OBIČNI I FORMALIZIRANI JEZIK U LOGICI[i]

Na nekolikim jednostavnim primjerima iz uvodnoga tečaja simbolične logike želim naznačiti što se događa kada rečenice običnoga jezika prevodimo na logički jezik te kakav dobitak iz toga proizlazi.

I.

Standardna logika prvoga reda (elementarna) mnogo toga što u običnom jeziku može biti važno, isključuje, briše, i svodi samo na formalni, apstraktni, upravo logički smisao. Evo nekolikih najjednostavnih primjera za to, poznatih već iz prvih susreta s modernom logikom:

a) Izrazi za *suprotnost*, neočekivanje, dopuštanje, čuđenje i sl. (‘a’, ‘ali’, ‘nego’, ...) svode se na ‘$\wedge$’ (‘i’), kao u sljedećem primjeru. Rečenicu ‘Padala je kiša, ali smo ipak, usprkos tomu, otišli na kupanje’ možemo prevesti, tj. svesti samo na ‘P $\wedge$ K’ (s ‘P’ za ‘Padala je kiša’ i ‘K’ za ‘Otišli smo na kupanje’).

b) Logika često nije osjetljiva na *poredak* u običnom jeziku, iako on u takovu jeziku može biti važan zbog isticanja, ritma i sl. Npr. i rečenica ‘Ako je vrijeme sunčano, otići ćemo na kupanje’ i rečenica ‘Otići ćemo na kupanje ako vrijeme bude sunčano’ prevedljive su s ‘S $\rightarrow$ K’ (S: Vrijeme je sunčano, K: Otići ćemo na kupanje).

c) Rečenice običnoga jezika mogu sadržavati *dvosmislenost*, koja se često može razriješiti iz konteksta (cijela rečenica, okolni tekst, situacija u kojoj se govori). To je primjerice slučaj s uključnim, odnosno isključnim ‘ili’. Međutim, u prijevodu na logički jezik, nazovima ga $\mathcal{L}$, ta se dvosmislenost može razriješiti izričito, unutar same rečenice. Stoga, prevodeći rečenicu ‘Kupit ću jogurt ili vrhnje’, odmah treba birati između ‘$J \vee V$’ i ‘$\neg(J \leftrightarrow V)$’ (J: Kupit ću jogurt, V: Kupit ću vrhnje). Također, ‘ili’ može biti izraz sinonimnosti (‘iliti’), pa dobivamo i treću mogućnost, upravo ‘$(J \leftrightarrow V)$’ (ako ne raščlanjujemo jednostavne iskaze).

d) U prijevodu na $\mathcal{L}$ gubi se i mnogo toga što se u običnom jeziku tek *podrazumijeva*. Događa se npr. da logičkoga smisla ima i pogodba koja je u običnom jeziku besmislena. Npr. u običnom jeziku podrazumijevamo da je prednjak (antecedent) posrednik *pomoću* kojega je posljedak (konsekvent) istinit, kao u sljedećoj rečenici:

Ako pada snijeg, hladno je.

Istinitost glavne rečenice ‘Hladno je’ slijedi iz stanja stvari da pada snijeg. No u običnom su jeziku rečenice

Ako je vrijeme sunčano, $2+2=4$

Ako $2+2\neq4$, vrijeme je sunčano

besmislene jer ne možemo reći da istinitost rečenice ‘$2+2=4$’ slijedi iz toga da je vrijeme sunčano, niti istinitost rečenice ‘Vrijeme je sunčano’ iz toga da $2+2\neq4$.

Stoga bi nas vrlo nas začudilo kada bi netko u običnom razgovoru izrekao gornje pogodbe. Općenito, izričući pogodbene rečenice u običnom jeziku, podrazumijevamo da je prednjak posrednik pomoću kojega je posljedak istinit.

No u logici možemo od toga podrazumijevanja apstrahirati i zadržati samo čisti formalni pojam slijeda sadržan u tom podrazumijevanju: ako je prednjak istinit, istinit je i posljedak. Prednjak i posljedak dva su međusobno neovisna iskaza sa svojim istinitosnim vrijednostima (koji, slučajno, mogu biti i u nekoj konkretnoj smislenoj svezi). Sada gore navedene dvije rečenice nisu ni najmanje neobične ni besmislene, nego svaka od njih postaje istinitom pogodbom. Isključujući podrazumijevanje, dobili smo najveću doslovnost, karakterističnu za formalizirani jezik.

Ali isto tako, ono što nam u običnom jeziku izgleda jednostavno i samorazumljivo (npr. brojevni izrazi kao ‘dva’, ‘barem dva’, ‘najviše dva’ i sl), može imati, barem prema prvome dojmu, neočekivano složenu logičku strukturu. Npr.

