

Biserka Runje

Predavanja iz kolegija
TEORIJA I TEHNIKA MJERENJA

Zagreb, 2014.

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. OSNOVNI POJMOVI U MJERITELJSTVU	2
3. MJERNE POGREŠKE	7
3.1. Sustavne pogreške.....	7
3.1.1. Geometrijske pogreške 1. i 2. reda.....	8
3.1.2. Linearna pogreška	12
3.1.3. Sustavna pogreška zbog utjecaja temperature	13
3.2. Slučajne pogreške	14
3.2.1. Točnost i preciznost	17
3.3. Grube pogreške	18
3.3.1. 3s test	18
3.3.2. Grubbov test	19
3.3.3. Dixonov test.....	20
4. MJERNA NESIGURNOST	22
4.1. Proračun mjerne nesigurnosti GUM metodom	22
4.1.1. Mjerni model.....	22
4.1.2. Određivanje standardnih nesigurnosti.....	23
4.1.3. Određivanje sastavljene standardne nesigurnosti	26
4.1.3.1. Nekorelirane ulazne veličine.....	26
4.1.3.2. Korelirane ulazne veličine	27
4.1.4. Određivanje proširene nesigurnosti	28
4.2. Proračun mjerne nesigurnosti MCS metodom.....	29
5. PROCJENA KVALITETE MJERNOG SUSTAVA.....	34
5.1. Procjena sposobnosti mjernog sustava R&R	34
5.1.1. Procjena R&R metodom aritmetičkih sredina i raspona.....	36
6. UTJECAJ KVALITETE MJERNOG SUSTAVA NA PROCJENU SPOSOBNOSTI PROCESA	43
6.1. Općenito o sposobnosti procesa	43
6.1.1. Indeksi sposobnosti procesa.....	43
6.2. Utjecaj varijacije mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa C_p	44
7. ISPITIVANJE HRAPAVOSTI TEHNIČKIH POVRŠINA.....	48
7.1. Normizacija.....	48
7.3. Osnovni pojmovi i definicije.....	51
7.3.1. Parametri hrapavosti	57
7.3.1.1. Amplitudni parametri.....	57
7.3.1.2. Uzdužni parametri.....	58
7.3.1.3. Hibridni parametri.....	59
7.3.1.4. Krivoljni i srodni parametri	60
7.3.2. Odabir parametara.....	62

8. Odstupanje od oblika i položaja	63
8.1. Odstupanje od pravocrtnosti i ravnosti	63
8.1.1. Metode ispitivanja ravnosti tehničkih površina	64
9. LITERATURA	70

1. UVOD

Mjerenje je proces eksperimentalnoga dobivanja jedne ili više vrijednosti veličine koje se mogu razumno pripisati veličini. Svrha svakog mjerenja je određivanje vrijednosti mjerene veličine. Kako mjerenja nisu savršena zbog djelovanja slučajnih utjecaja (slučajne pogreške) i zbog ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja (sustavne pogreške) mjerni rezultat samo je aproksimacija ili procjena vrijednosti mjerene veličine. Upravo su kroz matematički model mjerenja, kojim se skup ponovljenih mjerenja pretvara u mjerni rezultat, uključene različite utjecajne veličine koje nisu točno poznate i potrebno ih je procijeniti. Nedostatak znanja o utjecajnim veličinama, promjene rezultata u uvjetima ponovljivosti ili obnovljivosti te nesigurnost pridružena matematičkom modelu doprinosi nesigurnosti mjernog rezultata. Sve naznačene mjeriteljske pojmove potrebno je moći opisati i kvantificirati statističkim parametrima, metodama i alatima. Definicije mjeriteljskih pojmova preuzete su iz *Mjeriteljskog rječnika*, *Vodiča za procjenu mjerne nesigurnosti* i norme *ISO 5725 – Ponovljivost i obnovljivost rezultata mjerenja*.

Točna i precizna mjerenja su nasušna potreba u svim područjima ljudske djelatnosti. U suvremenoj proizvodnji potreba za što uspješnijom kontrolom procesa postaje neizbježna zbog neprestanog rasta kompleksnosti tehničkih sustava u industriji. U skladu s time, raste uporaba statističkih metoda i alata koje između ostalog uključuju alate za procjenu kvalitete mjernog sustava i alate za procjenu sposobnosti procesa. Ukoliko se želi doći do spoznaje o stvarnoj sposobnosti procesa, mjerni sustav mora biti u mogućnosti detektirati odstupanja procesa ili proizvoda koji se prati.

Danas je neophodno potrebno poticati istraživanja i razvoj u području mjerenja i ispitivanja, izobrazbu i prijenos znanja te podizati svijest o važnosti mjerenja i ispitivanja.

2. OSNOVNI POJMOVI U MJERITELJSTVU

Definicije, pojmovi i pridruženi nazivi koji se upotrebljavaju u mjeriteljstvu dani su u nastavku.

Mjeriteljstvo (metrologija) je znanost o mjerenju i njegovoj primjeni. Mjeriteljstvo obuhvaća sve teoretske i praktične aspekte mjerenja bez obzira na njihovu mjernu nesigurnost i područje primjene.

Mjerenje je proces eksperimentalnoga dobivanja jedne ili više vrijednosti veličine koje se mogu razumno pripisati veličini.

Mjerni rezultat (rezultat mjerenja) je skup vrijednosti veličine koje se pripisuju mjerenoj veličini zajedno sa svim drugim dostupnim bitnim podacima. Mjerni se rezultat općenito izražava jednom vrijednošću mjerene veličine i mjernom nesigurnošću. Ako se mjerna nesigurnost smatra zanemarivom za neku svrhu, mjerni se rezultat može izraziti kao pojedinačna izmjerena vrijednost veličine. U mnogim područjima to je uobičajeni način izražavanja mjernog rezultata.

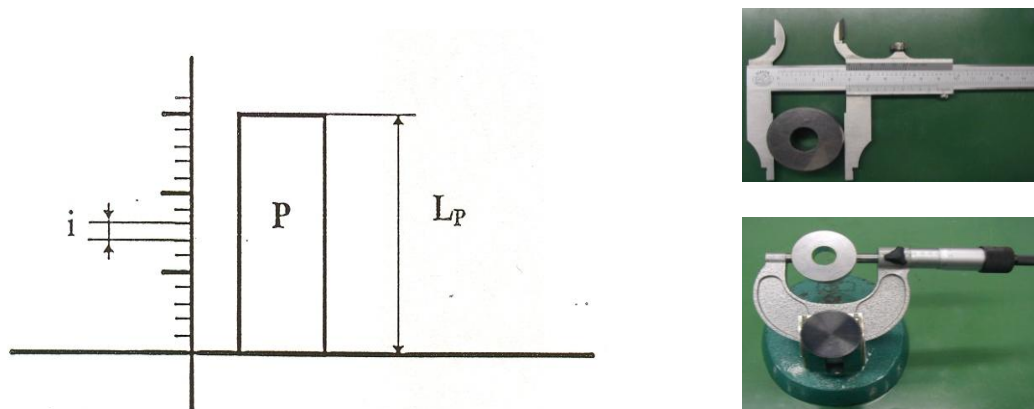
Mjerna nesigurnost je parametar pridružen rezultatu mjerenja koji opisuje rasipanje vrijednosti koje bi se razumno moglo pripisati mjerenoj veličini. Riječ "nesigurnost" znači sumnju i, prema tomu, u najširem smislu "mjerna nesigurnost" znači sumnju u valjanost mjernog rezultata.

Mjerni sustav je skup od jednog ili više mjerila i često drugih uređaja prilagođen da daje podatke koji se upotrebljavaju za dobivanje izmjerenih vrijednosti veličine specificirane vrste u specificiranim intervalima veličina. Osnovni elementi mjernog sustava su predmet mjerenja, mjeritelj, mjerni postupak, okolina i vrijeme u kojem se provodi mjerenje.

Mjerni postupak je detaljan opis mjerenja u skladu s jednim ili više mjernih načela i danom mjernom metodom, na temelju mjernog modela i uključujući svaki izračun kako bi se dobio mjerni rezultat.

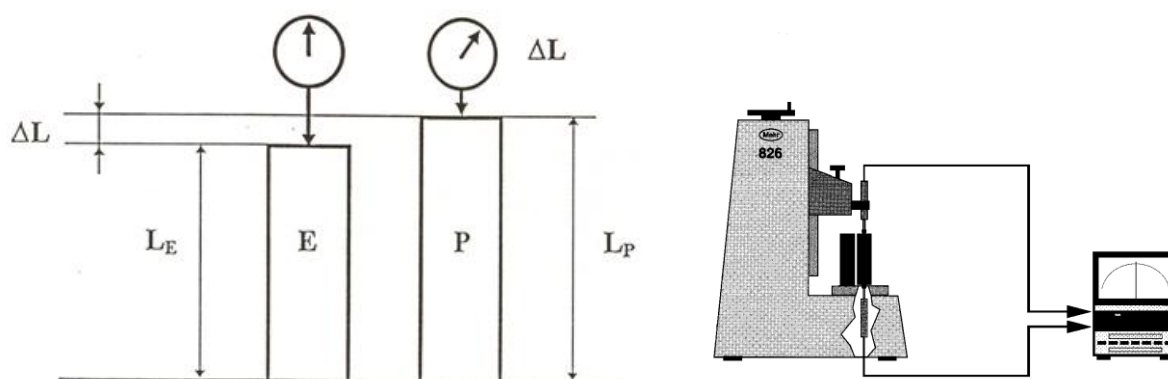
Mjerna metoda (metoda mjerenja) je opći opis smislene organizacije postupaka koji se upotrebljavaju u mjerenju.

Metoda u kojoj se vrijednost mjerene veličine određuje izravno, bez mjerenja drugih veličina funkcijski povezanih s mjernom veličinom naziva se izravna ili direktna mjerna metoda (Slika 1).



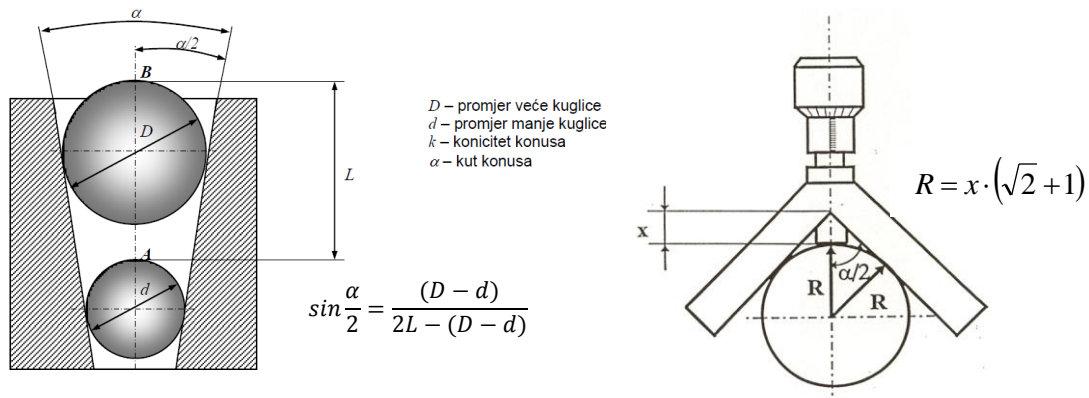
Slika 1. Primjeri izravnog mjerenja

Metoda u kojoj se mjerena veličina uspoređuje s istovrsnom veličinom poznate vrijednosti, malo različitom od mjerene veličine, a mjeri se razlika tih dviju vrijednosti naziva se diferencijska ili usporedbena metoda (Slika 2).



Slika 2. Primjer usporedbene metode mjerenja

Metoda u kojoj se vrijednost mjerene veličine određuje mjerenjem drugih veličina što su s njom funkcijski povezane naziva se posredna mjerna metoda (Slika 3).



Slika 3. Primjeri posredne metode mjerenja

Mjerno jedinstvo

Mjerno jedinstvo je stanje kada se mjerni rezultati, izraženi u zakonitim jedinicama, mogu s utvrđenim mjernim nesigurnostima dovesti u vezu s referencijskim etalonima.

Sastavnice mjernog jedinstva mogu se navesti kako slijedi:

- mjeriteljska infrastruktura
- međunarodni sustav jedinica SI
- etalon
- umjeravanje
- sljedivost.

Mjeriteljska infrastruktura

Mjeriteljska infrastruktura podrazumijeva temelj mjeriteljstva. Ona se u većini zemalja sastoji od nacionalnih mjeriteljskih ustanova, imenovanih nacionalnih laboratorija i ovlaštenih laboratorija pri čemu se teži da oni budu imenovani akreditacijom, potvrđivanjem ili ocjenjivanjem od njima ravnopravnih stručnjaka.

Međunarodni sustav jedinica SI

Međunarodni sustav jedinica je sustav temeljen na sedam osnovnih veličina: duljina, masa, vrijeme, električna struja, termodinamička temperatura, količina tvari i svjetlosna jakost. Međunarodni sustav jedinica je 1960. godine prihvatila Generalna konferencija za utege i

mjere (*Conference Generale des Poids et Mesures, CGPM*) te je istovremeno odlučeno da će kratica tog sustava na svim jezicima biti SI, prema izvornom nazivu na francuskom jeziku *Système International*.

Etaloni

Mjerni etalon je stvarna mjera, mjerilo, referentna tvar ili mjerni sustav namijenjen za određivanje, ostvarivanje, čuvanje ili obnavljanje jedinice jedne ili više vrijednosti neke veličine kako bi mogao poslužiti kao referenca. Etalon je ostvarenje definicije dane veličine s iskazanom vrijednošću veličine i mjerne nesigurnosti. Vrste mjernih etalona dane su u tablici 1.

Tablica 1. Vrste mjernih etalona

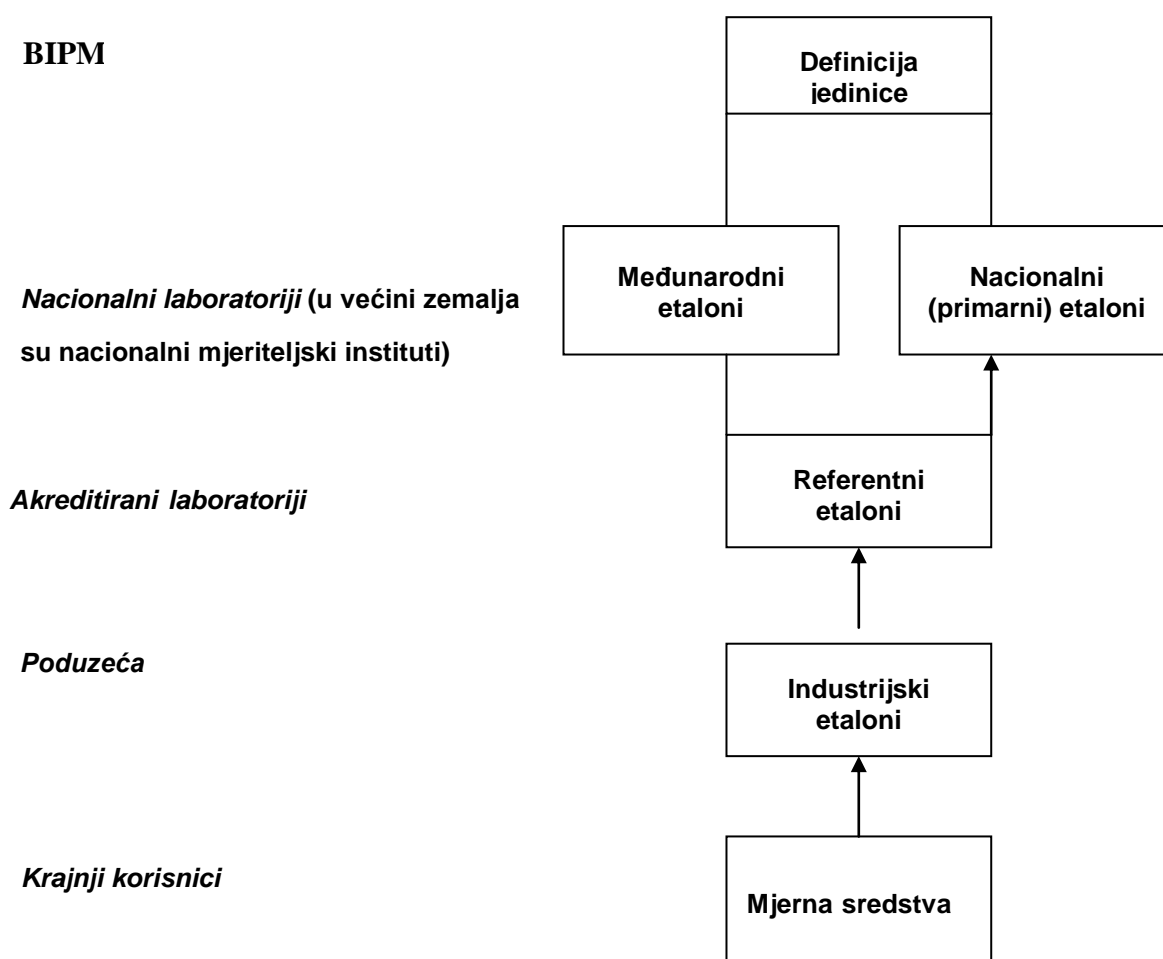
Međunarodni mjerni etalon	-etalon priznat međunarodnim dogovorom da bi služio kao međunarodna osnova za dodjeljivanje vrijednosti drugim etalonima određene veličine.
Državni mjerni etalon	-mjerni etalon priznat odlukom državne vlasti da služi u toj državi ili gospodarstvu kao temelj za dodjelu vrijednosti veličine drugim mjernim etalonima za dotičnu vrstu veličine.
Primarni mjerni etalon	-mjerni etalon uspostavljen uporabom primarnog mjernog postupka ili stvoren kao predmet odabran dogovorom.
Sekundarni mjerni etalon	-mjerni etalon uspostavljen umjeravanjem u odnosu na primarni mjerni etalon za veličinu iste vrste.
Referentni mjerni etalon	-mjerni etalon određen umjeravanje drugih mjernih etalona za veličine dane vrste u danoj organizaciji ili na danoj lokaciji.
Radni mjerni etalon	-mjerni etalon koji se redovito upotrebljava za umjeravanje ili ovjeravanje mjerila ili mjernih sustava.
Prijenosni mjerni etalon	-mjerni etalon, često posebne konstrukcije, koji je namijenjen za prijenos na različita mjesta.

Umjeravanje

Skup postupaka kojima se u određenim uvjetima uspostavlja odnos između vrijednosti veličina koje pokazuje neko mjerilo ili mjerni sustav ili vrijednosti koje pokazuje neka materijalizirana mjera ili neka referencijska tvar i odgovarajućih vrijednosti ostvarenih etalonima.

Sljedivost

Sljedivost je svojstvo mjernog rezultata kojim se rezultat dovodi u vezu s navedenim referencijskim etalonima (državnim ili međunarodnim) korištenjem neprekinutih lanaca umjeravanja od kojih svako umjeravanje doprinosi utvrđenoj mjernoj nesigurnosti. Lanac sljedivosti (Slika 4) je neprekidan lanac usporedaba, od kojih svaka ima utvrđenu mjernu nesigurnost. Time se osigurava da mjerni rezultat ili vrijednost etalona bude povezana s referentnim etalonima na višoj razini.



