls

Za mjerenje korelacije korišten je eksperimentalni postav (opisan u poglavlju 6.3) vrlo sličan postavu za mjerenja opisana u prethodnom poglavlju, no postoje i neke bitne razlike. Prva jasno uočljiva razlika je ta da iz interferometra, na detektor padaju pulsevi različitih karakteristika, budući da je jedan puls prošao kroz rezonantni medij (*Rb* pare), a drugi nije. Druga uočljiva razlika je u tome da su snopovi unutar interferometra razmaknute, no i dalje su paralelni. Na izlasku iz interferometra, laserski snopovi se sijeku na detektoru, čime se dobiva interferencijska korelacija. Oblik tako dobivene interferencijske korelacije vrlo je blizak obliku intenzitetske korelacije, što znači da su članovi dani izrazima (89) i (90) u izrazu kojim je opisana interferencijska korelacija (91), slabog intenziteta. U dodatku A tablici (7) prikazan je izvadak iz laboratorijskog dnevnika. Na slici (29) prikazano je raspadanje korelacije na povišenoj temperaturi. Ovisnost oscilatorne strukture o frekvenciji je pokazana je korelacionim mjerenjima, na istoj temperaturi ($172\text{ }^\circ\text{C}$), koja su prikazana grafovima na slici (30). Naime, na desnom grafu slike (30, frekvencija lasera je 780 nm , (odgovara *Rb* prijelazu $5s - 5p$) i vidljiva je oscilatorna struktura, dok pri istim uvjetima, ali na frekvenciji 770 nm , nema oscilacija, što se vidi na lijevom grafu slike (30). Time je provjereno da se zaista radi o raspadanju pulsa, a ne samo o nekoj loše izmjerenoj auto-korelaciji. Koreliranjem probnog i referentnog pulsa, stvorena je oscilatorna struktura korelacijskog profila, (opisana u poglavlju 3.2) koja je karakteristična za 0π pulseve [4]. Za teorijski opis oscilatorne strukture je korištena funkcija [4] koja opisuje puls koji izlazi iz *Rb* pare:

$$E(z, t) = \Re \left\{ e^{-i\omega_0 t} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathcal{E}}(0, \omega) e^{-i\omega t} e^{-\alpha z/2} e^{inz(\omega+\omega_0)/c} d\omega \right\} , \quad (111)$$

gdje je električno polje ulaznog pulsa dano sa:

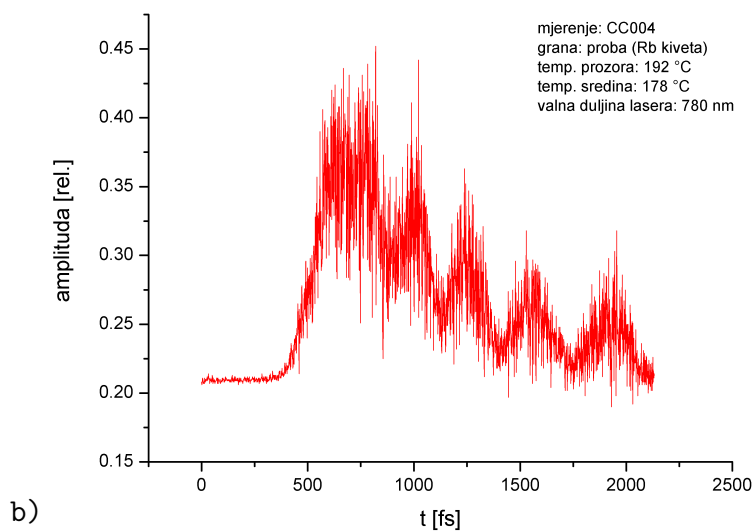
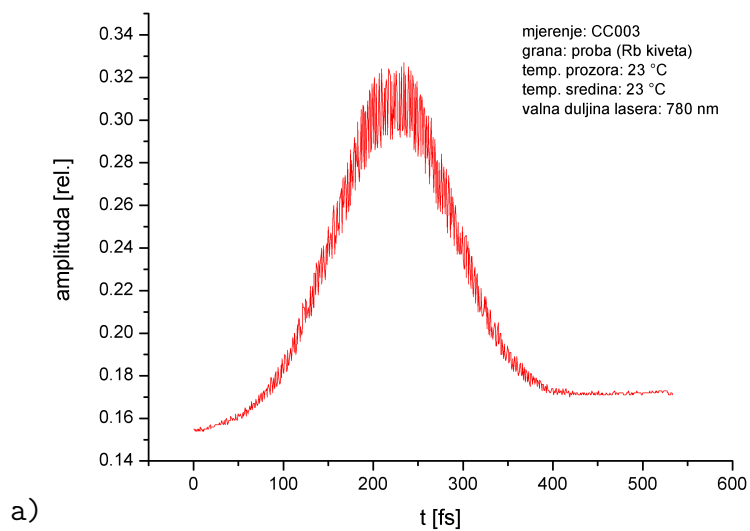
$$E(z = 0, t) = \Re \left\{ \mathcal{E}(0, t) \cdot e^{-i\omega_0 t} \right\} , \quad (112)$$