Opstoje samo tri oceana

možemo prevesti s

$$\exists x \exists y \exists z\ ((Ox \wedge Oy \wedge Oz) \wedge \neg(x \neq y \vee x \neq z \vee y \neq z) \wedge \forall w\ [Ow \rightarrow (w=x \vee w=y \vee w=z)])$$

ako je predmetno područje (p. p., domena) = predmeti na Zemlji (neformalno smo ispustili zagrade za udruživanje konjunkata i disjunkata u parove). Moguć je i nešto kraći, ali možda isprve manje intuitivan prijevod s dvopogodbom.

Kako primjeri pokazuju, prijevodom na $\mathscr{L}$ iz rečenica običnoga jezika izlučujemo logički oblik. Dobivena rečenica jezika $\mathscr{L}$ samo je logički isječak rečenice običnoga jezika, koja značenjski može biti i puno bogatija od svoga logičkoga isječka. Katkad iz takova prijevoda proishodi neobična (čak isprve nerazumljiva) jednostavnost, a katkad neočekivana složenost. Ono što čini da nas ishod svođenja na logički smisao katkad iznenađuje, to su naša očekivanja, navike, predmnjeve, ugrađeni u priopćavanje običnim jezikom, koja usvajamo već kada kao djeca počinjemo učiti jezik. Prevođenje na $\mathscr{L}$ vodi nas iza toga samorazumljivoga okružja i u tom je smislu ono prvi korak u filozofiju i znanost općenito.

II.

Zadržimo se sada na jednotnoj priročnoj (monadičnoj predikatnoj) logici i na rečenicama logičkoga kvadrata. Zamislimo da netko kaže ovu rečenicu:

Sva su arapska slova na ovoj stranici plava.

Je li ta rečenica istinita? Tu smo u nedoumici jer nas rečenica navodi na pomisao da na ovoj stranici doista *ima* arapskih slova. Čak bismo mogli pomisliti da se onaj tko tako govori, šali, ili da je nešto pomiješao, ili nešto slično. Naše pitanje o istinitosti te rečenice ostaje u zraku kao bespredmetno.

Međutim, već je na temelju poznavanja elementarne logike jasno da će ta rečenica biti istinita prevedemo li ju na $\mathcal{L}$:

$$\forall x\ (Ax \rightarrow Px)$$

pri čemu p.p.= pojavci slovâ na stranici na kojoj se prvi put javlja rečenica ‘Sva su arapska slova na ovoj stranici plava’ (A: biti arapsko slovo, P: biti plav). Prođemo li redom sve predmete na spomenutoj stranici (sva slova koja se na njoj javljaju), uočavamo da prednjak ne vrijedi (nije zadovoljen) ni za jedan predmet (tj. nijedno slovo na spomenutoj stranici nije arapsko), pa dakle pogodba:

$$Ax \rightarrow Px$$

vrijedi (zadovoljena je) za svaki predmet (analogno istinitosnoj tablici za pogodbu). Prema tome je iskaz istinit. No to je protuintuitivno, suprotno očekivanju. U običnome jeziku podrazumijevamo da opseg pojma “arapsko slovo” u rečenici kao što je gornja, nije prazan[ii]:

$$\exists x\ Ax$$

Zbog izostanka takova podrazumijevanja i neki zaključci koji vrijede u običnom jeziku (i u tradicionalnoj logici), u modernoj logici gube valjanost:

$$\frac{\text{Svi su zmajevi opasni.}}{\text{Neki su zmajevi opasni.}}$$

prestaje biti valjan zaključak kada premisu i zaglavak prevedemo na $\mathcal{L}$:

$$\dfrac{\forall x\, (Zx \rightarrow Ox)}{\exists x\, (Zx \wedge Ox)}$$

Naime, premisa samo tvrdi za bilo koji predmet, ako je to zmaj, da je i opasan. A odatle još ne slijedi i to da neki opasan zmaj opstoji.