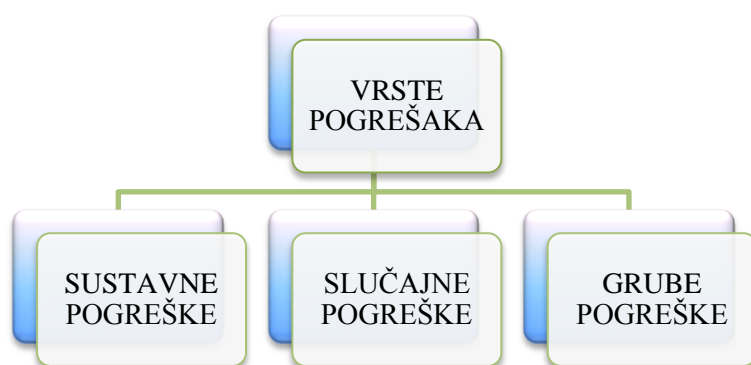
Slika 4. Lanac sljedivosti

3. MJERNE POGREŠKE

Pogreška mjerenja se definira kao razlika između izmjerene vrijednosti veličine i referentne vrijednosti veličine.

$$\text{POGREŠKA} = \text{POGREŠNO} - \text{TOČNO}$$

Pogreške se prema uzroku nastajanja dijele na sustavne, slučajne i grube pogreške.



Slika 5. Vrste pogrešaka

3.1. Sustavne pogreške

Sustavne pogreške u tijeku ponovljenih mjerenja iste veličine ostaju stabilne ili se mijenjaju na predvidiv način. Nastaju kao posljedica neodgovarajuće metode mjerenja, loše konstrukcije, deformacija i istrošenosti mjernih uređaja što dovodi do netočnosti rezultata mjerenja (Slika 6).

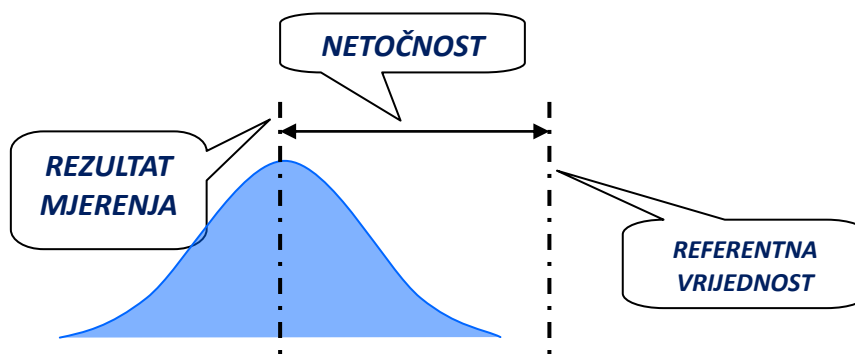


Slika 6. Sustavna pogreška

Obilježja sustavnih pogrešaka:

- Izmjerene vrijednosti odstupaju od prave vrijednosti.
- Uzrokovane su poznatim uzrocima koji se moraju ukloniti.
- Postoji funkcijska veza između mjerene vrijednosti i pogreške.
- Poznatog su iznosa te se njihovo djelovanje na mjerni rezultat može smanjiti korekcijom rezultata mjerenja.
- Dovode do netočnosti rezultata.

Netočnost se definira kao razlika između dobivenog rezultata mjerenja i referentne vrijednosti.



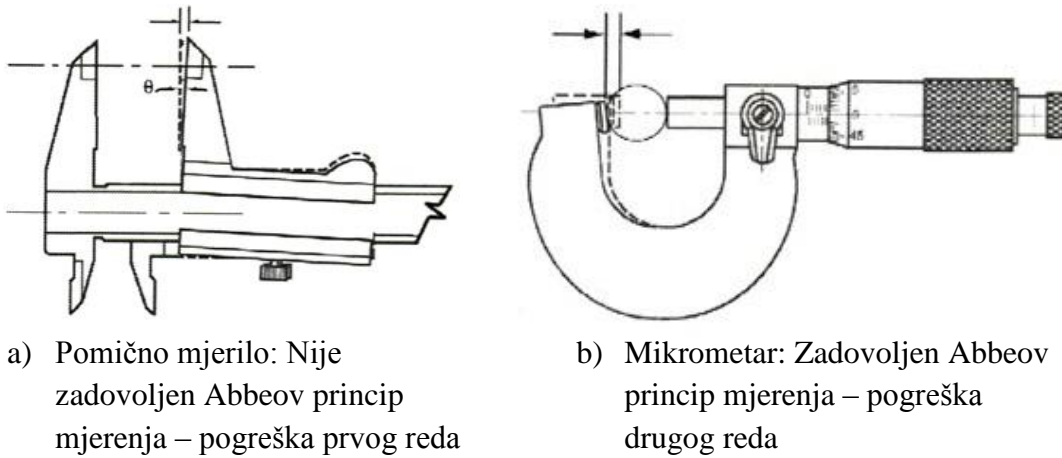
Slika 7. Netočnost

Referentna vrijednost je vrijednost koja služi kao dogovorena referenca za mjernu vrijednost, a može biti utvrđena na osnovi srednje vrijednosti rezultata više mjerenja provedenih mjernom opremom više razine točnosti.

Primjeri sustavnih pogrešaka navedeni su u nastavku teksta.

3.1.1. Geometrijske pogreške 1. i 2. reda

Geometrijske pogreške se javljaju zbog neparalelnosti mjernih površina mjernog instrumenta ili uređaja. Pogreška prvog reda ili tzv. Abbeova pogreška najznačajnija je po iznosu i javlja se kod instrumenata kod kojih se predmet mjerenja ne nalazi u nastavku mjerne skale (Slika 8a). Kod instrumenata kod kojih se predmet mjerenja nalazi u nastavku mjerne skale zbog neparalelnosti mjernih površina javlja se pogreška drugog reda (Slika 8b).



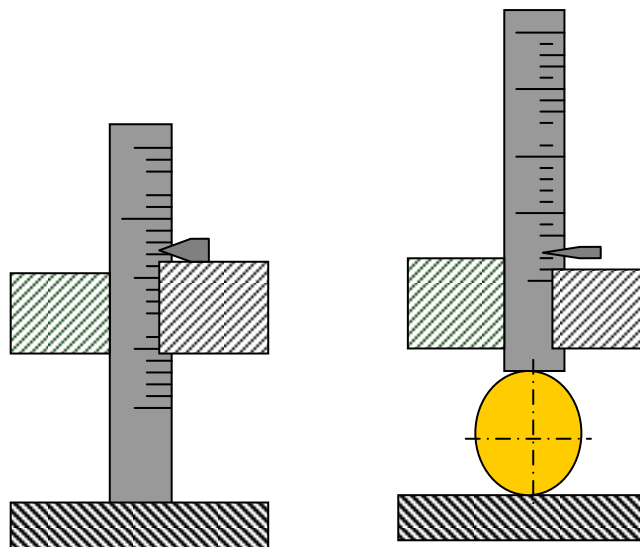
Slika 8. Geometrijske pogreške 1. i 2. reda

Može se zaključiti da je Abbeov princip mjerenja zadovoljen kod mjerenja mikrometrom, dok to nije slučaj kod mjerenja pomičnim mjerilom.

Abbeov princip mjerenja (Slika 9) glasi:

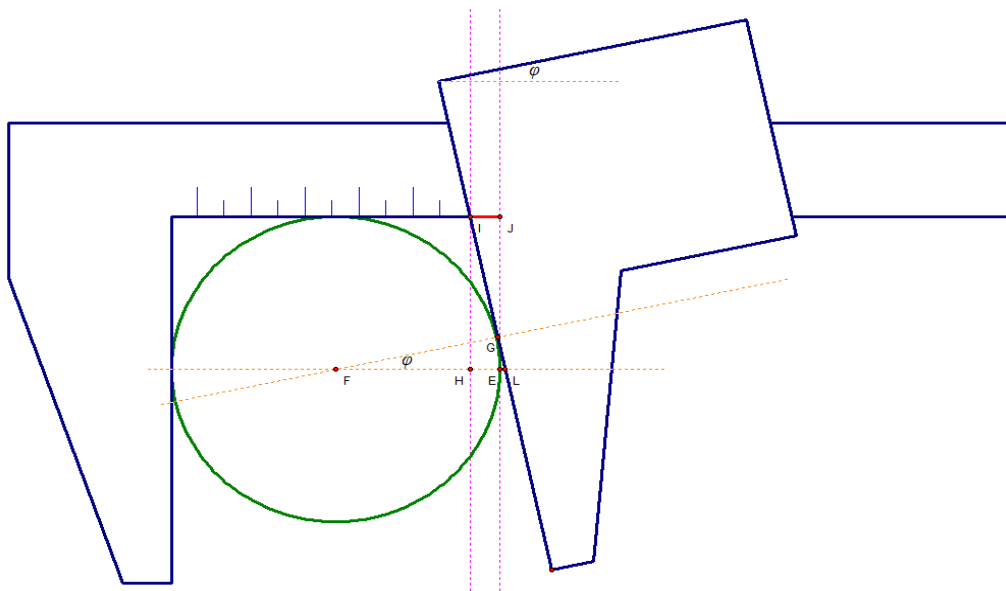
U cilju uklanjanja pogrešaka 1. reda potrebno je da se predmet mjerenja nalazi u produžetku mjerne skale.

Pogreške 1. reda su najveće po iznosu i imaju dominantnu ulogu.



Slika 9. Abbeov princip mjerenja

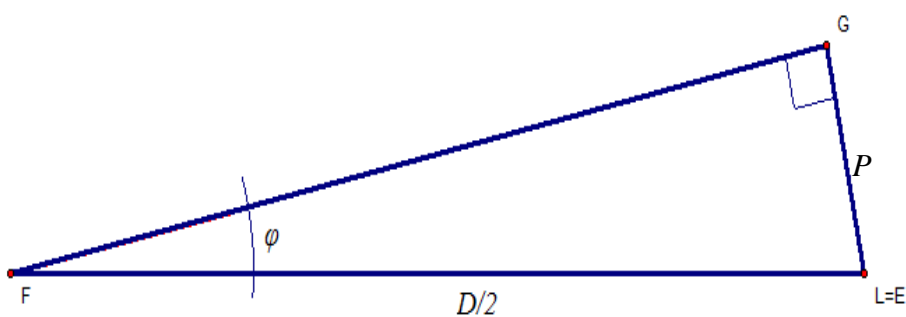
Pogreška koja nastaje zbog neparalelnosti mjernih površina kod mjerenja pomičnim mjerilom prikazana je na slici 10.



Slika 10. Prikaz pogreške kod mjerenja pomičnim mjerilom

$$\text{POGREŠKA} = \text{POGREŠNO} - \text{TOČNO}$$

Iznos pogreške P označene, na slici 10, duljinom \overline{IJ} odgovara duljini \overline{GE}



Slika 11. Trokut s pogreškom P

Uz pretpostavku $E = L$ iznos pogreške proizlazi iz sukladnosti trokuta $\triangle IJL$ i $\triangle FGE$.

$$\sin \varphi = \frac{\overline{GE}}{D/2}$$

pri čemu je:

$$\overline{GE} = \text{pogreška } P$$

slijedi:

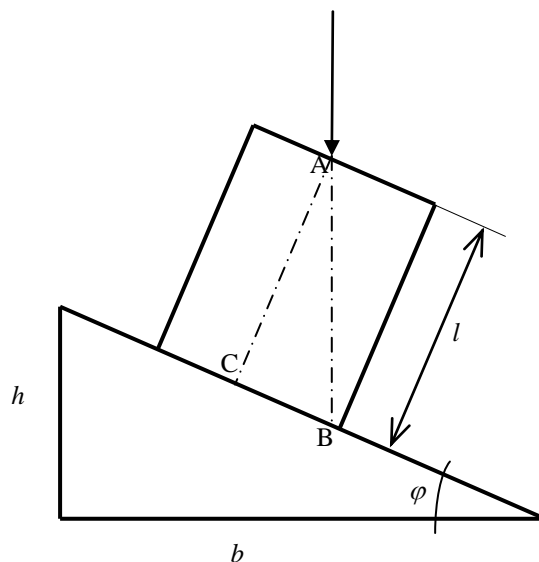
$$P = D/2 \cdot \sin \varphi$$

Razvojem funkcije u MacLaurinov red slijedi:

$$\sin \varphi \approx \varphi$$

$$P = D/2 \cdot \varphi$$

U slučaju kada je zadovoljen Abbeov princip mjerenja, zbog neparalelnosti mjernih površina mjerila ili zbog neostvarene okomitosti između pravca mjerenja i podložne ravnine nastaje pogreška drugog reda (Slika 12).



Slika 12. Primjer pogreške 2. reda

$$P = \overline{AB} - \overline{AC}$$

$$\cos \varphi = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}, \text{ odnosno } \overline{AB} = \frac{\overline{AC}}{\cos \varphi}$$

$$P = \frac{\overline{AC}}{\cos \varphi} - \overline{AC}$$

$$P = \overline{AC} \cdot \left(\frac{1}{\cos \varphi} - 1 \right)$$

Razvojem funkcije u MacLaurinov red slijedi:

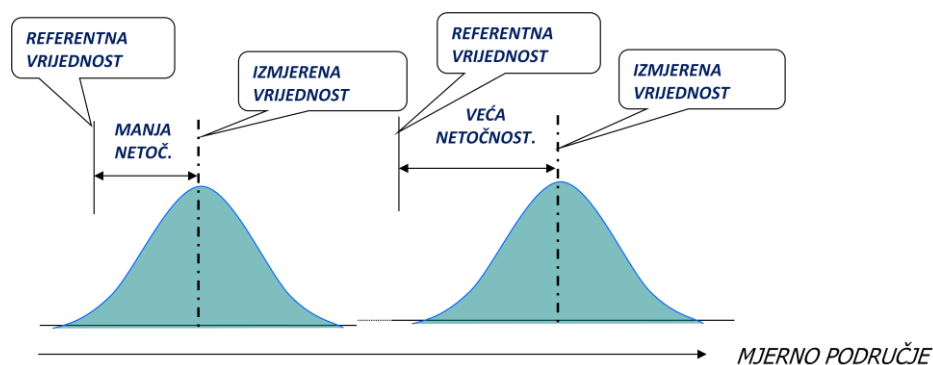
$$\frac{1}{\cos x} \approx 1 + \frac{x^2}{2} + \dots$$

$$\frac{1}{\cos \varphi} \approx 1 + \frac{\hat{\varphi}^2}{2} + \dots$$

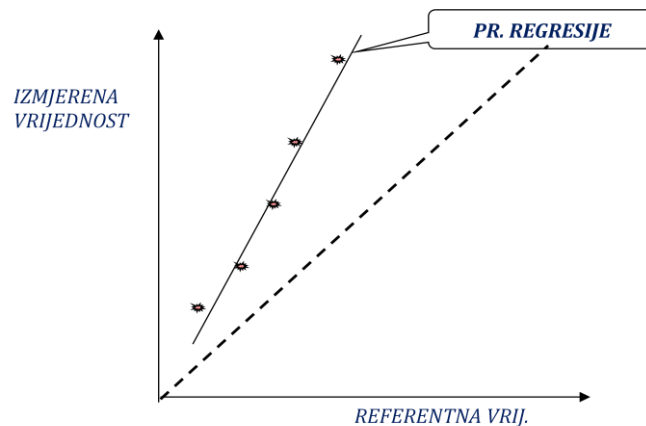
$$P = \overline{AC} \cdot \frac{\hat{\varphi}^2}{2}$$

3.1.2. Linearna pogreška

Linearna pogreška je stalan linearni rast ili pad vrijednosti pogreške rezultata mjerenja unutar određenog mjernog područja.



Slika 13. Linearna pogreška

Slika 14. Prikaz regresijskog pravca i pravca $y = x$

Linearnu pogrešku opisuje koeficijent smjera regresijskog pravca

$$a = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

pri čemu je:

n – broj mjerenja

x – referentna vrijednost

y – izmjerena vrijednost

$$\text{Iznos linearne pogreške} = |1 - a|$$

3.1.3. Sustavna pogreška zbog utjecaja temperature

Rezultate mjerenja potrebno je iskazati na referentnoj temperaturi od 20 °C. Ukoliko su mjerenja provedena na temperaturi različitoj od 20 °C potrebno je provesti temperaturnu korekciju i rezultate korigirati za dobivene iznose.

Prilikom direktnog mjerenja duljine predmeta temperaturna korekcija se provodi sukladno izrazu:

$$L_{P20} = L_{izm} - L_{izm} \cdot \alpha_P \cdot \Delta t_P + L_{izm} \cdot \alpha_M \cdot \Delta t_M$$

gdje je:

L_{P20} – duljina predmeta na 20 °C

L_{izm} – izmjerena duljina predmeta

Δt_P – odstupanje temperature predmeta od 20 °C

Δt_M – odstupanje temperature mjerila od 20 °C

α_P – koeficijent temperaturnog rastezanja materijala predmeta mjerenja

α_M – koeficijent temperaturnog rastezanja materijala mjernog instrumenta

Prilikom mjerenja duljine predmeta indirektnom metodom temperaturna korekcija se provodi sukladno izrazu

$$L_{P20} = L_{E20} + \Delta L - L_n(\alpha_P \cdot \Delta t_P - \alpha_E \cdot \Delta t_E)$$

gdje je:

L_{E20} – duljina etalona na 20 °C

ΔL – izmjerno odstupanje duljine predmeta

Δt_E – odstupanje temperature etalona od 20 °C

Δt_P – odstupanje temperature predmeta od 20 °C

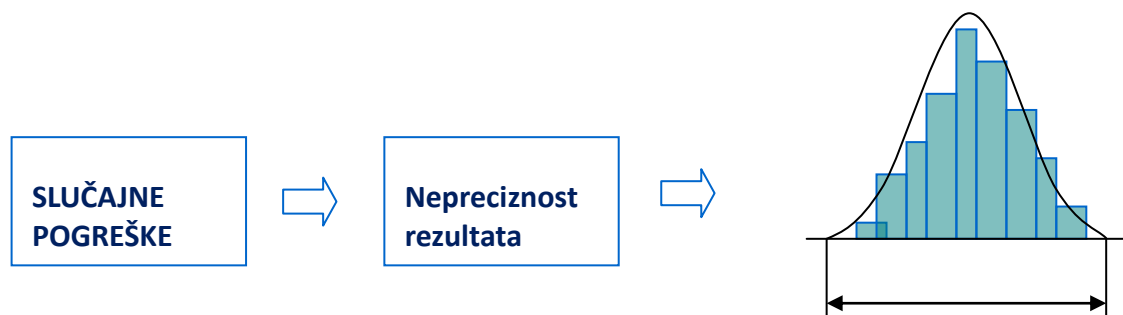
α_P – koeficijent temperaturnog rastezanja materijala predmeta mjerenja

α_M – koeficijent temperaturnog rastezanja materijala mjernog instrumenta

L_n – Nazivna duljina etalona

3.2. Slučajne pogreške

Slučajne pogreške u tijeku ponovljenih mjerenja iste veličine mijenjaju se na nepredvidiv način. U literaturi ih je moguće naći i pod izrazom neodredljive pogreške. Takve pogreške, kao što i sam naziv govori, ne mogu se prepoznati ni odrediti pa se iz istih razloga ne mogu ni otkloniti. Slučajne pogreške dovode do nepreciznosti rezultata mjerenja (Slika 15).