odnosno:

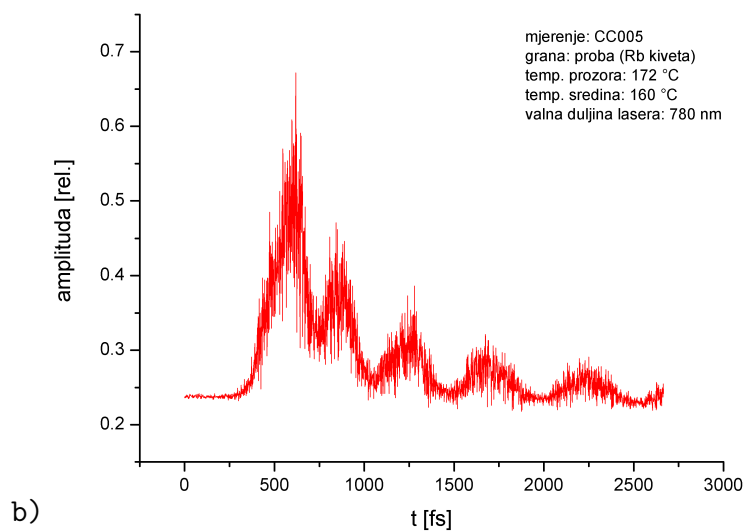
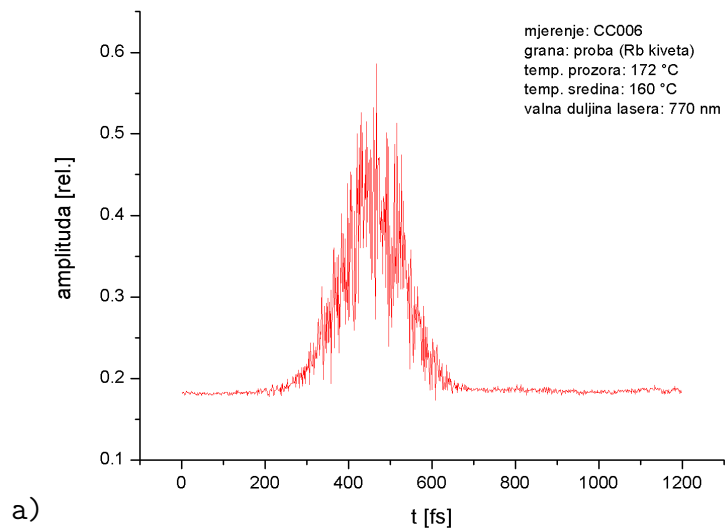
$$\tilde{\mathcal{E}}(0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \cdot \mathcal{E}(0, t) dt \quad (113)$$

U izrazu (111), rezonantni koeficijent apsorpcije α i indeks loma n su parametri ovisni o frekvenciji, a ω_0 predstavlja rezonantnu frekvenciju vala nosioca. Uz oznaku za dipolni moment atomskog prijelaza μ , iz izraza (111) slijedi da je površina pulsa dana izrazom:

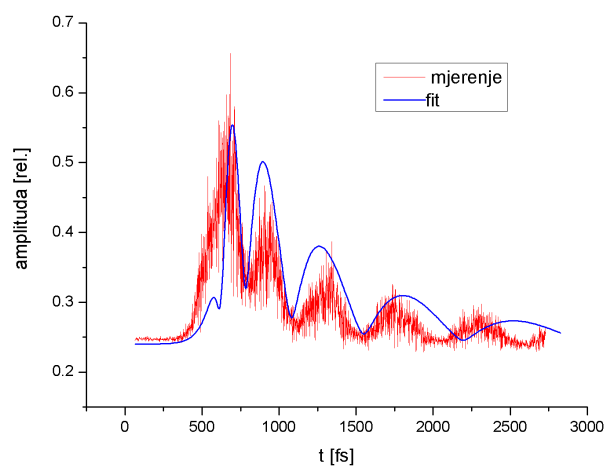
$$\begin{aligned} \theta(z) &= \frac{\mu}{\hbar} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(z, t) dt \right| = \frac{\mu}{\hbar} \left| \tilde{\mathcal{E}}(z, t) \right| \\ &= \frac{\mu}{\hbar} \left| \tilde{\mathcal{E}}(0, 0) \cdot e^{-\alpha_0 z/2} \right| = \theta(0) \cdot e^{-\alpha_0 z/2} \end{aligned}$$



Slika 29: *Raspadanje korelacije (0π -puls), na rezonantnoj frekvenciji uslijed povećanja temperature. a) Na sobnoj temperaturi nije uočljiva oscilatorna struktura, dok b) na povišenim temperaturama dolazi do raspadanja pulsa.*



Slika 30: *Raspadanje korelacije (0π -puls), u ovisnosti o frekvenciji, pri povišenoj temperaturi. a) Na frekvencijama koje nisu rezonantne nije uočljivo raspadanje, dok je b) na rezonantnoj frekvenciji vidljiva oscilatorna struktura.*



Slika 31: *Usporedba izmjerene oscilatorne strukture (CC005) s teorijskim modelom [4], [2].*

Usporedba mjerenja s modelom opisanim gornjim izrazima je prikazana na slici (31). Cilj je bio identificirati oscilatornu strukuru korelacije kao posljedicu postojanja 0π -puls. Usporedbom napravljenog mjerenja s mjerenjima i teorijom danim u [4], [2] moguće je pretpostaviti da se radilo o takvom pulsu.