Uočimo na tim primjerima da podmet i prirok (*S* i *P*) u običnom jeziku i u tradicionalnoj logici nisu sasvim ravnopravni pojmovi. *S* ima ulogu neposrednoga referenta na predmete (obilježavatelja, denotatora), dok se *P* tek pomoću njega, posredno, odnosi na predmete. (To i naznačuju sami nazivi ‘podmet’ i ‘prirok’). Stoga u Vennovu dijagramu za obično i tradicionalno shvaćanje iskaza u krug za *S* uvijek treba ucrtati križić i isključiti iz razmatranja njegovo brisanje. Dobar je primjer za to obrat iskaza ***e***. Kad *P*, nakon obrata, postane *S* (‘Nijedan *P* nije *S*’), taj bivši *P* dolazi pod pretpostavku opstojnosti (u dijagramu ga već čeka križić):

Moderna je logika podrazumijevanje opstojnosti svela na najmanju mjeru, i oslobodila ju je ovisnosti o danoj rečenici. Tu se samo općenito podrazumijeva opstojnost nekoga, bilo kojega predmeta, tj. podrazumijeva se da je predmetno područje koje imamo na umu neprazno. Koji su to predmeti, sasvim je neovisno o rečenicama i o pojmovima koji se u njima javljaju. To uopće ne moraju biti predmeti u opsegu podmeta ili priroka dotične rečenice. To je stvar našega slobodnoga *izbora*, izbora *tumačenja*. Tumačenje je *funkcija* $\mathcal{I}$, koja, uz ostalo, izrazu ‘svi’ (‘$\forall$’) pridružuje neku vrijednost $\mathcal{I}(\forall)$ (kao što neku vrijednost pridružuje, npr., i svakomu priroku). Time je ipak očuvana valjanost zaključaka u kojima iz $\forall x\ \varphi$ slijedi $\exists x\ \varphi$ (ako je φ formula).

Sada se podmet i prirok logički više ne razlikuju. Podmet je postao samo još jednim prirokom; svi su pojmovi svedeni na priroke. Podrazumijeva se samo da varijable nisu bez nekoga predmeta kao svoje moguće vrijednosti, pa možemo reći da je podrazumijevanje opstojnosti pomaknuto sa *S* na predmetnu varijablu (zapravo je varijabla postala podmetom).

Budući da je funkcija $\mathcal{I}$ neovisna o samim rečenicama na koje se odnosi, na isti skup rečenica možemo primijeniti bezkonačno mnogo različitih takovih funkcija ($\mathcal{I}_1$, ..., $\mathcal{I}_n$) i na taj način ispitivati semantična svojstva toga skupa (valjanost, zadovoljivost itd.). To nam pokazuje kako je, općenito, izraz u modernoj logici razdvojen od značenja (oblik od sadržaja, sintaksa od semantike) - daleko više nego u običnom (i općenito u naravnom) jeziku.

Oslobađajući nas podrazumijevanja (sadržaj kojega varira u ovisnosti o konkretnoj rečenici), karakterističnoga za obični jezik (i tradicionalnu logiku), standardni logički jezik prvoga reda kao što je $\mathcal{L}$ vodi nas na općenitiju i apstraktniju razinu.

Pripomenuli smo da nije tek postavljanje predmetnoga područja nego da je i pridruživanje opsega prirocima jezika $\mathcal{L}$ stvar našega slobodnoga izbora (izbora funkcije $\mathcal{I}$). Na svoj način sličnu razinu općenitosti postiže i tradicionalna logika shematiziranjem konkretnih rečenica običnoga jezika: porabom shematskih slova (često ih se smatra varijablama) za iskaze i priroke, koja pokazuju mjesto kamo se konkretni iskaz ili prirok uvršćuje.

III.

Za običan je jezik bilježita i poraba imena i određenih opisa (npr. ‘najveći hrvatski otok’). Njihova poraba u običnome jeziku podrazumijeva da opstoji predmet na koji se odnose. Stoga nas npr. i rečenica ‘Pegaz je krilat’ prenosi u svijet grčke mitologije kao da je stvaran, a Pegaz nešto opstojeće, kao što nas, slično, rečenice nekoga romana prenose u svijet toga romana. Gramatički je sasvim u redu i rečenica kao što je

Sadašnji je francuski kralj ćelav,

iako se ne odnosi na neki opstojeći predmet. Ali jer se opstojnost francuskoga kralja ipak na neki način njome podrazumijeva, ta bi rečenica mogla npr. biti izrečena u šali, iz neznanja i sl. No je li ta rečenica istinita ili neistinita? Ne bismo isprve možda rekli ni jedno ni drugo, i to upravo zboga toga jer nedostaje predmet na koji se odnosi opis ‘sadašnji francuski kralj’. No tada se taj opis čini logički neuhvatljivim jer svaka rečenica jezika $\mathcal{L}$ ima istinitosnu vrijednost. Ako pak kažemo da je gornja rečenica neistinita, slijedi da bi istinita trebala biti rečenica ‘Sadašnji francuski kralj nije ćelav’; no ni s njome se ne možemo složiti. Pomoć nam pruža Russellova teorija opisa kojom rečenicu kao što je gornja, možemo svesti na okvire standardne logike prvoga reda.[iii] Prema toj teoriji gornju rečenicu možemo prevesti ovako:

$$\exists x\ ([Fx \wedge \forall y\ (Fy \rightarrow y=x)] \wedge Cx)$$

s 'F' za 'biti sadašnji francuski kralj' i s 'C' za 'biti ćelav'. (Kao i u slučaju s brojem tri, ima i kraći prijevod, s dvopogodbom). Gornjim je prijevodom rečenica dobila svoju istinitosnu vrijednost – neistinu (jer nema predmeta koji zadovoljava uvjet naveden iza '$\exists x$'). Opstojnosno je podrazumijevanje kao takovo isključeno a opstojnost je postala izričitom (pomoću '$\exists x$').[iv] Nijek te rečenice nije 'Sadašnji francuski kralj nije ćelav', '$\exists x\ ([Fx \wedge \forall y\ (Fy \rightarrow y=x)] \wedge \neg Cx)$', nego 'Ništa nije ćelavi sadašnji francuski kralj', '$\neg\exists x\ ([Fx \wedge \forall y\ (Fy \rightarrow y=x)] \wedge Cx)$', što je istinito.

Ime običnoga jezika možemo prevoditi imenom, tj. predmetnom konstantom jezika $\mathcal{L}$, i to ako opstojnost imenovanoga predmeta nije samo podrazumljena nego ako želimo reći da predmeti o kojima je riječ, doista opstoje. No uvijek, i kad se opstojnost imenovanoga predmeta samo podrazumijeva, možemo primijeniti Russellov postupak za određene opise. Jezik $\mathcal{L}$ može biti i bez predmetnih konstanata. Stoga

Pegaz je krilat

ne moramo prevesti npr. s 'Kp' (K: biti krilat, p: Pegaz), ako smatramo da Pegaz ne opstoji, nego to možemo učiniti i ovako:

$$\exists x\ ([Px \wedge \forall y\ (Py \rightarrow y=x)] \wedge Kx)$$

Ime (pojedinačni pojam) ‘Pegaz’ pretvorili smo u prirok (opći pojam) ‘biti pegaz’ (ili ‘pegazirati’).[v]

Na gornji način možemo, što se tiče pojedinačnih pojmova, iz logike sasvim izključiti opstojnosno podrazumijevanje, a primjenjivati samo izričitu opstojnost. Kao jedini pojedinačni pojam možemo zadržati samo varijable. Opisni aspekt kako određenih opisa tako i imenâ prenesen je na opće pojmove, tj. na priroke.

Iz svega što smo rekli o pojedinačnim i općim pojmovima i o postupku s njima, može se naslutiti da će nam logika pružati i sredstva za iščitavanje *ontologije*. Naznačimo samo sljedeće. Budući da smo simbole koji se odnose na predmete, mogli svesti na vezanu varijablu i prirok, možemo, u skladu s Quineom, na dva načina fomulirati što znači biti (“bitak”) – jednom s aspekta pojedinačnosti te reći da biti jest biti vrijednost vezane varijable, a drugi put s aspekta općosti i reći da biti jest biti obilježen (denotiran) prirokom.

IV.

Neograničena poraba priroka ‘istinit’ i ‘neistinit’ u običnom jeziku, pa i mogućnost njihove primjene na rečenice istoga toga jezika, vodi u *antinomije*. U običnom jeziku rečenica

3 je veće od 2

jest istinita. Jednako tako u takovu jeziku i rečenica

Rečenica ‘3 je veće od 2’ jest istinita

jest istinita. Isti prirok ‘istinit’ uporabili smo za neku rečenicu i za rečenicu o toj rečenici. Ako je to moguće onda je moguća i sljedeća rečenica:

Rečenica u ovom retku jest neistinita.

Ako je ta rečenica neistinita, onda je, jer ona upravo to i kaže o sebi, ta rečenica istinita. A ako je istinita, onda je istinito upravo to što sama kaže, naime, da je neistinita. Zapali smo u antinomiju (“lažljivac”).