Slika 15. Slučajna pogreška

Mjerna preciznost je bliskost slaganja između izmjerenih vrijednosti veličine dobivenih ponovljenim mjerenjima na istim ili sličnim predmetima pod utvrđenim uvjetima. Utvrđeni uvjeti mogu podrazumijevati uvjete obnovljivosti, uvjete ponovljivosti, uvjete međupreciznosti mjerenja. Mjerna preciznost obično se izražava brojčano mjerama nepreciznosti, kao što su standardno odstupanje, varijanca ili koeficijent promjene pod utvrđenim mjernim uvjetima.

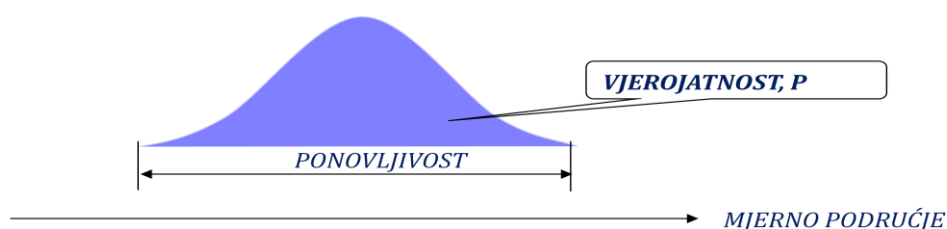
a) Preciznost u uvjetima ponovljivosti

Ponovljivost je usko slaganje između rezultata uzastopnih mjerenja iste mjerene veličine izvedenih u istim mjernim uvjetima koji uključuju:

- isti mjerni postupak
- istog mjeritelja
- isto mjerilo upotrebljavano u istim uvjetima
- isto mjerno mjesto
- ponavljanje u kratkom vremenu

Ponovljivost se može izraziti količinski s pomoću značajki rasipanja rezultata mjerenja.

Ponovljivost u najvećoj mjeri određuje utjecaj mjerila u varijaciji mjernog sustava.



Slika 16. Preciznost u uvjetima ponovljivosti

b) Preciznost u uvjetima obnovljivosti

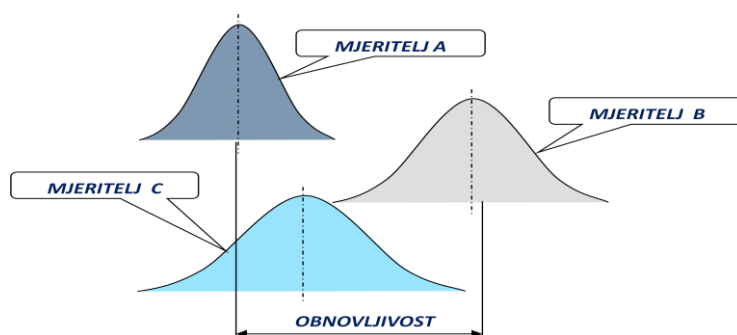
Obnovljivost je rasipanje rezultata dobivenog od većeg broja mjeritelja kod ponovljenih mjerenja iste karakteristike na istim ili sličnim predmetima uz korištenje istih ili različitih mjernih instrumenata i mjernih postupaka. Obnovljivost se može izraziti količinski s pomoću značajki rasipanja rezultata mjerenja.

Obnovljivost u najvećoj mjeri određuje utjecaj mjeritelja u varijaciji mjernog sustava.

Promijenjeni uvjeti mogu uključivati:

- mjesto, uvjete uporabe, vrijeme
- mjerno načelo
- mjernu metodu
- mjeritelja
- mjerni instrument
- referentni etalon
- mjesto, uvjete uporabe, vrijeme

Kod određivanja obnovljivosti važno je da se točno navedu promijenjeni uvjeti.



Slika 17. Preciznost u uvjetima obnovljivosti

3.2.1. Točnost i preciznost

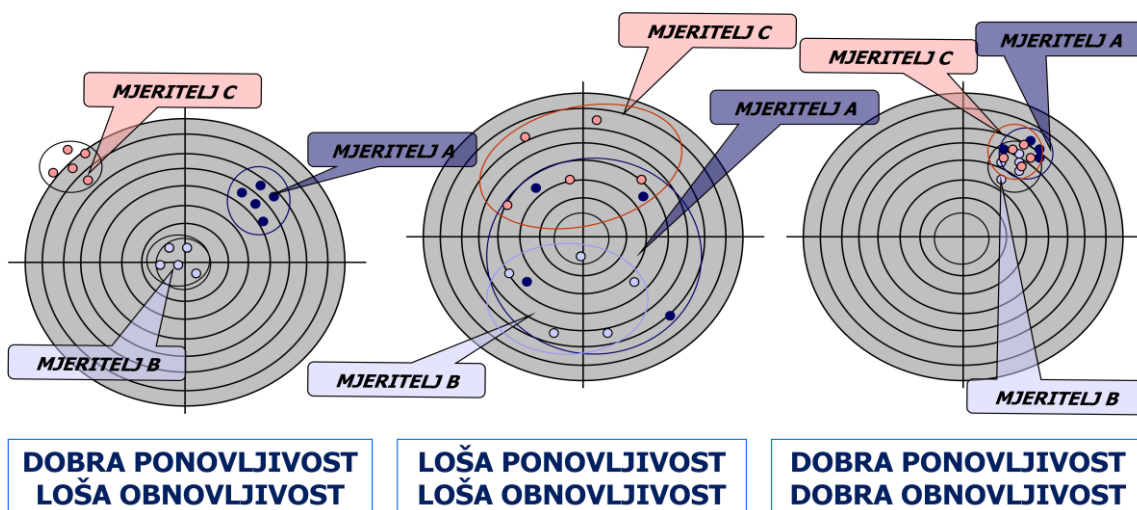
Točnost i preciznost su dva veoma značajna termina u mjeriteljstvu i najčešće se javljaju zajedno. Točnost i preciznost, odnosno netočnost i nepreciznost grafički su prikazani na slici 18.



Slika 18. Točnost i preciznost

Nema smisla govoriti o točnosti u slučaju loše preciznosti!

Preciznost u uvjetima ponovljivosti i obnovljivosti prikazana je na slici 19.



Slika 19. Preciznost u uvjetima ponovljivosti i obnovljivosti

3.3. Grube pogreške

Grube pogreške u tijeku ponovljenih mjerenja iste veličine značajno odstupaju u odnosu na ostale rezultate. Nastaju nepažnjom mjeritelja, primjenom neodgovarajuće mjerne opreme ili neodgovarajuće metode mjerenja, korištenjem neispravnog mjernog instrumenta, očitavanjem rezultata na pogrešnoj mjernoj skali ili očitavanjem krive vrijednosti, izostavljenom znamenkom prilikom očitavanja sa skale i sl. Takve greške daju netočan rezultat koji se izbacuje iz analize te se mjerenje ponavlja na ispravan način. Rezultati mjerenja koji sadrže grube greške značajno odstupaju od ostalih rezultata, odnosno moguće ih je lako primijetiti. Ponekad je teško razlučiti radi li se o gruboj pogrešci ili samo o odstupanju rezultata kao posljedici slučajne pogreške. U takvim nejasnim slučajevima koriste se statistički testovi na osnovu kojih su definirani kriteriji za određivanje grube pogreške. Najčešće korišteni testovi su: $3s$ test, Grubbsov test i Dixonov test.

3.3.1. $3s$ test

$3s$ test je relativno jednostavan test kojeg je moguće primijeniti brzo i bez korištenja računalnih programa. Kao glavni nedostatak $3s$ testa navodi se neosjetljivost na "sumnjive" rezultate te se smatra relativno grubim testom u odnosu na ostale testove. $3s$ test, kao i Grubbsov i Dixonov test, koriste se za skup podataka koji se ponaša po normalnoj raspodjeli.

Kriterij $3s$:

$$\bar{x} - 3s < x_i < \bar{x} + 3s$$
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$
$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_i^n x_i}{n}$$

gdje je:

x_i – rezultati mjerenja

\bar{x} – aritmetička sredina rezultata mjerenja

s – procijenjeno standardno odstupanje

Podaci koji se nalaze izvan područja $\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s$ smatraju se grubim pogreškama uz vjerojatnost 99,73 %.

3.3.2. Grubbsov test

Općenito vrijedi izraz:

$$G = \frac{|\text{sumnjivi rezultat} - \bar{x}|}{s}$$

$$G_n = \frac{x_n - \bar{x}}{s}$$

Ukoliko je $G_n > G_k$ rezultat se odbacuje.

gdje je:

G_k je kritična vrijednost, očitana iz tablice.

- i. Ako je izračunata vrijednost G_n manja ili jednaka kritičnoj vrijednosti G_k , određenoj uz α rizik od 5 %, testirani rezultat se prihvaća i ulazi u analizu.
- ii. Ako je izračunata vrijednost G_n veća od vrijednosti G_k određene uz α rizik od 5 % i manja ili jednaka vrijednosti G_k određenoj uz α rizik od 1 % testirani mjerni rezultat naziva se „lualicom“ te se označava zvjezdicom u skupu mjernih podataka. Rezultat se može, ali ne mora uključiti u analizu. Odluku donosi mjeritelj.
- iii. Ako je izračunata vrijednost G_n veća od kritične vrijednosti G_k određene uz α rizik od 5 % tada se testirani rezultat mjerenja naziva statističkim *outlietrom*, označava se dvostrukom zvjezdicom i ne ulazi u analizu.

Primjer:

Dani su rezultati mjerenja parametra hrapavosti Ra u mikrometrima. Je li posljednji dobiveni rezultat posljedica grube greške?

Rezultati mjerenja poredani po veličini: 16,84; 16,86; 16,91; 16,93; 17,61.

Rješenje:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 17,03$$

$$s = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s = 0,1064$$

$$G_5 = \frac{x_5 - \bar{x}}{s} = 5,448$$

$$G_k(n = 5, P = 95\%) = 1,71$$

Slijedi:

$$G_n = 5,448 > G_k = 1,715$$

Izvadak iz Grubbsove tablice kritičnih vrijednosti

n	G_k	G_k
	$P = 90 \%$	$P = 95 \%$
3	1,1547	1,1543
4	1,4962	1,4812
5	1,7637	1,7150

Zaključak: Posljednji rezultat u nizu smatra se grubom pogreškom mjerenja.

3.3.3. Dixonov test

Najjednostavniji Dixonov test je tzv. Q -test koji se koristi za testiranje vrijednosti kako najmanjih tako i najvećih podataka, odnosno *outliera*.

Općenito vrijedi:

$$Q = \frac{|\text{sumnjiva vrijednost} - \text{najbliža vrijednost}|}{(\text{maksimalna vrijednost} - \text{minimalna vrijednost})}$$

Postupak proračuna:

1. Poredati sve rezultate po rastućoj vrijednosti od x_1 do x_n gdje je x_1 najmanjeg iznosa, a x_n najvećeg.

2. Izračunati iznos Dixonove pogreške Q prema izrazima:

$$\text{Za outlier najmanjeg iznosa} \quad Q = \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}$$

$$\text{Za outlier najvećeg iznosa} \quad Q = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1}$$

Gdje je iznos nazivnika jednak vrijednosti raspona R tj. $R = x_n - x_1$

3. Usporediti najveću vrijednost Q s kritičnom vrijednošću Q_k , koja se očitava iz tablice, i ako je vrijednost $Q > Q_k$ tada je promatrani rezultat mjerenja gruba pogreška, odnosno riječ je o *outlieru*.

Napomena: Dixonov test nije primjenjiv za skupove podataka poredanih po rastućoj vrijednosti od kojih prva dva ili zadnja dva podatka imaju jednaku vrijednost, a smatraju se sumnjivim rezultatima jer tada u brojniku kod izračuna Dixonove pogreške slijedi da je razlika sumnjive vrijednosti i najbliže vrijednosti jednaka nuli, pa je analogno $Q = 0$.

Primjer:

Prethodni primjer riješen je i Dixonovim testom. Dani su rezultati mjerenja parametra hrapavosti Ra u mikrometrima, zanima nas je li posljednji dobiveni rezultat posljedica grube greške?

Rezultati mjerenja: 16,84; 16,86; 16,91; 16,93; 17,61.

$$Q = 0,8831; Q_k \text{ za uzorak } n = 5 \text{ iznosi } 0,710;$$

Izvadak iz Dixonove tablice kritičnih vrijednosti

n	Q_k $P = 90 \%$	Q_k $P = 95 \%$	Q_k $P = 99 \%$
3	0,941	0,970	0,994
4	0,765	0,829	0,926
5	0,642	0,710	0,821
6	0,560	0,625	0,740

$Q > Q_k$; Rezultat je posljedica grube pogreške u mjerenju te se odbacuje iz analize.

4. MJERNA NESIGURNOST

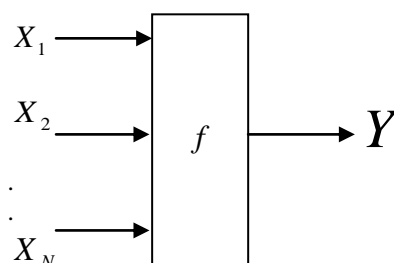
Mjerna nesigurnost definirana je kao parametar pridružen rezultatu mjerenja koji opisuje rasipanje vrijednosti koje bi se razumno mogle pripisati mjerenoj veličini. Procjena mjerne nesigurnosti temelji se na procjenama iz nepoznatih razdioba vjerojatnosti koje su određene s pomoću ponovljenih odnosno obnovljenih mjerenja, ili iz subjektivnih ili apriornih razdioba koje se temelje na sveukupnim raspoloživim podacima.

4.1. Proračun mjerne nesigurnosti GUM metodom

(GUM - *Guide to the expression of uncertainty in measurement*)

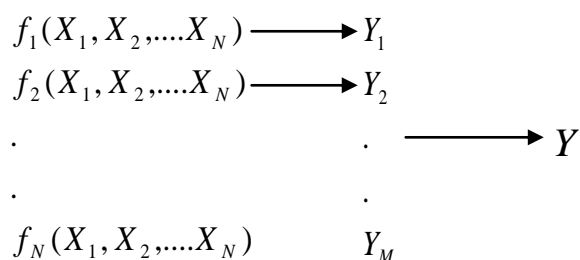
4.1.1. Mjerni model

U većini slučajeva mjerena veličina Y ne mjeri se izravno nego se određuje iz N drugih veličina X_1, X_2, \dots, X_N na temelju funkcijskog odnosa koji predstavlja osnovni matematički model za potpuno određenje mjerene veličine (Slika 20).



Slika 20. Skalarni odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine

Ulazne veličine X_1, X_2, \dots, X_N o kojima ovisi izlazna veličina Y mogu se promatrati kao mjerene veličine i mogu ovisiti o drugim veličinama dovodeći tako do složenog funkcijskog odnosa koji se ne mora uvijek moći eksplicitno napisati (Slika 21).



Slika 21. Vektorski odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine

4.1.2. Određivanje standardnih nesigurnosti

Proračun nesigurnosti A - vrste i B - vrste

U GUM-u postoji jasna podjela između sastavnica nesigurnosti tipa A i tipa B s obzirom na različite načine njihova proračunavanja. Vrlo jednostavno može se reći da se proračun nesigurnosti A - vrste temelji na statističkoj analizi niza ponovljenih mjerenja. Procijenjeno standardno odstupanje izračunato iz niza ponovljenih mjerenja ujedno je procijenjeno standardno odstupanje $u(x_i)$ koje opisuje sastavnicu nesigurnosti A - vrste i često se naziva standardna nesigurnost A - vrste. Za opisivanje sastavnice nesigurnosti A - vrste potrebno je dati i broj stupnjeva slobode ν_i nesigurnosti $u(x_i)$. Za veličinu procijenjenu s pomoću srednje vrijednosti niza ponovljenih mjerenja broj stupnjeva slobode ν jednak je $n-1$. Ukoliko se procjena x_i ulazne veličine X_i dobiva iz krivulje dobivene metodom najmanjih kvadrata broj stupnjeva slobode standardne nesigurnosti bit će $n-2$.

Standardna nesigurnost B - vrste ne može se utvrditi samo statističkom analizom niza ponovljenih mjerenja, već se pri tome moraju primijeniti neke druge metode koje se temelje na svim dostupnim podacima o naravi mjerene veličine. Ponovljena mjerenja također mogu biti od pomoći pri utvrđivanju utjecajnih parametara u postupku proračuna nesigurnosti B - vrste. Ukoliko se provode ponovljena mjerenja to ne znači da se isključivo radi o proračunu nesigurnosti A - vrste. Standardna nesigurnost $u(x_i)$ B - vrste, dobiva se iz apriornih razdioba vjerojatnosti. Pri tome se postavlja pitanje broja stupnjeva slobode ν_i koji treba pripisati standardnoj nesigurnosti dobivenoj iz proračuna B - vrste. U velikom broju slučajeva za standardnu nesigurnost dobivenu iz proračuna B - vrste može se pretpostaviti da

je ona točno poznata, pa slijedi $\nu_i \rightarrow \infty$. U drugim slučajevima broj stupnjeva slobode ν_i treba procijeniti prema izrazu.

$$\nu_i \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right)^{-2}$$

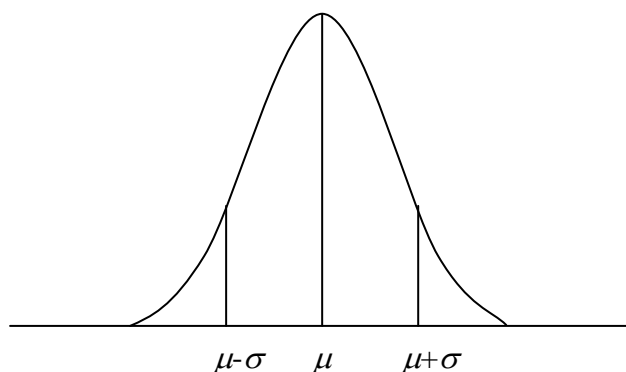
pri čemu je: $\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)}$ subjektivna veličina čija se vrijednost dobiva znanstvenom prosudbom

koja se temelji na skupu dostupnih podataka.

Ono što je zajedničko sastavnicama mjerne nesigurnosti je da se obje vrste proračuna temelje na razdiobama vjerojatnosti, a iskazuju se varijancama ili standardnim odstupanjima. Dok se iz proračuna A - vrste nesigurnost $u(x_i)$ dobiva iz razdioba vjerojatnosti utemeljenih na frekvenciji, nesigurnost $u(x_i)$ iz proračuna B - vrste dobiva se iz apriornih razdioba vjerojatnosti.

Razdiobe vjerojatnosti

Ako se procjena x_i ulazne veličine X_i temelji na nizu ponovljenih mjerenja n , standardna nesigurnost $u(x_i)$ dobiva se iz Studentove razdiobe (Slika 22) uz faktor Studentove razdiobe $t_p(\nu)$ koji ovisi o broju stupnjeva slobode ν i traženoj vjerojatnosti P . Svođenje procijenjenog standardnog odstupanja na razinu standardne nesigurnosti izvodi se dijeljenjem s t_p - faktorom Studentove razdiobe.



Slika 22. Studentova razdioba

U slučaju kad $v \rightarrow \infty$ t – razdioba se približava normalnoj razdiobi, a $t_p(v) \approx \sqrt{1 + \frac{2}{v}} \cdot k$,

gdje je k faktor pokrivanja za normalnu raspodjelu uz vjerojatnost P .