8 Zaključak

Ideja kojom je započet ovaj rad bila je izrada korelatora, njegova primjena i upoznavanje s tehnikama korelacionih mjerenja, što je uspješno obavljeno. Prvi je bio izrađen auto-korelator (opisan u poglavlju 6.2). Premda se radi o jednostavnom uređaju, baziranom na Michelsonovom interferometru, samo sastavljanje uređaja je komplicirano. Shema na slici 17 vjerno prikazuje napravljeni postav, te je vidljivo kako inače jednostavan uređaj, zbog uvjeta koje postavlja praktična izvedba eksperimenta, postaje kompliciran. Justiranje uređaja je ipak najteži i ujedno najvažniji dio kod sastavljanja navedenog eksperimentalnog postava. Između svakog mjerenja auto-korelacije bilo je nužno dodatno justiranje. Na osnovu iskustva stečenog izradom korelatora moguće je pretpostaviti da bi korelator, tj. interferometar manjih dimenzija i sastavljen na autonomnoj ploči (umjesto direktnog pričvršćivanja zrcala na optički stol), imao bolje karakteristike, odnosno justiranje bi bilo jednostavnije (snopovi imaju konačan presjek, stoga ukoliko prelaze kraći put, narušavanje njihove paralelnosti ima manji utjecaj na mjerenje), zauzimao bi manje prostora u cjelokupnom eksperimentalnom postavu i bio bi manje osjetljiv na vibracije. Također, korištenje Mach-Zenderovog interferometra, (kakav se često koristi za korelaciona mjerenja) umjesto Michelsonovog je praktičniji izbor, jer je u takvoj montaži lakše postići paralelnost snopova, kao i nepostojanje retrorefleksije koja je stvarala nepoželjnu interferenciju na detektoru. Nužna je i automatizacija temperaturne kontrole, s obzirom na veliku osjetljivost korelacijskih profila na promjene temperature rezonantnog medija. Mjerenja auto-korelacije bila su uspješna (poglavlje 7.1). Primjećeno je širenje pulsa njegovim prolaskom rezonantnim medijem, što je bilo i očekivano. Manje očekivano bilo je širenje referentnog pulsa, što ukazuje na nestabilnost izvora pulseva (laserski oscilator *Tsunami*) koja je veća od očekivane. Upravo to ukazuje na potrebu korištenja auto-korelatora tijekom mjerenja kako bi bile uočene takve nestabilnosti. Za konkretno napravljen mjerena to znači korištenje dva autonomna auto-korelatora, kojima bi probni i referentni puls bili istovremeno mjereni, a ne naizmjenično, kako je rađeno u predstavljenim mjerenjima. Vrlo korisni su i opisi “neuspjelih” auto-korelacionih profila, te njihova analiza, (također spomenuta u ovom radu), budući da se radi o karakterističnim oblicima, čije poznavanje znači i njihovo brzo otklanjanje. Izrada korelatora (opisana u poglavlju 6.3), također je bila uspješna. Za razliku od auto-korelatora, snopovi unutar interferometra su razmaknuti, (no i dalje paralelni), čime su dobiveni bolji rezultati, no time su neki članovi (fazni) interferencijske korelacije oslabili, čime se profil interferencijske korelacije približio profilu intenzitetske korelacije. Premda je napravljenim postavom bilo predviđeno mjerenje auto-korelacije, (kojom

bi kao i kod prethodnih mjerenja bio provjerena stabilnost profila pulseva koji izlaze iz laserskog oscilatora), to nije bilo moguće zbog prevelikih problema prilikom justiranja. Naime, postav za mjerenje korelacije i postav za mjerenje auto-korelacije imali su neke zajedničke dijelove, te se je justiranjem jednog uređaja remetilo justiranje drugog. Upravo je zato zaključak da je za mjerenje auto-korelacije nužan autonoman uređaj. Ipak, mjerenjima koelacije primjećeno je stvaranje 0π -pulsa. Nažalost, zbog kvara opreme nije bilo moguće napraviti opsežnija mjerenja 0π -pulseva, te napraviti detaljniju analizu, no s obzirom da je cilj bio samo uspostavljanje eksperimentalog uređaja i upoznavanje s metodama mjerenja korelacije, detektiranje stvaranja 0π -pulsa je zadovoljavajući rezultat. Cjelokupan rad dao je zadovoljavajuće i očekivane rezultate. Uspostavljeni su eksperimentalni uređaji i stečeno je iskustvo u primjeni metoda korelacionih mjerenja, što je dragocjeno za daljnje istraživanje fenomena primjenom femtosekundne laserske spektroskopije.

A Dodatak

datum mjerenja	24.02.05.	24.02.05.	24.02.05.	24.02.05.	24.02.05.	24.02.05.
mjerenje No.	1	2	3	4	5	6
napon na peći [V]	0	20	25	30	30	33
temp. peći (prozora) [°C]	23	141	185	241	246	280
temp. peći (sredina) [°C]	23	108	140	184	187	212
valna duljina lasera [nm]	770	770	770	770	770	770
broj koraka sanjki	700	800	900	1000	1000	1100
dužina koraka sanjki [μm]	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
datoteka za probnu auto-kor.	AC006	AC007	AC008	AC009	AC010	AC011
datoteka za referentnu auto-kor.		AC001	AC002	AC003	AC004	AC005

Tablica 5: Izvadak iz laboratorijskog dnevnika auto-korelacijskih mjerenja.