Da bismo antinomiju izbjegli možemo uvesti (relativno) razlikovanje jezikâ prema razinama pri čem svakomu jeziku odgovara pojam istine pripadan upravo tomu jeziku. Rečenica ‘3 je veće od 2’ pripada prvoj razini: predmetnomu jeziku. Kad govorimo o toj rečenici da je istinita te kažemo ‘‘3 je veće od 2’ jest istinito’, već smo u metajeziku i uporabili smo pojam istine pripadan metajeziku. Kad i o toj metajezičnoj rečenici želimo reći da je istinita te kažemo ‘‘‘3 je veće od 2’ jest istinito’ jest istinito’, tada smo u metametajeziku i uporabili smo novi pojam istine pripadan metametajeziku. Nijedan od tih jezika nije univerzalan (npr. ne govori o istinitosti vlastitih rečenica), nego fragmentaran. Tako je i formalizirani logički jezik $\mathcal{L}$ tek jedan osobit isječak običnoga jezika.[vi]

Da zaključimo. Prevođenje rečenica običnoga jezika na logički jezik svođenje je njihova smisla na logički smisao. No to je samo metodologijsko svođenje na najapstraktniju, početnu točku, na koju se zatim postupno može nadograđivati. Primjerice, u logici *višega* reda uz pojedinačne predmete i priroke o njima (kao u elementarnoj logici) uvodimo i više razine predmetâ i priroke o predmetima tih viših razina. Stoga se uz varijable za pojedinačne predmete i pokoličavanje tih varijabla javljaju i varijable više razine (piročne varijable) kao i njihovo pokoličavanje. S druge strane, *modalna* logika uvodi djelatelje za nužnost i mogućnost i razmatra rečenice kroz moguće (međusobno dostupne ili nedostupne) svjetove. Kao modalnosti mogu se uvesti, primjerice, i obvezatnost i dopuštenost (deontična logika) ili znanje i vjerovanje (epistemična logika), a kao oblik modalne logike može se izgraditi i vremena logika, itd.[vii] Na te i druge načine logika se postupno može širiti sve do pune filozofijske problematike i sve do teologije.

[i] Tekst je načinjen prema predavanju ‘Obični i formalizirani jezik u logici’ održanome 9. svibnja 1998. prigodom Prvoga državnoga natjecanja iz logike u Crikvenici.
[ii] O tom podrazumijevanju u iskazima logičkoga kvadrata usp. npr. P. Strawson, *Introduction to Logical Theory* (Oxford, 1952), pogl. 6./III.
[iii] B. Russell, ‘On Denoting’ (1905.) (u *Logic and Knowledge*, London, 1956). i A. N. Whitehead, B. Russell, *Principia mathematica*, I (1910, 1925) (Cambridge, UK, 1957), str. 66-71, 173-186.
[iv] O smislu i porabi rečenica s određenim opisom u običnom jeziku usp. npr. P. Strawson, ‘On Referring’ (u *Logico-linguistic Papers*, London, 1971). No zbog značenjskih razlika koje nastaju primjenom Russellove teorije opisâ, Strawson je mislio da tu teoriju treba smatrati pogrješnom.
[v] Usp. W. V. Quine, ‘On What There Is’ (u *From the Logical Point of View*, Cambridge, Mass., , 1961); hrvatski prijevod: ‘O onome što jest’ (u Z. Šikić, *Novija filozofija matematike*, Beograd, 1987).
[vi] Usp. A. Tarski, ‘The Concept of Truth in Formalized Languages’ (1933., 1935.) (u A. Tarski, *Logic, Semantics, Metamathematics*, Indianapolis, 1983). Na tehnički mnogo manje zahtjevan način nego u gornjem članku Tarski je tu teoriju iznio u člancima ‘The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantics’, *Philosophy and Phenomenological* Research, 4 (1944) 341-376 i ‘Truth and Proof’, *Scientific American*, 220, 6 (1969) 63-77.
Spomenimo da Quine, kad zadržava univerzalni jezik, uvodi hijerarhiju pojmova istine (istina$_0$, istina$_1$, istina$_2$ itd.), a umjesto posebnoga logičkoga jezika primijenjuje logičko ustrojavanje (“regimentaciju”) univerzalnoga jezika pomoću logičkih shema (usp. u *Pursuit of Truth*, izmj. izd., Cambridge, Mass., 1992 i ‘Immanence and Validity’ u *Selected Logic Papers*, proš. izd., Cambridge, Mass., 1995; logiku v. u *Methods of Logic*, 4. izd., Cambridge, Mass., 1982, a filozofiju jezika, iako je poslije u nekim aspektima izmijenjena, u *Word and Object*, Cambridge, Mass., 1960, usp. i hrvatski prijevod *Riječ i predmet*, Zagreb, 1999.).
[vii] O filozofijskim aspektima modalne logike usp., primjerice, S. Kripke, *Naming und Necessity*, Cambridge, Mass., 1980, kao i S. Kripke, ‘Identity and Necessity’ (u M. Munitz, ur., *Identity and Individuation*, New York, 1971) i prijevod ‘Istovjetnost i nužnost’ (u N. Miščević, M. Potrč, ur., *Kontekst i značenje*, Rijeka, 1987).