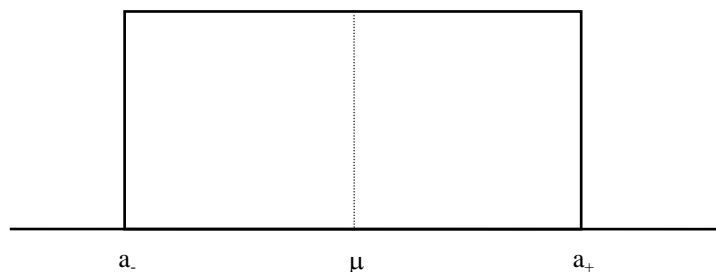
Ako je $u_c^2(y)$ zbroj dviju ili više procijenjenih sastavnica varijance $u_i^2(y) = c_i^2 u^2(x_i)$, primjenom centralnog graničnog teorema, razdioba te varijable također se približno može opisati t – razdiobom sa stvarnim brojem stupnjeva slobode v_{eff} dobivenim iz Welch – Satterthwaiteove formule prema izrazu:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}}$$

gdje je

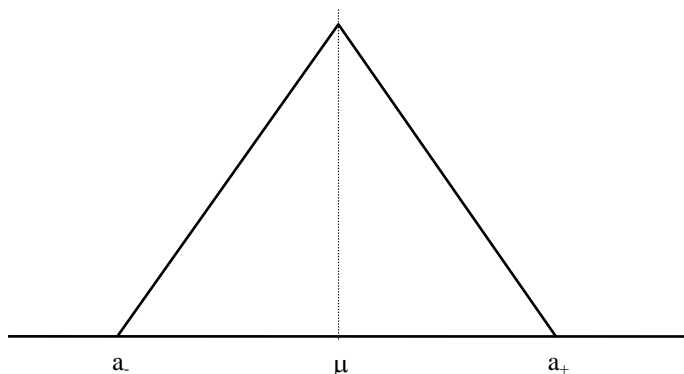
$$u_i(y) \equiv |c_i| u(x_i)$$

Kad se procjena ulazne veličine temelji na procjeni granica intervala pojavljivanja (od $-a$ do $+a$), uz jednaku vjerojatnost pojavljivanja unutar cijelog procijenjenog intervala, odnosno vjerojatnost da ulazna veličina leži izvan tog intervala jednaka je ničtici, tada se standardna nesigurnost dobiva iz pravokutne razdiobe (Slika 23) mogućih vjerojatnosti. Svođenje procijenjenog standardnog odstupanja na razinu standardne nesigurnosti izvodi se dijeljenjem s $\sqrt{3}$.



Slika 23. Simetrična pravokutna razdioba

Simetrična trokutasta razdioba (Slika 24) koristi se u slučaju kada se pretpostavlja procjena ulazne veličine određene vrijednosti, a vjerojatnost pojavljivanja u granicama od $-a$ do $+a$ u okolini pretpostavljene vrijednosti je nepoznata. Svođenje na standardnu nesigurnost izvodi se dijeljenjem s $\sqrt{6}$.



Slika 24. Simetrična trokutasta razdioba

4.1.3. Određivanje sastavljene standardne nesigurnosti

Sastavljena standardna nesigurnost $u_c(y)$, određuje se odgovarajućim sastavljanjem standardnih nesigurnosti $u(x_i)$ procjena ulaznih veličina x_1, x_2, \dots, x_N .

4.1.3.1. Nekorelirane ulazne veličine

U slučaju kada su sve ulazne veličine neovisne (nekorelirane) standardna nesigurnost $u_c(y)$ jednaka je pozitivnom drugom korijenu sastavljene varijance $u_c^2(y)$ prema izrazu:

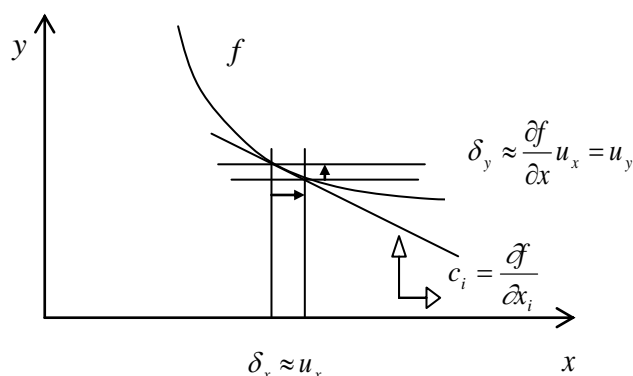
$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)$$

U slučaju kada je nelinearnost funkcije f značajna u izraz za sastavljenu varijancu moraju se uključiti i članovi višeg reda njezina razvoja u Taylerov red prema izrazu:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left(\frac{1}{2} c_{ij}^2 + c_i \cdot c_{ijj} \right) u^2(x_i) u^2(x_j)$$

gdje su: $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$, $c_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$, $c_{ijk} = \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j \partial x_k}$ koeficijenti osjetljivosti.

Derivacije, koje se nazivaju koeficijenti osjetljivosti, opisuju kako se procjena vrijednosti izlazne veličine y mijenja s promjenama vrijednosti procjena ulaznih veličina x_1, x_2, \dots, x_N , (Slika 25).



Slika 25. Koeficijent osjetljivosti

4.1.3.2. Korelirane ulazne veličine

Kad su ulazne veličine korelirane izraz za sastavljenu varijancu $u_c^2(y)$ glasi:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)$$

gdje su x_i i x_j procjene veličina X_i i X_j , a $u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$ procijenjena je kovarijanca pridružena procjenama x_i i x_j .

S pomoću korelacijskih koeficijenata $r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i)u(x_j)}$ i koeficijenata osjetljivosti

$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$ izraz sastavljena varijanca postaje:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j)$$

Korelacije između ulaznih veličina ne mogu se zanemariti ako postoje i ako su značajne, međutim same korelacije mogu se izbjeći ako se zajednički utjecaji uvode kao dodatne neovisne veličine s neovisnim standardnim nesigurnostima.

4.1.4. Određivanje proširene nesigurnosti

Proširena nesigurnost je veličina koja određuje interval oko mjernog rezultata za koji se može očekivati da obuhvaća veliki dio razdiobe vrijednosti koje bi se razumno mogle pripisati mjerenoj veličini. Proširena nesigurnost dobiva se množenjem složene standardne nesigurnosti $u_c(y)$ s faktorom pokrivanja k , a označuje se s U .

$$U = k \cdot u_c(y)$$

Vrijednost faktora pokrivanja k može se samo naći ako postoji široko znanje o razdiobi vjerojatnosti svake ulazne veličine i ako se te razdiobe sastavljaju da bi se dobila razdioba izlazne veličine. Procjene x_i ulaznih veličina i njihove standardne nesigurnosti $u(x_i)$ same nisu prikladne za tu svrhu. Stoga se zahvaljujući centralnom graničnom teoremu pretpostavlja da je razdioba vjerojatnosti veličine $(y - Y) / u_c(y)$, t -razdioba. Pri tome je faktor pokrivanja $k = t_p(v_{eff})$, s t_p faktorom koji se temelji na stvarnom broju stupnjeva slobode v_{eff}

nesigurnosti $u_c(y)$ dobivene iz Welch – Satterthwaiteove formule $v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}}$.

Za mnoga praktična mjerenja faktor pokrivanja k će biti u području između 2 i 3. U slučajevima gdje je razdioba vjerojatnosti opisana s y i $u_c(y)$ približno normalna, a broj stupnjeva slobode sastavljene standardne nesigurnosti $u_c(y)$ značajan po iznosu, može se pretpostaviti da uzimanje $k = 2$ daje interval uz vjerojatnost od približno $P = 95\%$. Međutim čak i ako razdiobe veličina X_i nisu normalne, razdioba veličine y često se približno opisuje normalnom razdiobom uz primjenu centralnog graničnog teorema. Međutim, za posebne primjene k može biti i izvan tog područja. U određenim slučajevima u praksi može se dogoditi da određeni uvjeti koje zahtijeva centralni granični teorem nisu ispunjeni te njegova primjena može dovesti do neprihvatljivih rezultata. Također ako je funkcijski odnos između y i njezinih ulaznih veličina nelinearan, a razvoj te funkcije u Taylorov red uz zadržavanje samo

prvih članova razvoja nije prihvatljivo približno određenje, razdioba vjerojatnosti izlazne veličine Y ne može se dobiti konvolucijom razdioba ulaznih veličina. U takvim slučajevima zahtijevaju se druge analitičke ili numeričke metode.

4.2. Proračun mjerne nesigurnosti MCS metodom

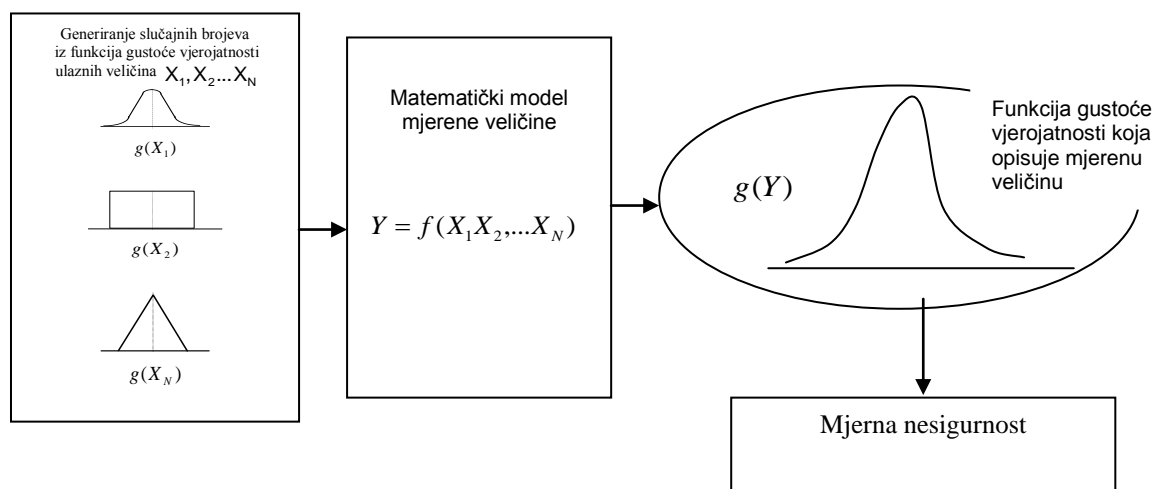
Monte Carlo simulacija (MCS) je statistička simulacija povezana sa slučajnim događajima. Neki autori Monte Carlo simulacijama zovu bilo koju vrstu programa što se koristi slučajnim brojevima. Termin Monte Carlo simulacije upotrijebit će se samo za simulacije kod kojih se u rješavanju problema koristi stvaranje uzoraka iz razdioba slučajnih varijabli.

MCS metoda u postupku procjenjivanja mjerne nesigurnosti rezultata mjerenja temelji se na generiranju slučajnih brojeva iz funkcija gustoće vjerojatnosti za svaku ulaznu veličinu X_i i stvaranju odgovarajuće vrijednosti izlazne veličine Y , kombinirajući različite razdiobe kojima su definirane ulazne veličine. Postupak se ponavlja M puta te se na taj način tvori eksperimentalna funkcija gustoće vjerojatnosti izlazne veličine koja se temelji na M Y vrijednosti. Iz eksperimentalne funkcije gustoće vjerojatnosti slijedi procjena izlazne veličine y , procijenjeno standardno odstupanje, te procjena intervala $(y_{((\frac{1-P}{2}) \cdot M)}, y_{(\frac{1+P}{2} \cdot M)})$ za zadanu vjerojatnost P .

Karakteristike MCS metode u postupku procjenjivanja mjerne nesigurnosti rezultata mjerenja su sljedeće:

- Moguća je kombinacija različitih funkcija gustoća vjerojatnosti kojima su definirane ulazne veličine.
- U proračun su uključeni viši redovi razvoja funkcije u Taylerov red.
- Simuliraju se nepoznate sustavne pogreške.

Ideja o primjeni Monte Carlo simulacije na mjerni sustav prikazana je slikom 26.



Slika 26. Monte Carlo simulacija mjernog sustava

Mjerenja nisu savršena kako zbog djelovanja slučajnih utjecaja (trenutna promjena temperature, tlaka i vlage ili neiskustvo mjeritelja, nesavršenost uređaja i osjetila) tako i zbog ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja (promjena karakteristike instrumenta između dva umjeravanja, utjecaj mjeritelja pri očitavanju analogne skale, nesigurnost vrijednosti referentnog etalona itd.). Mjerna nesigurnost je upravo posljedica djelovanja slučajnih utjecaja i ograničenih mogućnosti korekcije sustavnih djelovanja.

Mjerna nesigurnost procjenjuje se iz razloga što mjerenja nisu savršena, zbog nedvosmislenog iskazivanja i usporedbe mjernih rezultata dobivenih u različitim umjernim i ispitnim laboratorijima, te radi usporedbe rezultata sa specifikacijama proizvođača ili zadanom tolerancijom.

PRIMJER: Procjena mjerne nesigurnosti u postupku umjeravanja pomičnog mjerila (0 – 150) mm / 0,01 mm.

Pogreška pri očitavanju pomičnog mjerila E_x na referentnoj temperaturi $t_0 = 20$ °C može se prikazati izrazom:

$$E_x = l_{ix} + l_s + \delta l_{ix} + \delta l_m + L_s \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t$$

Gdje su:

l_{ix}	očitanje pomičnog mjerila
l_s	duljina etalona (planparalelne granične mjerke)
$\bar{\alpha}$	prosječni koeficijent temperaturnog širenja pomičnog mjerila i etalona
Δt	razlika temperatura pomičnog mjerila i etalona
δl_{ix}	korekcija zbog rezolucije pomičnog mjerila
δl_m	korekcija zbog mehaničkih utjecaja i Abbeovog principa
L_s	nazivna duljina etalona (planparalelne granične mjerke)

Procjena standardnih nesigurnosti

- **Nesigurnost očitavanja pomičnog mjerila $u(l_{ix})$**

Provedeno je ispitivanje ponovljivosti rezultata mjerenja pomičnog mjerila iz 25 neovisnih opažanja na duljini $L = 140$ mm. Procijenjeno standardno odstupanje iznosi:

$$s_1 = 0,5 \mu\text{m}$$

Ukoliko će se u buduću provoditi tri ponovljena mjerenja standardna nesigurnost iznosi:

$$u(l_{ix}) = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,5}{\sqrt{3}} = 0,2887 = 0,30 \mu\text{m}$$

- **Nesigurnost umjeravanja duljine granične mjerke $u(l_s)$**

Nesigurnost umjeravanja duljine granične mjerke $u(l_s)$ dana je u certifikatu o umjeravanju mjerki i iznosi: $U = 0,2 + 2 \cdot L_s$, $k = 2$, $P = 95$ %.

Standardna nesigurnost iznosi:

$$u(l_s) = \frac{U}{k} = \frac{0,2 + 2 \cdot L_s}{2} = 0,1 + 1 \cdot L_s$$

- **Nesigurnost zbog razlike temperature pomičnog mjerila i etalona $u(\Delta t)$**

Komponenta mjerne nesigurnosti $u(\Delta t)$ je utjecaj temperature. Pretpostavlja se da su nakon adekvatnog vremena stabilizacije etalon i pomično mjerilo na istoj temperaturi, ali bi razlika temperature mogla ležati s istom vjerojatnošću bilo gdje u procijenjenom intervalu unutar $\pm 0,5$ °C.

Standardna nesigurnosti iznosi:

$$u(\Delta t) = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{0,5}{\sqrt{3}} = 0,2887 = 0,289 \text{ °C}$$

- **Nesigurnost zbog rezolucije mjerne skale pomičnog mjerila $u(\delta l_{ix})$**

Komponenta mjerne nesigurnosti $u(\delta l_{ix})$ je utjecaj rezolucije mjerne skale pomičnog mjerila. Rezolucija za digitalno pomično mjerilo iznosi 0,01 mm.

Standardna nesigurnost iznosi:

$$u(\delta l_{ix}) = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = 2,887 = 2,9 \text{ } \mu\text{m}$$

- **Nesigurnost zbog mehaničkih utjecaja $u(\delta l_m)$**

Komponenta mjerne nesigurnosti $u(\delta l_m)$ je korekcija zbog utjecaja mjerne sile, ravnosti i paralelnosti mjernih površina te Abbeove pogreške. Ukupna varijabilnost procjenjuje se intervalom od $\pm (3 + 4 \cdot L) \text{ } \mu\text{m}$, L u m.

Standardna nesigurnost iznosi:

$$u(\delta l_m) = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{3 + 4L}{\sqrt{3}} = 1,732 + 2,309L \text{ } \mu\text{m} \text{ (} L \text{ u m)}$$

Određivanje sastavljene standardne nesigurnosti u_c

$$u_c^2 = c_{lix}^2 \cdot u(l_{ix})^2 + c_{ls}^2 \cdot u(l_s)^2 + c_{\Delta t}^2 \cdot u(\Delta t)^2 + c_{\delta l_{ix}}^2 \cdot u(\delta l_{ix})^2 + c_{\delta l_m}^2 \cdot u(\delta l_m)^2$$

Tablica 2. Prikaz komponenta sastavljene standardne nesigurnosti

Sastavnica nesigurnosti	Uzrok nesigurnosti	Razdioba	Iznos standardne nesigurnosti	$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$	Doprinos mjernoj nesigurnosti, μm (L je u m)
$u(l_{ix})$	Ponovljivost	Normalna	0,30	1	0,30
$u(l_s)$	Duljina umjeravanja mjerki	Normalna	$0,1 + 1 \cdot L_s$	1	$0,1 + 1 \cdot L_s$
$u(\Delta t)$	Razlika temperatura	Pravokutna	0,289	$1 \cdot \bar{\alpha} \times L_s$	$3,324 L_s$
$u(\delta l_{ix})$	Rezolucija	Pravokutna	2,9	1	2,9
$u(\delta l_m)$	Mehanički utjecaji i Abbeov princip	Pravokutna	$1,732 + 2,309L$	1	$1,732 + 2,309L$
Sastavljena standardna nesigurnost, u_c		$u_c = \sqrt{3,38^2 + (1,53 \cdot L)^2} \mu\text{m}; L \text{ u m}$			
Linearizirana proširena mjerna nesigurnost U , $k=2$, $P=95\%$		$U = (7 + 3,1 \cdot L) \mu\text{m}; L \text{ u m}$			

Napomena: Iznos prosječnog koeficijenta temperaturnog širenja pomičnog mjerila i etalona izrađenih iz čelika iznosi: $\bar{\alpha} = 11,5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

5. PROCJENA KVALITETE MJERNOG SUSTAVA

Kod procjene kvalitete mjernog sustava potrebno je identificirati i kvantificirati izvore varijabilnosti, odrediti stabilnost, te odrediti sposobnost mjernog sustava. Potrebe za analizom mjernog sustava javljaju se pri preuzimanju nove mjerne opreme, kod usporedbe mjernih karakteristika različitih mjernih sredstava, pri utvrđivanju sustavnih pogrešaka, kod usporedbe mjernih karakteristika prije i poslije popravka mjerne opreme, te kod određivanja sastavnica za izračunavanje varijacija procesa mjerenja i ocjenjivanja prihvatljivosti za kontrolu proizvodnog procesa. Ukoliko je varijacija mjernog sustava značajna u odnosu na utvrđenu varijaciju predmeta mjerenja u proizvodnom procesu, mjerni sustav možda neće dati pravovaljanu informaciju o kvaliteti procesa. Iz tog razloga prije utvrđivanja stabilnosti i sposobnosti procesa potrebno je analizirati mjerni sustav i utvrditi hoće li mjerni sustav moći dosljedno, točno i precizno razlikovati dijelove u procesu.