datoteka	am	pomak	c	am _{num}	pomak _{num}	c _{num}	FWHM	FWHM _{norm.}
AC001	0.067	45	208	$6.500E - 02$	45.644	206.73	80.459	1.000
AC002	0.039	56	208	$3.800E - 02$	56.326	209.94	99.288	1.234
AC003	0.0052	60	222	$4.984E - 03$	61.872	223.54	109.064	1.356
AC005	0.0032	60	225	$3.218E - 03$	61.07	221.98	107.651	1.338
AC006	0.013	47	140	$1.300E - 02$	46.887	138.52	82.651	82.651
AC007	0.0086	47	208	$7.960E - 03$	52.174	207.15	91.969	91.969
AC008	0.011	60	208	$1.000E - 02$	63.045	210	111.132	90.057
AC009	0.0055	87	222	$5.298E - 03$	88.52	221.42	156.039	115.114
AC010	0.0054	97	225	$5.002E - 03$	89.409	226.35	157.606	116.270
AC011	0.0023	115	223	$2.176E - 03$	124.37	226.39	219.232	163.855

Tablica 6: Parametri envelope auto-korelacijskih profila, prikazanih na slikama (21), (22), (23), (24), (25) i (26). U stupcima su prikazani vrijednosti parametara koji su korišteni u matematičkoj obradi. Predzadnja kolona prikazuje dobivene poluširine pulseva, dok zadnja kolona prikazuje normalizirane poluširine pulseva.

datum mjerenja	12.05.05.	12.05.05.	12.05.05.	12.05.05.
mjerenje No.	1	2	3	4
napon na peći [V]	0	25	23	23
temp. peći (prozora) [°C]	23	192	172	172
temp. peći (sredina) [°C]	23	178	160	160
valna duljina lasera [nm]	780	780	780	770
broj koraka sanjki	800	1600	2000	900
dužina koraka sanjki [μm]	0.1	0.2	0.2	0.2
datoteka	CC003	CC004	CC005	CC006

Tablica 7: Izvadak iz laboratorijskog dnevnika korelacijskih mjerenja.

Literatura

- [1] S.L. McCall, E.L. Hahn, *Phys.Rev.*, **183**,457,(1969)
- [2] M.D. Crisp, *Phys.Rev.A*, **1**,1604,(1970)
- [3] W. Demtröder, *Laser Spectroscopy, Basic Concepts and Instrumentation*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, (1982)
- [4] J.E. Rothenberg, D. Grischovsky, A.C. Balant , *Phys.Rev.Lett.*, **53**,552,(1984)
- [5] J.A.I. Oksanen, V.M. Helenius, J.E.I. Kroppi-Tommola, *Rev.Sci.Instrum.*, **64(9)**,2706,(1993)
- [6] J.C. Diels, W. Rudolph, *Ultrashort Laser Pulse Phenomena*, Academic Press, San Diego, New York, Boston, London, Sydney, Tokyo, Toronto, ISBN 0-12-215492-4, (1996)
- [7] D.T. Reid, M. Padget, C. McGowan, W. Sleat, W. Sibbet , *Opt.Lett.*, **22**,233,(1997)
- [8] Z. Kalmann, S. Bratke, W. Hartmann, *Phys.Rev.A*, **59**,814,(1999)
- [9] P. Wasylczyk, *Rev.Sci.Instrum.*, **72(4)**,2221,(2001)
- [10] S.T. Cundiff, J. Ye, *Rev.Mod.Phys.*, **75**,325,(2003)
- [11] *Tsunami*, Mode-locked Ti:sapphire Laser, User's Manual, Part Number 0000-232A, Rev. D, (June 2002)
- [12] M.A. Bouchene, *Phys.Rev.A*, **66**,065801,(2002)

- [13] N. Dudovich, D. Oron, Y. Silberberg, *Phys. Rev. Lett.*, **88(12)**, 123004, (2002)
- [14] D. Meschede, *Optic, Light and Lasers*, WILEY-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, Weinheim, ISBN 3-527-40364-7, (2004)