5.1. Procjena sposobnosti mjernog sustava R&R

Potreba za procjenom kvalitete mjernog sustava proizlazi iz vrlo jednostavne činjenice da mjerenja nisu savršena. Varijacije u mjernom sustavu posljedica su djelovanja slučajnih i sustavnih utjecaja. Glavni izvori varijabilnosti mjernog sustava su predmet mjerenja, mjerna oprema, mjeritelj te okolina i vrijeme u kojima se mjerenje odvija. Značajnost elemenata u mjernom sustavu se izražava iznosom rasipanja rezultata mjerenja dobivenih u definiranim mjernim uvjetima. Utjecaj mjerila u varijaciji mjernog sustava u najvećoj mjeri određuje ponovljivost *EV* (*equipment variation*). Obnovljivost *AV* (*appraiser variation*) u najvećoj mjeri određuje utjecaj mjeritelja u varijaciji mjernog sustava. U slučaju da u mjernom sustavu sudjeluje samo jedan mjeritelj, obnovljivost je definirana kao rasipanje rezultata mjerenja dobiveno pri višestrukom mjerenju identične karakteristike na istim dijelovima uz korištenje istog ili različitog mjernog instrumenta kroz duži vremenski period. Varijacija *PV* u najvećoj mjeri određuje utjecaj predmeta mjerenja u ukupnoj varijaciji mjernog sustava *TV*.

Varijacija mjernog sustava ovisi o ukupnom rasipanju rezultata mjerenja uslijed zajedničkog učinka ponovljivosti i obnovljivosti *R&R*. Izračun varijacije mjernog sustava *R&R* dan je izrazom:

$$R \& R = \sqrt{EV^2 + AV^2}$$

Varijacija mjernog sustava $R\&R$ još se naziva i preciznost mjernog sustava, a matematički se može prikazati izrazom:

$$Preciznost = \sigma^2 \text{ ponovljivost} + \sigma^2 \text{ obnovljivost}$$

Ponovljivost i obnovljivost su upravo mjere preciznosti u definiranim uvjetima.

Ukupna varijabilnost TV ovisi o varijaciji mjernog sustava $R\&R$ i o varijaciji dijelova (uzoraka) PV .

$$TV = \sqrt{(R \& R)^2 + PV^2}$$

Sposobnost mjernog sustava predstavlja udio varijabilnosti mjernog sustava $R\&R$ iskazanog postotkom područja ukupne varijacije TV ili područja dopuštenog odstupanja T , odnosno udio varijance mjernog sustava u ukupnoj varijanci. Izrazi za izračunavanje sposobnosti mjernog sustava glase:

$$Sposobnost \text{ mjernog sustava} = \frac{R \& R}{TV} \cdot 100\%$$

$$Sposobnost \text{ mjernog sustava} = \frac{R \& R}{T} \cdot 100\%$$

$$Doprinos = \frac{\sigma_{R\&R}^2}{\sigma_{TV}^2} \cdot 100\%$$

Kriteriji za ocjenu kvalitete mjernog sustava $R\&R$ u tolerancijskom polju T ili ukupnoj varijaciji TV dani su u tablici 3, a kriteriji za ocjenu kvalitete mjernog sustava za postotak doprinosa dani su u tablici 4.

Tablica 3. Kriteriji za ocjenu kvalitete mjernog sustava $R\&R$ u tolerancijskom polju T ili ukupnoj varijaciji TV .

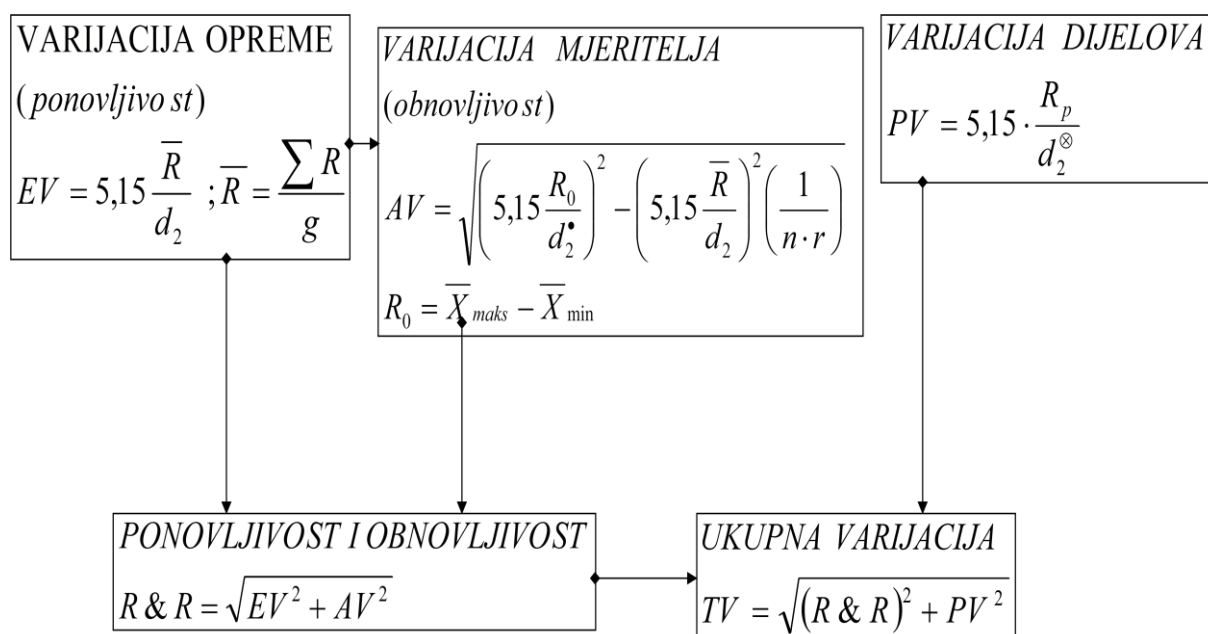
% T, %TV	Mjerni sustav je
< 10	Zadovoljavajući
od 10 do 30	Granični
> 30	Ne prihvatljiv

Tablica 4. Kriteriji za ocjenu kvalitete mjernog sustava R&R za postotak doprinosa.

% Doprinosa	Mjerni sustav je
< 1	Zadovoljavajući
od 1 do 9	Granični
> 9	Ne prihvatljiv

5.1.1. Procjena R&R metodom aritmetičkih sredina i raspona

Algoritam postupka procjene sposobnosti mjernog sustava dan je slikom 27.



Slika 27. Algoritam postupka procjene sposobnosti mjernog sustava

Pri čemu je:

EV - Varijacija mjerila (engl. *equipment variation*)- ponovljivost

$$EV = 5,15 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum R}{g}$$

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

$$g = \text{broj uzoraka} \times \text{broj mjeritelja}$$

5,15 označava broj standardnih odstupanja uz vjerojatnost od 99 %.

R – raspon rezultata

\bar{R} – aritmetička sredina raspona

g – broj raspona

d_2 – empirijski faktor

$$d_2 = f(m, g)$$

m – broj ponovljenih mjerenja

AV- Varijacija mjeritelja (engl. *appraiser variation*)- obnovljivost

$$AV = \sqrt{\left(5,15 \cdot \frac{R_0}{d_2}\right)^2 - EV^2 \left(\frac{1}{n \cdot r}\right)}$$

$$R_0 = \bar{x}_{\max} - \bar{x}_{\min}$$

R_0 – raspon između mjeritelja

d_2 – faktor ovisan o broju mjeritelja i broju raspona između mjeritelja

$$d_2 = f(m, g = 1)$$

m – broj mjeritelja

g – broj raspona, uvijek iznosi 1 koliko god mjeritelja sudjelovalo

n – broj dijelova

r – broj ponovljenih mjerenja

R&R - Ponovljivost i obnovljivost (engl. *Repeatability and Reproducibility*)

$$R\&R = \sqrt{EV^2 + AV^2}$$

PV - Varijacija dijelova (engl. *Part Variation*)

$$PV = 5,15 \cdot \frac{R_p}{\check{d}_2}$$

$$R_p = \bar{x}_{pmax} - \bar{x}_{pmin}$$

R_p – raspon dijelova

\check{d}_2 – faktor ovisan o broju dijelova i broju raspona

$\check{d}_2 = f(m, g = 1)$

m – broj dijelova

g – broj raspona, uvijek iznosi 1

TV - Ukupna varijacija (engl. *Total Variation*)

$$TV = \sqrt{(R\&R)^2 + PV^2}$$

PRIMJER: Procjena sposobnosti mjernog sustava metodom aritmetičkih sredina i raspona.

Slučajnim izborom odabrano je pet dijelova iz proizvodnog procesa. Mjerenja su provela dva mjeritelja (mjeritelj A i mjeritelj B). Svaki dio mjen je tri puta od strane svakog pojedinog mjeritelja. Potrebno je analizirati mjerni sustav metodom aritmetičkih sredina i raspona ako su poznate granice dopuštenih odstupanja:

Gornja granica $USL = 60$

Donja granica $LSL = 30$

Potrebno je izračunati i komentirati udjele pojedinih varijacija u tolerancijskom polju uz vjerojatnost $P = 99\%$.

Rezultati mjerenja nalaze se u tablici 5. Vrijednosti faktora d_2 prikazane su u tablici 6, a vrijednosti konstanti A_2 , D_3 i D_4 u tablici 7.

Tablica 5. Rezultati mjerenja

Dio broj:	MJERITELJ A				MJERITELJ B				\bar{x}_p
	Mjerenje broj:			R	Mjerenje broj:			R	
	1	2	3		1	2	3		
1	40	42	43	3	41	41	41	0	41,33
2	47	45	47	2	46	44	45	2	45,67
3	49	48	48	1	47	49	49	2	48,33
4	43	41	42	2	43	43	43	0	42,50
5	50	50	50	0	49	48	49	1	49,33
\bar{x}	45,7			-	45,2			-	-

Tablica 6. Vrijednosti faktora d_2

		m													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
g	1	1,41	1,91	2,24	2,48	2,67	2,83	2,96	3,08	3,18	3,27	3,35	3,42	3,49	3,55
	2	1,28	1,81	2,15	2,40	2,60	2,77	2,91	3,02	3,13	3,22	3,30	3,38	3,45	3,51
	3	1,23	1,77	2,12	2,38	2,58	2,75	2,89	3,01	3,11	3,21	3,29	3,37	3,43	3,50
	4	1,21	1,75	2,11	2,37	2,57	2,74	2,88	3,00	3,10	3,20	3,28	3,36	3,43	3,49
	5	1,19	1,74	2,10	2,36	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10	3,19	3,28	3,35	3,42	3,49
	6	1,18	1,73	2,09	2,35	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10	3,19	3,27	3,35	3,42	3,49
	7	1,17	1,73	2,09	2,35	2,55	2,72	2,87	2,99	3,10	3,19	3,27	3,35	3,42	3,48
	8	1,17	1,72	2,08	2,35	2,55	2,72	2,87	2,98	3,09	3,19	3,27	3,35	3,42	3,48
	9	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	3,18	3,27	3,35	3,42	3,48
	10	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	3,18	3,27	3,34	3,42	3,48
	11	1,16	1,71	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	3,18	3,27	3,34	3,41	3,48
	12	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,72	2,85	2,98	3,09	3,18	3,27	3,34	3,41	3,48
	13	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,71	2,85	2,98	3,09	3,18	3,27	3,34	3,41	3,48
	14	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08	3,18	3,27	3,34	3,41	3,48
	15	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08	3,18	3,26	3,34	3,41	3,48
>15	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847	2,970	3,078	3,173	3,258	3,336	3,407	3,472	

Tablica 7. Konstante A_2 , D_3 , i D_4

Broj ponovljenih mjerjenja	A_2	D_3	D_4
2	1,880	0	3,267
3	1,023	0	2,575
4	0,729	0	2,282
5	0,577	0	2,115
6	0,483	0	2,004
7	0,419	0,078	1,924
8	0,373	0,136	1,864
9	0,337	0,184	1,816
10	0,308	0,223	1,777
11	0,285	0,256	1,744
12	0,266	0,284	1,716
13	0,249	0,308	1,692
14	0,235	0,329	1,671
15	0,223	0,348	1,652

Varijacija opreme

$$\bar{R} = \frac{\sum R}{g} = \frac{3 + 2 + 1 + 2 + 0 + 0 + 2 + 2 + 0 + 1}{5 \cdot 2} = \frac{13}{10} = 1,3$$

$$EV = 5,15 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{1,3}{1,72} = 3,9$$

$$EV = 3,9$$

Varijacija mjeritelja

$$AV = \sqrt{\left(5,15 \cdot \frac{R_0}{\dot{d}_2}\right)^2 - EV^2 \left(\frac{1}{n \cdot r}\right)}$$

$$AV = \sqrt{\left(5,15 \cdot \frac{\bar{x}_{max} - \bar{x}_{min}}{\dot{d}_2}\right)^2 - EV^2 \left(\frac{1}{n \cdot r}\right)}$$

$$AV = \sqrt{\left(5,15 \cdot \frac{45,7 - 45,2}{1,41}\right)^2 - 3,9^2 \left(\frac{1}{5 \cdot 3}\right)}$$

$$AV = 1,52$$

Ponovljivost i obnovljivost

$$R\&R = \sqrt{EV^2 + AV^2}$$

$$R\&R = \sqrt{3,9^2 + 1,52^2}$$

$$R\&R = 4,19$$

Varijacija dijelova

$$PV = 5,15 \cdot \frac{R_p}{\dot{d}_2}$$

$$PV = 5,15 \cdot \frac{\bar{x}_{pmax} - \bar{x}_{pmin}}{\dot{d}_2}$$

$$PV = 5,15 \cdot \frac{49,33 - 41,33}{2,48}$$

$$PV = 16,63$$

Ukupna varijacija

$$TV = \sqrt{(R\&R)^2 + PV^2}$$

$$TV = \sqrt{4,19^2 + 16,63^2}$$

$$TV = 17,15$$

$$\text{Sposobnost mjernog sustava} = \frac{R\&R}{T} \cdot 100\%$$

$$\text{Sposobnost mjernog sustava} = \frac{R\&R}{USL - LSL} \cdot 100\%$$

$$\text{Sposobnost mjernog sustava} = \frac{4,19}{60 - 30} \cdot 100\%$$

$$\text{Sposobnost mjernog sustava} = 13,97\%$$

Mjerni sustav može se smatrati zadovoljavajućim!

Isti zadatak riješen je primjenom programskog paketa Minitab - probna verzija. Rezultati analize prikazani slikom 28.

```

Welcome to Minitab, press F1 for help.

Gage R&R Study Worksheet

Parts:      5      Operators:  2
Replicates: 3      Total runs: 30

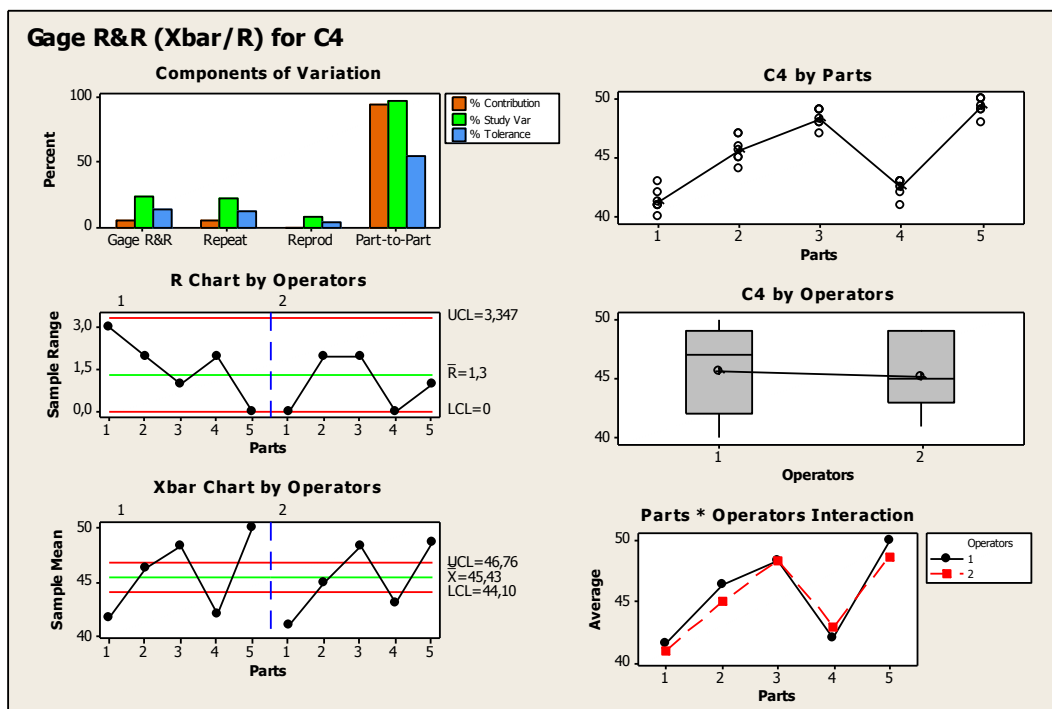
Gage R&R Study - XBar/R Method

Source          VarComp          %Contribution
                (of VarComp)
Total Gage R&R    0,6447           5,84
  Repeatability  0,5741           5,20
  Reproducibility 0,0706           0,64
Part-To-Part    10,3954          94,16
Total Variation 11,0401          100,00

Process tolerance = 30

Source          StdDev (SD)      Study Var      %Study Var      %Tolerance
                (5,15 * SD)      (%SV)          (SV/Toler)
Total Gage R&R    0,80294          4,1352         24,17            13,78
  Repeatability  0,75769          3,9021         22,80            13,01
  Reproducibility 0,26574          1,3685         8,00             4,56
Part-To-Part    3,22419          16,6046        97,04            55,35
Total Variation  3,32267          17,1118        100,00           57,04

```



Slika 28. R&R - metoda aritmetičkih sredina i raspona

6. UTJECAJ KVALITETE MJERNOG SUSTAVA NA PROCJENU SPOSOBNOSTI PROCESA

6.1. Općenito o sposobnosti procesa

Analiza sposobnosti procesa, uz statističku kontrolu i planiranje pokusa, statističke su metode, kojima se već godinama pokušava smanjiti varijabilnost proizvodnih procesa i njihovih konačnih proizvoda. Sposobnost procesa označuje prirodno ponašanje procesa kada na njega ne djeluju značajni uzroci, a uobičajeno je da se brojčano izražava kao udjel procesa unutar zadanih tolerancija. Temeljni uvjet sposobnosti procesa je $T \geq 6\sigma$. Proces je sposoban ako je raspon zahtjeva T , veći ili jednak od raspona procesa 6σ . Raspon procesa podrazumijeva područje unutar ± 3 standardna odstupanja σ u odnosu na sredinu procesa \bar{x} , što predstavlja 99,73% površine ispod krivulje normalne razdiobe kojom se aproksimira proces. Sposobnost procesa se procjenjuje računanjem tzv. indeksa sposobnosti procesa. Računanje i pravilna interpretacija indeksa sposobnosti procesa temelji se na sljedećim pretpostavkama:

- raspodjela podataka se može aproksimirati normalnom raspodjelom
- pouzdana procjena sposobnosti procesa može se donijeti samo temeljem praćenja procesa primjenom odgovarajuće kontrolne karte i nakon dovođenja procesa u stanje statističke kontrole (stanje pod kontrolom).

Otklanjanjem značajnih uzroka varijacija u procesu i dovođenjem sredine procesa u okoliš ciljane vrijednosti ima smisla procjenjivati njegovu sposobnost.

6.1.1. Indeksi sposobnosti procesa

Indeksi sposobnosti procesa računaju se nakon odvijanja procesa tijekom razložno dugog vremenskog razdoblja u kojem su se mogli pojaviti svi mogući utjecaji varijacija procesa. Proces nužno treba pratiti primjenom odgovarajuće kontrolne karte. Najčešće korišteni indeksi su indeks za izračun potencijalne sposobnosti C_p i indeks demonstrirane izvrsnosti C_{PK} . Indeks C_p opisuje raspon tolerancijskog polja u odnosu na stvarno rasipanje podataka, dok indeks C_{PK} utvrđuje položaj procesa u odnosu na granice zahtjeva. Indeksi sposobnosti procesa dani su izrazima:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{T}{6\sigma}$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \bar{x}}{3\sigma}; \frac{\bar{x} - LSL}{3\sigma}\right)$$

gdje su :

- USL - gornja granica zahtjeva
- LSL - donja granica zahtjeva
- T - područje tolerancije
- \bar{x} - aritmetička sredina (centralna linija kontrolne karte)
- 6σ - raspon promatranog procesa

Standardno odstupanje σ procijenjeno je temeljem podataka iz kontrolne karte i naziva se *standardno odstupanje iz uzoraka* ili *unutrašnje standardno odstupanje* (*within subgroups or internal standard deviation*). Raznovrsne kontrolne karte se koriste za otkrivanje varijacija u procesu te za utvrđivanje iznosa standardnog odstupanja procesa.

Ako se u postupku procjene standardnog odstupanja koriste svi podaci iz uzoraka kontrolne karte dobiva se tzv. *ukupno standardno odstupanje* (engl. *overall standard deviation*) temeljem kojeg se računa indeks stvarne sposobnosti procesa (engl. *Performance Process*). U nazivlju indeksa se umjesto sposobnost koristi termin značajka. U tom smislu se indeksi označavaju kao P_p i P_{pk} . Računaju se na isti način kao C_p i C_{pk} osim što se standardno odstupanje procjenjuje iz svih podataka temeljem izraza:

$$\sigma = s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

6.2. Utjecaj varijacije mjernog sustava na indeks sposobnosti procesa C_p

Pri analizi sposobnosti procesa upravo najveću težinu ima indeks C_p koji se temelji na rasipanju procesa. Ukoliko se želi doći do spoznaje o stvarnoj sposobnosti procesa mjerni

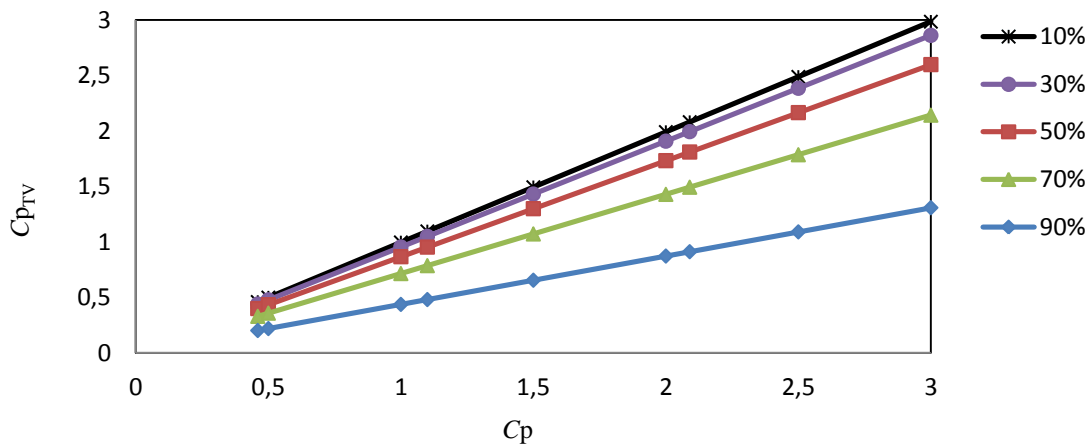
sustav mora biti u mogućnosti detektirati odstupanja procesa ili proizvoda koji se prati. U daljnjoj analizi prikazan je odnos promatranog indeksa sposobnosti procesa C_{pTV} koji je posljedica ukupne varijabilnosti TV i stvarnog indeksa C_p koji se temelji na varijaciji dijelova u procesu PV .

$$C_p = \frac{T}{6\sigma_{PV}} = \frac{T}{6 \times \sqrt{\sigma_{TV}^2 - \sigma_{R\&R}^2}}$$

$$C_{pTV} = \frac{T}{6\sigma_{TV}}$$

$$C_{pTV} = C_p \times \sqrt{1 - (R\&R)^2}$$

Odnosi indeksa sposobnosti procesa C_{pTV} i C_p u ovisnosti o kvaliteti mjernog sustava $R\&R$ prikazani su slikama 29 i 30, te tablicama 8 i 9.



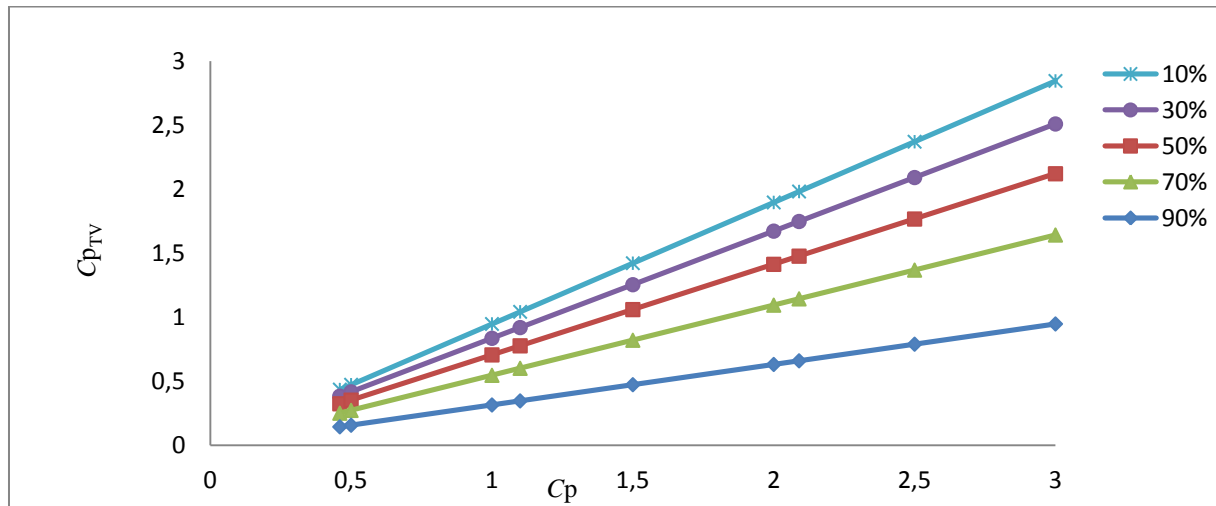
Slika 29. Odnosi indeksa sposobnosti procesa C_{pTV} i C_p .

Tablica 8. Odnosi indeksa sposobnosti procesa C_{pTV} i C_p

C_p	Sposobnost mjernog sustava $R\&R$, %				
	90%	70%	50%	30%	10%
	C_{pTV}				
0,5	0,22	0,36	0,43	0,48	0,50
1	0,44	0,71	0,87	0,95	0,99
1,5	0,65	1,07	1,30	1,43	1,49
2	0,87	1,43	1,73	1,91	1,99
2,5	1,09	1,79	2,17	2,38	2,49
3	1,31	2,14	2,60	2,86	2,98

Ukoliko je kvaliteta mjernog sustava $R\&R$ iskazana odnosom varijance mjernog sustava $\sigma_{R\&R}^2$ i ukupne varijance σ_{TV}^2 veza koeficijenta sposobnosti procesa C_{pTV} i C_p u ovisnosti o kvaliteti mjernog sustava $R\&R$ dana je izrazom: $C_{pTV} = C_p \times \sqrt{1 - (R\&R)}$

Rezultati su grafički i tabelarno prikazani slikom 30 i tablicom 9.

Slika 30. Odnosi indeksa sposobnosti procesa C_{pTV} i C_p u ovisnosti o doprinosu $R\&R$.

Tablica 9. Odnosi indeksa sposobnosti procesa C_{pTV} i C_p u ovisnosti o doprinosu $R\&R$.

C_p	Doprinos mjernog sustava $R\&R$, %				
	90%	70%	50%	30%	10%
	C_{pTV}				
0,5	0,16	0,27	0,35	0,42	0,47
1	0,32	0,55	0,71	0,84	0,95
1,5	0,47	0,82	1,06	1,25	1,42
2	0,63	1,10	1,41	1,67	1,90
2,5	0,79	1,37	1,77	2,09	2,37
3	0,95	1,64	2,12	2,51	2,85

Iz prikazanih rezultata može se zaključiti da postoji značajan utjecaj kvalitete mjernog sustava $R\&R$ na iznos koeficijenta sposobnosti procesa C_p . Ukoliko je promatrani koeficijent sposobnosti procesa $C_{pTV} = 1,41$, a mjerni sustav troši 50 % ukupne varijacije ili polja tolerancije stvarni koeficijent sposobnosti procesa iznosit će $C_p = 2,0$. Ako pak mjerni sustav troši 10 % ukupne varijacije ili polja tolerancije stvarni koeficijent sposobnosti procesa iznosit će $C_p = 1,42$ što je značajno bolja procjena sposobnosti procesa. Isto tako, treba naglasiti ukoliko je varijacija mjernog sustava značajna u odnosu na utvrđenu varijaciju predmeta mjerenja u procesu, mjerni sustav neće ispravno procijeniti sposobnost procesa.

Na osnovu provedene analize može se zaključiti da su kvalitetni mjerni sustavi neophodni za otkrivanje i praćenje varijacija u procesu. Veći % $R\&R$ znači veću pogrešku procjene indeksa sposobnosti procesa C_p . Pogreška procjene je to veća što je veći iznos indeksa C_p . Samo će kvalitetan mjerni sustav moći točno i precizno procijeniti sposobnost procesa.

7. ISPITIVANJE HRAPAVOSTI TEHNIČKIH POVRŠINA

U vrijeme kada je kvaliteta proizvoda jedan od osnovnih čimbenika uspješnosti njegove prodaje na tržištu, pred sudionike koji osiguravaju tu kvalitetu postavljaju se sve složeniji zahtjevi. Kod izrade dijelova u strojarskoj proizvodnji definiraju se sve kompleksniji zahtjevi u pogledu dopuštenih odstupanja s ciljem osiguravanja bolje zamjenjivosti i duljeg vijeka trajanja dijelova tj. bolje kvalitete gotovog proizvoda. Sužavanjem područja dopuštenih odstupanja kod izrade dijelova automatski se postavljaju stroži zahtjevi u pogledu obrade površine. Finija kvaliteta obrade uzrokuje povećane troškove proizvodnje zbog povećanja relativnog vremena izrade čiji odnos nije linearan nego eksponencijalan. Stanje površine se prvenstveno ocjenjuje na temelju parametara hrapavosti čija su dopuštena odstupanja vrlo često definirana ispod vrijednosti 1 μm tj. u području nanometarskih mjerenja. Budući da se radi o malim vrijednostima odstupanja pred proizvođačima mjerne opreme i mjeriteljskim sustavom postavljeni su vrlo visoki zahtjevi. Zbog navedenih razloga u mjeriteljstvu hrapavosti tehničkih površina posebna pažnja usmjerena je na osiguravanje mjernog jedinstva koje se odvija u okviru nekoliko područja:

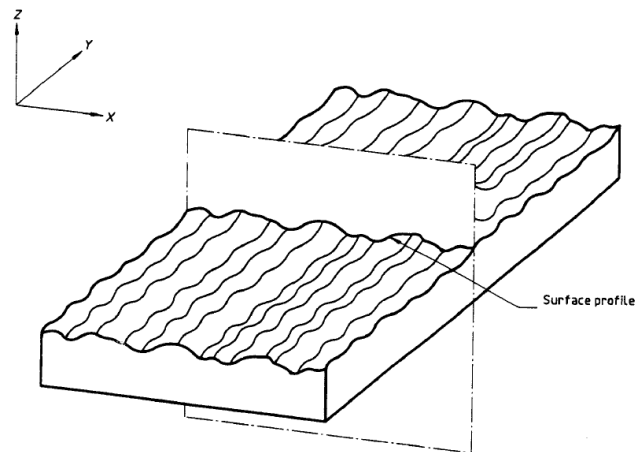
- Normizaciji s ciljem definiranja jedinstvenih nacionalnih normi baziranih na ISO normama.
- Konstrukciji mjernih uređaja za ispitivanje hrapavosti tehničkih površina s ciljem osiguravanja mjerne obnovljivosti.
- Umjeravanju radnih etalona hrapavosti i uređaja s ciljem osiguravanja sljedivosti.

7.1. Normizacija

Značajnu ulogu u normizaciji kod definiranja parametara hrapavosti površina odigrao je razvoj metode dodirom i elektromehaničkih uređaja s ticalom. Može se reći da su danas uspostavljene jedinstvene norme u pogledu definicije parametara hrapavosti te načina ispitivanja koji su u potpunosti prilagođeni metodi dodirom. Definirajući jedinstvene standarde čiju osnovu čine ISO norme uspostavljen je jedan od bitnih preduvjeta za ostvarenje mjernog jedinstva na tom području.

7.2. 2D i 3D mjerni sustavi mjerenja hrapavosti tehničkih površina

Zahvaljujući razvoju tehnologije danas je mjernu površinu moguće karakterizirati s 2D i 3D parametrima. Realna površina definirana je kao površina koja ograničava tijelo i odvaja ga od okolnog medija. Profil površine (*surface profile*) rezultat je presjeka realne površine i ravnine. Uobičajeno je odabrati ravninu s normalom koja leži paralelno sa stvarnom površinom i u prikladnom smjeru.

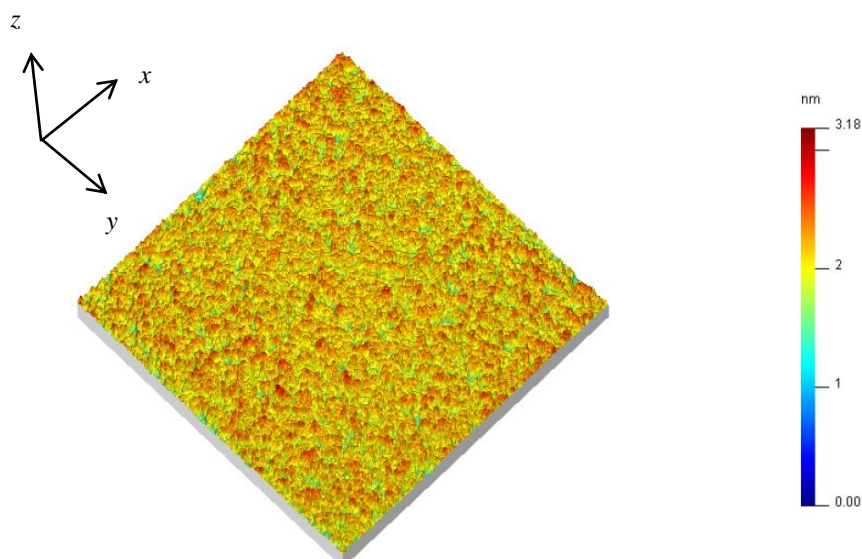


Slika 31. Odabran profil površine.

2D mjerenje profila površine je mjerenje linije površine koja se može opisati matematički kao funkcija $z = f(x)$, odnosno mjerenje okomito na smjer tragova.

Riječ trag se koristi za opisivanje smjera dominantnog površinskog uzorka. U praksi se nastoji mjeriti okomito na trag, iako postoje iznimke osobito kod problema trenja ili brtvljenja. U slučajevima u kojima nije moguće formirati mišljenje o smjeru traga, provode se mjerenja u više pravaca i prihvaća maksimalna vrijednost kao parametar hrapavosti.

Mjerenje prostorne teksture površine daje trodimenzionalni prikaz površine (Slika 32). 3D mjerenje može se opisati matematički kao funkcija $z = f(x, y)$.



Slika 32. Primjer prostorne teksture površine

Područje uzorkovanja odnosi se na veličinu xy ravnine u kojoj se mjerenje izvodi. Najmanje dva presjeka pod pravim kutom su potrebna za uspostavu topografije površine. U praksi se pokazalo najboljim korištenje pet presjeka u proizvoljnim smjerovima.

Prednosti 3D mjernog sustava mjerenja hrapavosti tehničkih površina u odnosu na 2D sustav su sljedeće:

- Topografija površine je po prirodi trodimenzionalna te se stoga bolje može opisati 3D mjerenjima.
- 3D pristupom ne samo da se kvalitativno određuju značajke površine, kao što su udubine, uzdužni žljebovi, usmjerenost, anizotropija i nehomogenost, već je moguća i kvantifikacija značajki površine.
- Parametri dobiveni 3D pristupom realniji su od onih dobivenih 2D pristupom.
- 3D mjerenja topografije površine mogu pružiti nove parametre koji se ne mogu dobiti uobičajenim analizama 2D profila. Radi se o parametrima koji kvantificiraju volumen dolova i volumen brjegovova te naznačuju površinu dodira. Ti parametri posebno su značajni za područje tribologije te omogućavaju analizu funkcionalnih svojstava površina.
- Statistička analiza 3D topografije površine je pouzdanija i reprezentativnija jer uzima u obzir veliki broj podataka.

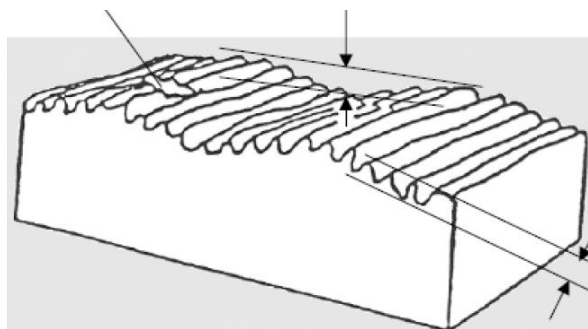
7.3. Osnovni pojmovi i definicije

Stvarna površina koja je nastala različitim postupcima obrade trodimenzionalna je tvorevina koja ograničava tijelo i odvaja ga od okoline. Na površini se nalazi čitav niz odstupanja sukladno teorijskom modelu tj. geometrijskoj površini koje se mogu svrstati u četiri osnovne grupe: površinske greške, odstupanje od oblika, valovitost i hrapavost.

Odstupanja na površini prikazana su na slici 33.

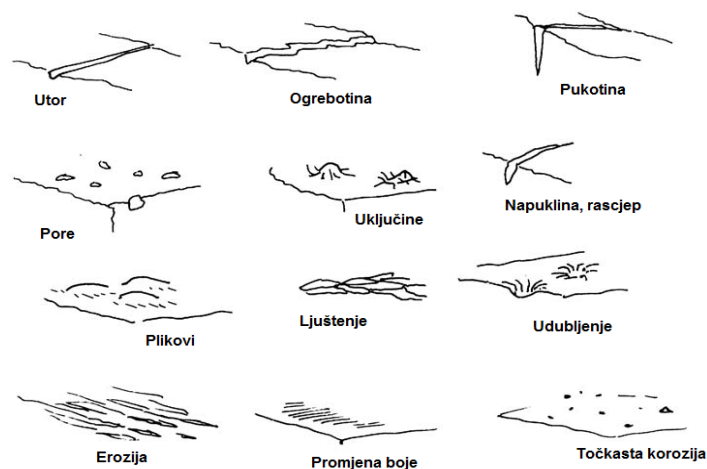
Površinske greške

Valovitost



Slika 33. Odstupanja na površini

Pod površinskom greškom podrazumijeva se odstupanje dijela površine od predviđenog geometrijskog oblika koje je nastalo u toku ili poslije oblikovanja proizvoda, djelovanjem nepredviđenih faktora. Odstupanja od pravilnog geometrijskog oblika koja nastaju kao normalna i redovna posljedica proizvodnog procesa i imaju karakter zakonomjernosti ne smatraju se greškama. Površinske greške su nenamjerne i neželjene značajke površine. Obično se termin greška odnosi na značajke kao što su ogrebotine i udubljenja. Primjeri površinskih grešaka prikazani su na slici 34.



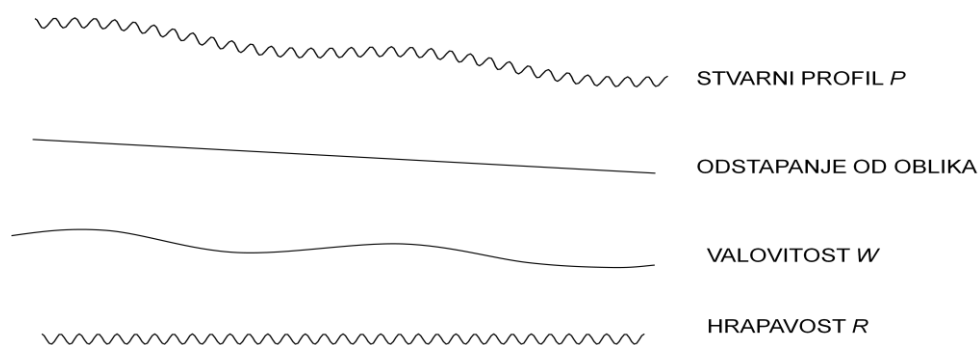
Slika 34. Primjeri površinskih grešaka

Osnovni pojmovi i definicije mjeriteljstva hrapavosti tehničkih površina, dani u nastavku, definirani su normom *HRN EN ISO 4287:2008/A1:2010: Geometrijske specifikacije proizvoda (GSP) -- Tekstura površine: Metoda snimanja profila -- Nazivlje, definicije i parametri teksture površine -- Amandman 1: Broj izbrojenih izbočina (ISO 4287:1997/Amd 1:2009; EN ISO 4287:1998/A1:2009)*.

Bez obzira na znatne prednosti 3D mjerenja hrapavosti još uvijek se u najvećoj mjeri provodi 2D mjerenje hrapavosti površine. Razlozi leže u skupoj mjernoj opremi 3D mjernih sustava i problemu osiguravanja sljedivosti rezultata mjerenja 3D parametara do definicije metra.

U nastavku se dani pojmovi i definicije odnose na mjerenje hrapavosti tehničke površine 2D mjernim sustavom.

2D sustav ispitivanja hrapavosti površine temelji se na mjerenju dvodimenzionalnog profila na kojem se računaju 2D parametri hrapavosti. Mjernim uređajem (elektroničko-mehanički uređaj s ticalom) snima se primarni profil koji uključuje tri komponente profila: odstupanje od oblika, valovitost i hrapavost (Slika 35).



Slika 35. Komponente profila

Odstupanja od oblika obuhvaćaju odstupanja od zadane geometrije. Greške oblika mogu biti rezultat velikog broja uzroka koji se pojavljuju u proizvodnom procesu kao greške vođenja alata i izratka, neadekvatno stezanje izratka, pojave savijanja dijelova stroja i izratka ili posljedica trošenja dijelova stroja.

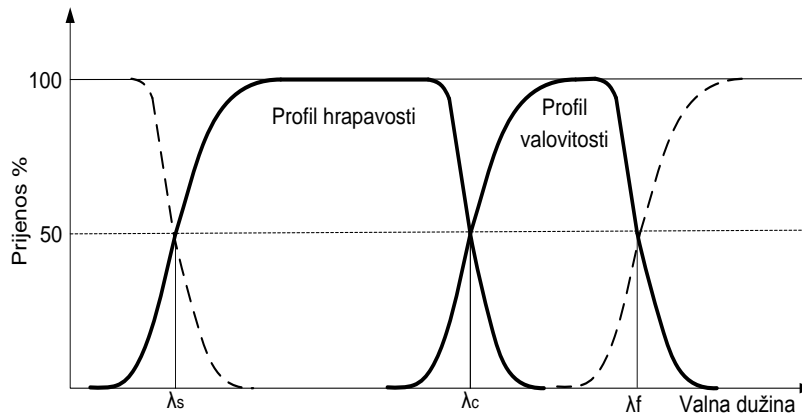
Valovitost se iskazuje u obliku dugih valova na površini u odnosu na geometrijsku površinu. Može biti rezultat nepravilnosti kod stezanja alata ili izratka, vibracija, unutrašnjih naprezanja u materijalu, svojstava stroja, primjerice nebalansiranog brusnog kotača, i dr. Valovitost je komponenta teksture koja sadrži i hrapavost.

Hrapavost površine rezultat je nepravilnosti na površini koja je svojstvena postupku obrade, a ne stroja, ali koja ne uključuje valovitost, odstupanje od oblika i površinske greške. Hrapavost uključuje kratkovalne nepravilnosti površine. Općenito je posljedica proizvodnog procesa. Kvantificira se vertikalnim odstupanjima stvarne površine od njenog idealnog oblika. Ako su ta odstupanja velika - površina je gruba, a ako su mala - površina je glatka. Hrapavost igra veliku ulogu u određivanju komunikacije izratka s okolinom. Hrapave se površine obično troše brže i imaju veće koeficijente trenja od glatkih površina.

Tekstura površine se odnosi na fine nepravilnosti (brjegove i dolove) dobivene na površini putem postupka oblikovanja. Prema dogovoru, tekstura se sastoji od dvije komponente: hrapavosti i valovitosti. Radi se o odstupanjima koja su kraćih valnih duljina od odstupanja od oblika.

Topografija površine uključuje komponente teksture i ostale nepravilnosti (odstupanje od oblika).

Profil površine (Slika 36) predstavlja presjek realne površine s određenom ravninom gdje su λ_c i λ_f profilni filtri hrapavosti i valovitosti.

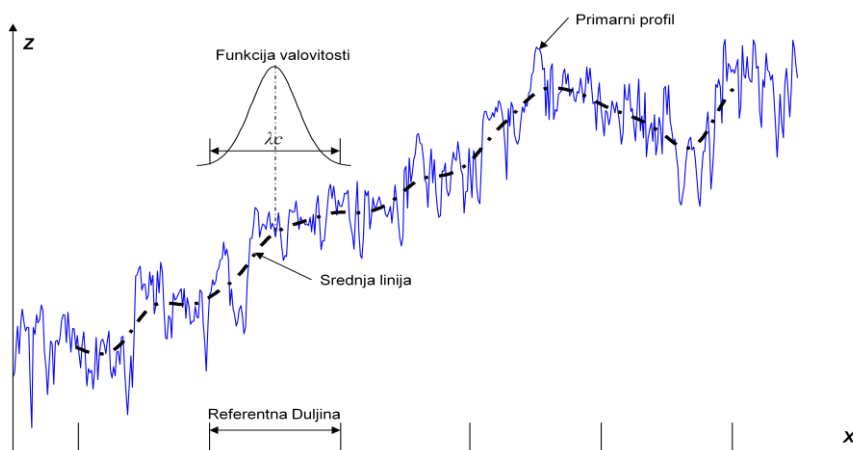


Slika 36. Prijenosne karakteristike profila hrapavosti

Filtriranje je proces odvajanja određenih komponenti frekvencija. Ovisno o tome koju komponentu želimo, postupak filtriranja može biti:

- propuštanje komponenti kratkih valnih duljina (visoke frekvencije) - izdvaja se hrapavost
- propuštanje komponenti dugih valnih duljina (niske frekvencije) - izdvaja se ili valovitosti ili oblik
- izdvajanje komponenti specificirane širine upotrebom oba filtra.

Gaussov filter je primjer profilnog filtra i prikazan je slikom 37.



Slika 37. Gaussov filtar

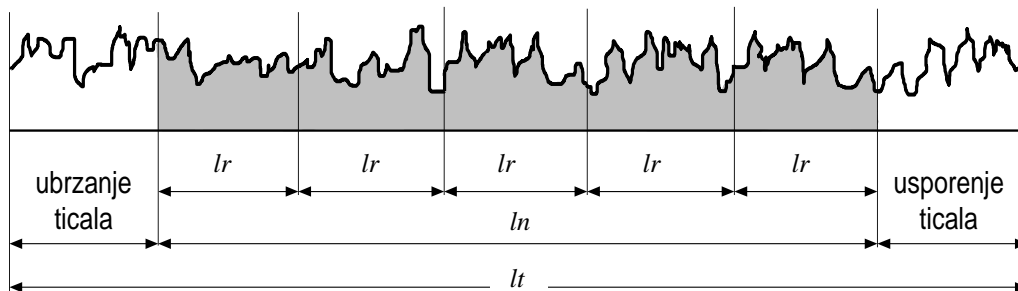
Pojam *cut-off* (granična vrijednost filtra λ_c , λ_f) numerički određuje graničnu frekvenciju ispod ili iznad koje su komponente izdvojene ili eliminirane. U tablici 10 nalaze se preporučene granične vrijednosti filtra (λ_c) prema normi *ISO 4288:1996 Geometric Product Specification (GPS) — Surface texture: profile method — Rules and procedures for the assessment of surface texture*.

Tablica 10. Preporučene granične vrijednosti filtra (λ_c)

REFERENTNA DULJINA	DULJINA VREDNOVANJA	PERIODIČKI PROFIL	NEPERIODIČKI PROFIL	
			Rz u μm	Ra u μm
$lr(\lambda_c)$ u mm	$ln = 5 \times lr$ u mm	RSm u μm	Rz u μm	Ra u μm
0,08	0,4	>0,013 do 0,04	do 0,1	do 0,02
0,25	1,25	>0,04 do 0,13	>0,1 do 0,5	>0,02 do 0,1
0,8	4	>0,13 do 0,4	>0,5 do 10	>0,1 do 2
2,5	12,5	>0,4 do 1,3	>10 do 50	>2 do 10
8	40	>1,3 do 4	>50	>10

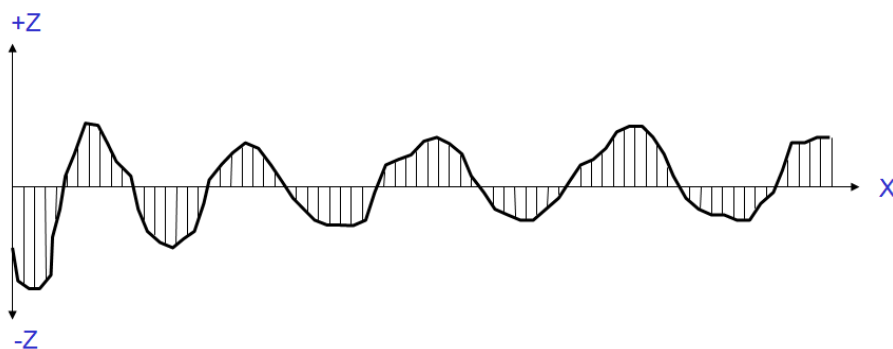
Karakteristične duljine ispitivanja su: duljina ispitivanja l_t , duljina vrednovanja l_n , referentna duljinu l_r .

Referentna duljina l_r je iznosom jednaka graničnoj vrijednosti filtra λ_c . Na slici 38 prikazan je odnos karakterističnih duljina 2D profila hrapavosti:



Slika 38. Karakteristične duljine 2D profila hrapavosti

Srednja linija profila (Slika 39) se definira za primarni profil, profil hrapavosti i profil valovitosti, a predstavlja referentnu liniju za izračun parametara. Za primarni profil *srednja linija profila* se određuje metodom najmanjih kvadrata, a za hrapavost i valovitost se određuje uz primjenu profilnih filtra λ_c i λ_f .



Slika 39. Srednja linija profila

7.3.1. Parametri hrapavosti

Parametri se definiraju i računaju u ovisnosti o vrsti profila. Postoje tri prefiksa parametara (prvo slovo simbola), koji označavaju vrstu profila:

- R je prefiks parametara hrapavosti profila.
- W je prefiks parametara valovitosti profila.
- P je prefiks parametara primarnog profila.

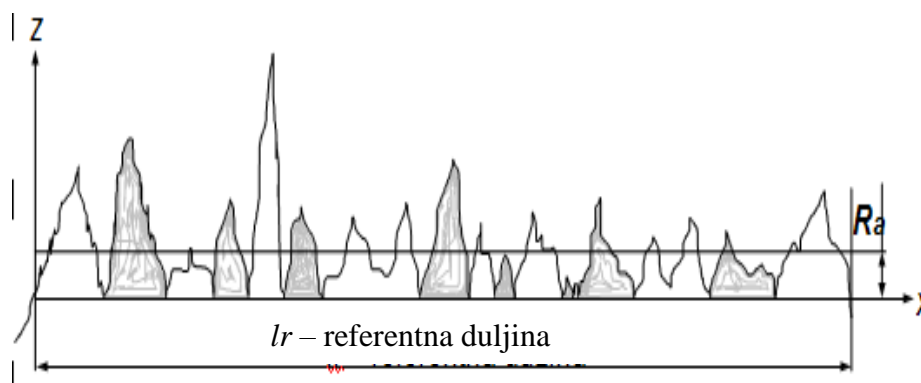
U nastavku su navedeni parametri hrapavosti profila površine za 2D mjerni sustav:

- *Amplitudni parametri* - opisuju varijacije po visini profila.
- *Uzdužni parametri* - opisuju varijacije uzduž profila.
- *Hibridni parametri* - opisuju varijacije iz kombinacije uzdužnih i amplitudnih karakteristika profila.
- *Krivuljni i srodni parametri* - opisuju varijacije na krivuljama dobivene iz uzdužnih i amplitudnih karakteristika profila.

7.3.1.1. Amplitudni parametri

R_a - najčešće korišten parametar hrapavosti. R_a predstavlja aritmetičku sredinu apsolutnih odstupanja profila hrapavosti od srednje linije (Slika 40).

$$R_a = \frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} |Z(x)| dx$$

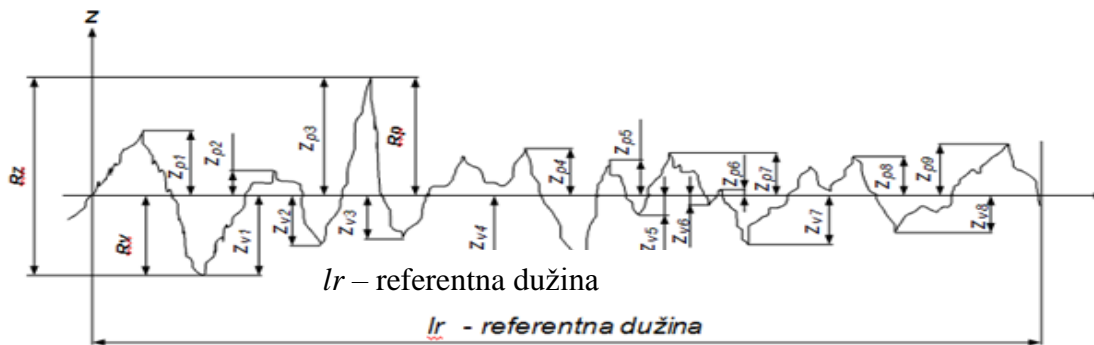


Slika 40. Srednje aritmetičko odstupanje R_a

R_p - najveća visina vrha profila na referentnoj dužini.

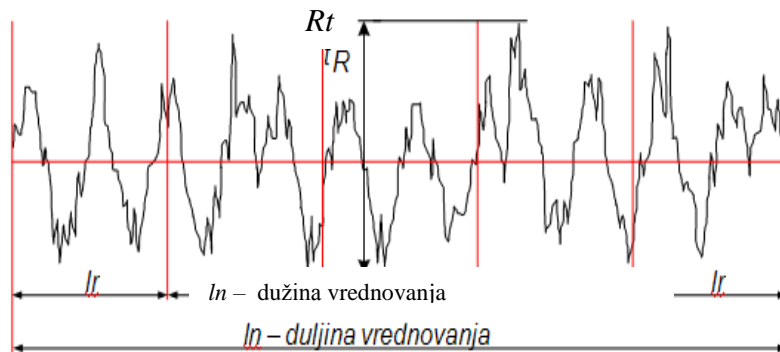
R_v - najveća dubina dola profila na referentnoj dužini.

$R_z = R_p + R_v$ je najveća visina profila unutar referentne dužine.



Slika 41. Parametri R_p , R_v , R_z na profilu hrapavosti

R_t - ukupna visina profila (suma visine najvećeg vrha profila i dubine najnižeg dola profila unutar duljine ocjenjivanja).



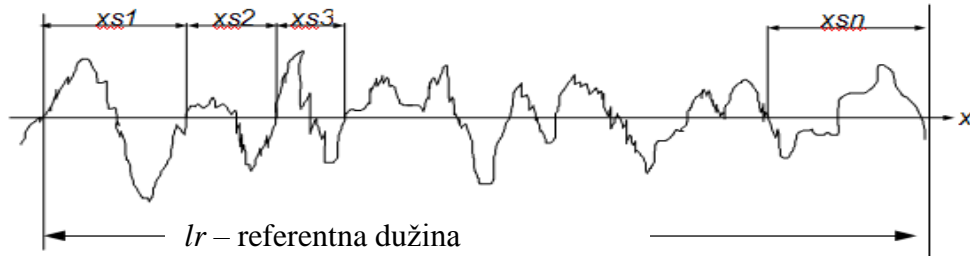
Slika 42. Parametar R_t na profilu hrapavosti

7.3.1.2. Uzdužni parametri

RS_m - Srednji korak elemenata profila dan je izrazom:

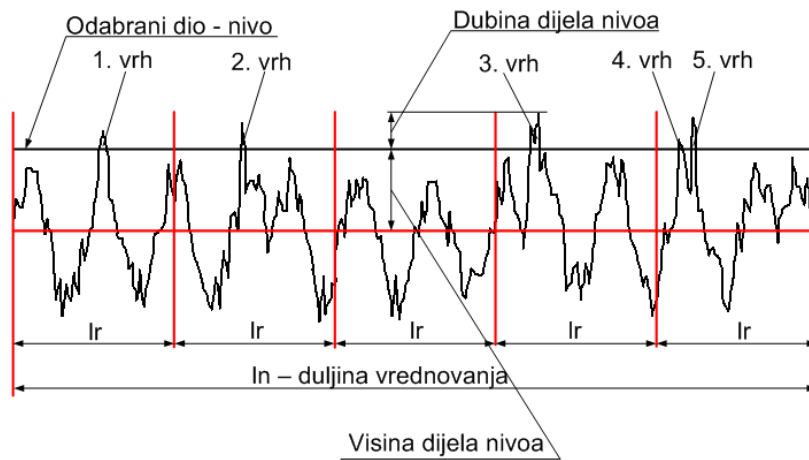
$$RS_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_{S_i}$$

gdje je m broj elemenata profila.



Slika 43. Korak profila

HSC - (*High Spot Count*) Broj lokalnih vrhova profila unutar dužine vrednovanja (Slika 44).

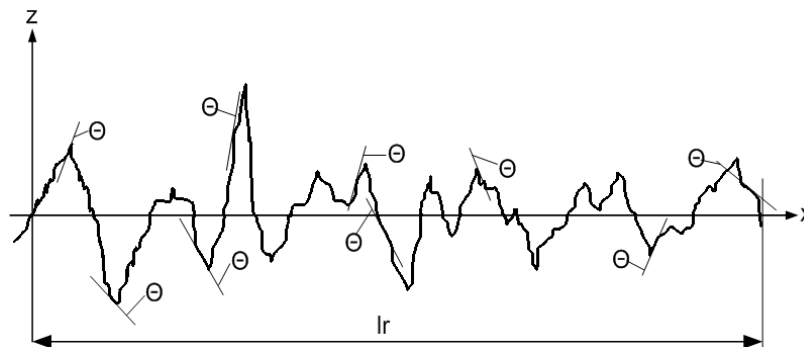


Slika 44. Broj lokalnih vrhova profila

7.3.1.3. Hibridni parametri

$$R\Delta q - \text{Srednji kvadratni nagib profila} \quad R\Delta q = \sqrt{\frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} (\Theta(x) - \bar{\Theta})^2 dx} \quad \bar{\Theta} = \frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} \Theta(x) dx$$

gdje je Θ nagib profila u danoj točki.



Slika 45. Nagibi profila u različitim točkama

7.3.1.4. Krivuljni i srodni parametri

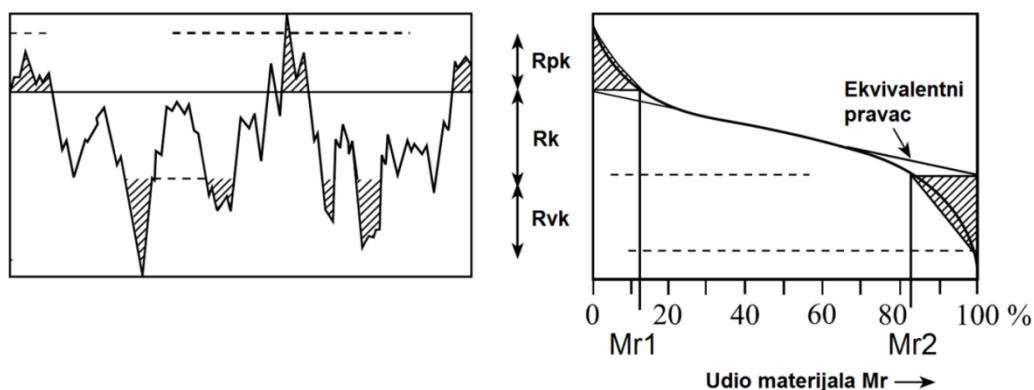
Krivuljni parametri se temelje na krivulji udjela materijala profila (Abbott – Firestone krivulja ili krivulja udjela nosivosti područja). Krivulja je kumulativna funkcija gustoće vjerojatnosti visine profila površine (Slika 46). Krivuljni i srodni parametri se koriste za karakterizaciju triboloških stratificiranih (slojevitih) površina.

Tribološke funkcije površine obično su posljedica redosljeda operacija obrade. Prva operacija utvrđuje opći oblik površine (gruba obrada), a daljnje operacije poboljšavaju zahtjeve površine određene dizajnom. Slijed operacija će ukloniti sve vrhove, dok će dolovi ostati netaknuti. Ovaj proces dovodi do teksture površine koja se naziva stratificirana (slojevita) površina. Asimetrija razdiobe će biti negativna. Teško je jednim amplitudnim parametrom, kao što je R_a , prikazati površinu dosljedno i učinkovito. Zbog toga se za stratificirane površine karakterizacija provodi na osnovu krivulja udjela materijala.

Dva važna aspekta profila, razmatraju se odvojeno: gornja površina koju obično dobijemo brušenjem i duboki dolovi koji ostanu netaknuti obradom. Gornja površina određuje period uhodavanja, tijelo definira karakteristike trošenja, a dolovi karakteristike podmazivanja (zadržavanje ulja).

Abbott – Firestone krivulju (Slika 46) promatramo u tri područja:

1. projekcijski dio: sadrži najviše točke projekcije profila površine
2. središnji eksploatacijski dio: najvažniji, određuje život pojedinih dijelova
3. niski depresijski dio: služi za zadržavanje filma maziva.

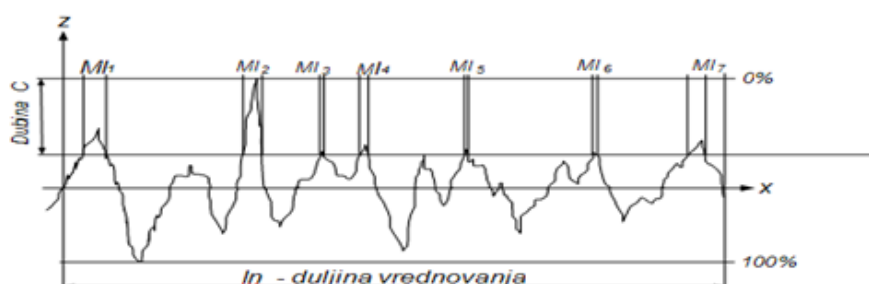


Slika 46. Abbott – Firestonova krivulja (Krivulja udjela materijala)

Krivuljni i srodni parametri su definirani na dužini vrednovanja.

$Rmr(c)$ - Udio materijala u profilu

$$Rmr(c) = MI(c) / ln$$



Slika 47. Udio materijala u profilu

Parametri hrapavosti krivulje udjela materijala mogu se navesti kako slijedi:

Rpk – reducirana visina vrha profila – dio profila koji će u tijeku eksploatacije biti prvi istrošen.

Rk – dubina jezgre hrapavosti profila – dio profila s povećanom nosivosti koja preuzima osnovna opterećenja i bitno utječe na karakteristike i životni vijek površine.

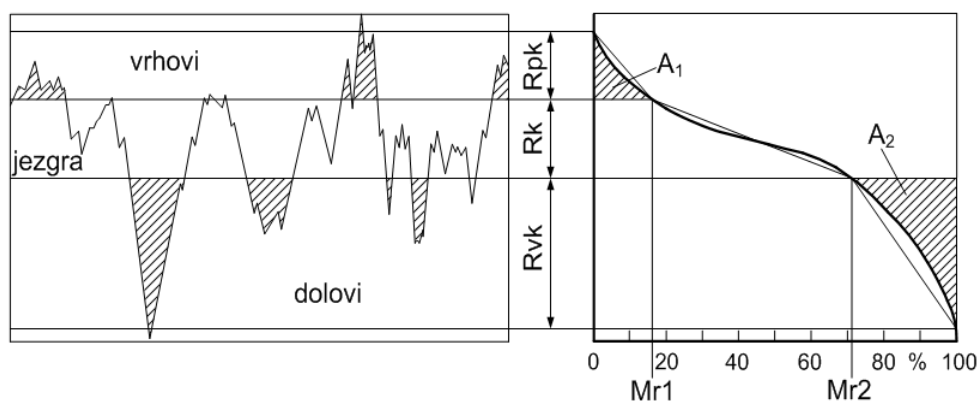
Rvk – reducirana dubina dolova profila – dio profila koji ima sposobnost zadržavanja ulja u dubokim žljebova koji su stvoreni pri strojnoj obradi površine.

$Mr1$ – relativni udio materijala u vrhovima.

$Mr2$ – relativni udio ulja u dolovima.

$A1$ - površina materijala vrhova profila.

$A2$ – površina maziva dolova profila.



Slika 48. Isječak profila (jezgra) izdvojen razinama

7.3.2. Odabir parametara

Prema dosadašnjim iskustvenim saznanjima i pretpostavkama, uočene su određene povezanosti parametara hrapavosti s traženom funkcijom površine (Tablica 11).

Tablica 11. Funkcija površine – odabir parametara hrapavosti

FUNKCIJA		PRIMJENA	PROCES	PARAMETRI HRAPAVOSTI									
				Amplitudni				Uzdužni	Krivuljni i srodni				
				R_a	R_z	R_z	R_p	PC	R_{pk}	R_k	R_{vk}	A_2	
Dinamička opterećenja	Klizanje	Cilindar	Honovanje							↑	↓	↓	↓
		Plast klipa	Kružno brušenje					↓					
		Klizni ležaj	Brušenje	↑	↑	↑	↑						
	Kotrljanje	Umjetni zglobovi	Brušenje / poliranje							↑	↑	↓	↓
	Kotrljajući ležaj	Brušenje / poliranje						↓	↑	↑			
Statička opterećenja	Stajanje	Brtvene površine	Glodanje / brušenje		↓								
Bez opterećenja	Estetika	Bojenje površine - lim	Valjanje		↓			↓					
		Kalupni alat za plastiku	Elektrokemijska erozija		↓			↓					
	Ostalo	Površine u prehrambenoj industriji	Valjanje / poliranje	↑									↑
		Elektrokontaktne površine	Platiniranje	↑						↑	↑		
		Keramika-porozne površine	Sinteriranje			↑							
		Papir / tkanina								↓	↓		

↑ - označava maksimalnu dozvoljenu vrijednost za parametar hrapavosti
 ↓ - označava dozvoljeno područje unutar maksimalne i minimalne vrijednosti za parametar hrapavosti
 ↓ - označava minimalnu dozvoljenu vrijednost za parametar hrapavosti

8. Odstupanje od oblika i položaja

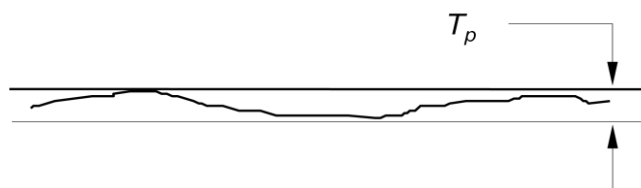
Zahtjevi za ispitivanjem odstupanja od oblika i položaja najčešće se javljaju u domeni izrade dijelova i provjere geometrijske točnosti alatnih strojeva. Osnovni simboli sustava tolerancije oblika i položaja dani su u tablici 12.

Tablica 12. Simboli sustava tolerancije oblika i položaja

TOLERANCIJE OBLIKA		TOLERANCIJE POLOŽAJA		SLOŽENE TOLERANCIJE	
Karakteristika koja se tolerira	Simbol	Karakteristika koja se tolerira	Simbol	Karakteristika koja se tolerira	Simbol
1.1 pravocrtnost		2.1 paralelnost		3.1 netočnost okretanja	
1.2 ravnoća		2.2 okomitost		3.2 radijalna netočnost okretanja	
1.3 kružnost		2.3 kut nagiba		3.3 aksijalna netočnost okretanja	
1.4 cilindričnost		2.4 lokacija			
1.5 oblik linije		2.5 koncentričnost			
1.6 oblik površine		2.6 simetričnost			

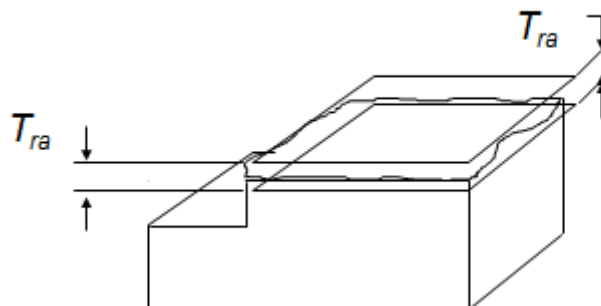
8.1. Odstupanje od pravocrtnosti i ravnosti

Pravocrtnost je stanje kod kojeg su sve točke na jednom pravcu. Dopušteno odstupanje od pravocrtnosti određeno je udaljenošću između dva paralelna pravca koji obuhvaćaju realnu tvorevinu (Slika 49).



Slika 49. Odstupanje od pravocrtnosti

Ravnost je stanje površine kod kojeg su sve točke u jednoj ravnini. Dopušteno odstupanje od ravnosti određeno je prostorom između dviju ravnina koje su međusobno udaljene za iznos dopuštenog odstupanja T_{ra} . (Slika 50).



Slika 50. Odstupanje od ravnosti

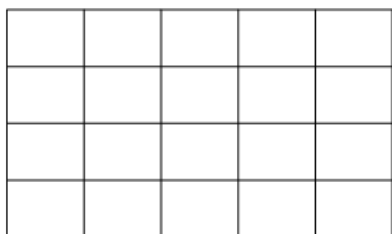
Odstupanje od ravnosti određeno je zbrojem udaljenosti dviju najviše udaljenih točaka (jedna s donje a druga s gornje strane ravnine) od ravnine dobivene metodom najmanjih kvadrata.

8.1.1. Metode ispitivanja ravnosti tehničkih površina

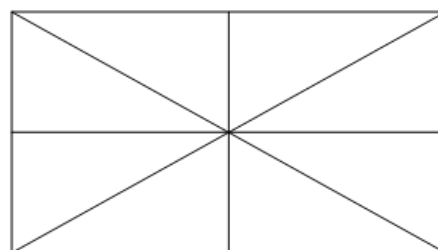
Mjerenje ravnosti temelji se na mjerenju pravocrtnosti. Mreža pravaca na mjernoj površini omogućuje pronalazak traženih geometrijskih značajki površine. Zbog toga je nužno, prije početka mjerenja, razraditi plan mjerenja prema kojem se utvrđuje sljedeće:

- metoda mjerenja
- izbor tipa i duljina mjerne baze
- raspored i redoslijed mjerenja mjernih pravaca

Najčešće se u primjeni susreću dva tipa rasporeda mjernih pravaca i to pravokutni ili “Grid” i dijagonalni tip ili “Union Jack”.



Slika 51. Pravokutni ili “Grid” raspored



Slika 52. Dijagonalni ili “Union Jack”
raspored

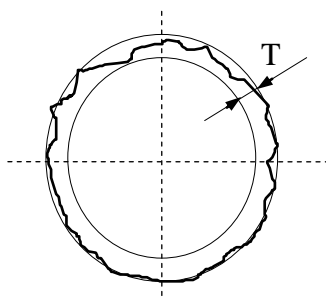
Na raspolaganju postoji velik broj metoda mjerenja ravnosti površine, a prvenstveno se dijele s obzirom na korištenu mjernu opremu:

- lineal s komparatorom
- 3D dužinski mjerni uređaji
- autokolimator
- laserski mjerni sustav
- koincidentna libela.

8.2. Odstupanje od kružnosti

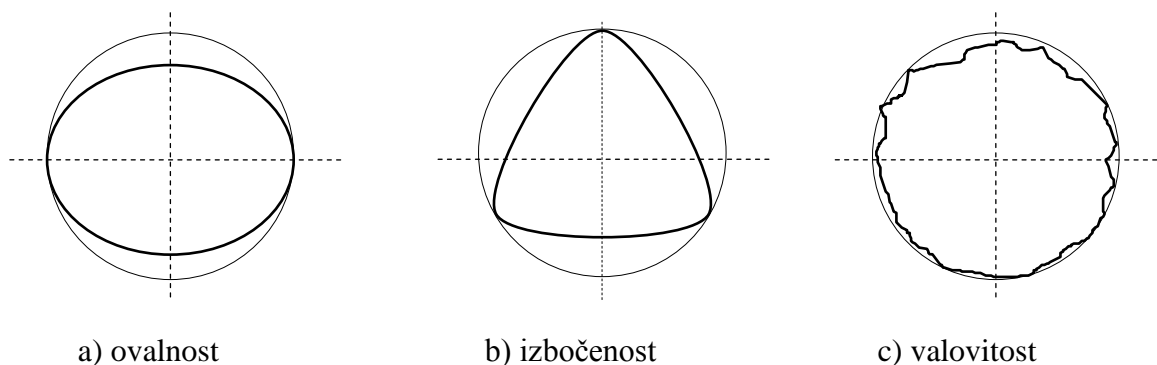
Kružnost se odnosi na stanje kružne linije ili površine kružnog dijela, kod kojeg su sve točke na liniji ili na obodu poprečnog presjeka dijela jednako udaljene od središnje točke.

Odstupanje od kružnosti T_K je radijalna širina prstenaste površine između dvije komplanarne, međusobno koncentrične kružnice. Niti jedna točka profila ne smije izlaziti van prstenaste površine (Slika 53).



Slika 53. Odstupanje od kružnosti

Karakteristične greške kružnosti dane su na slici 54.



a) ovalnost

b) izbočenost

c) valovitost

Slika 54. Karakteristične greške kružnosti

8.2.1. Metode ispitivanja kružnosti

Metode ispitivanja kružnosti s unutrašnjom mjernom referencom (kao mjerna referenca uzima se jedna ili više točaka s površine kontroliranog izratka):

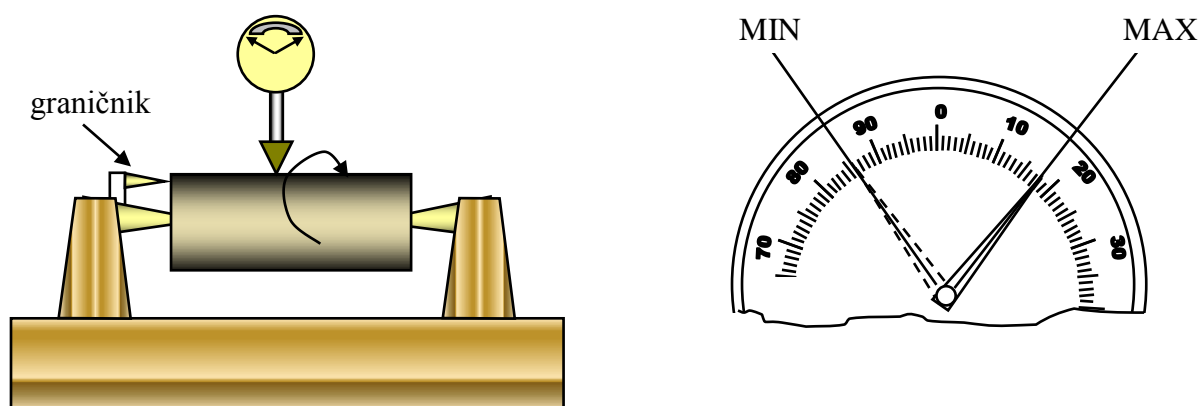
- dijametralno ispitivanje kružnosti
- ispitivanje kružnosti primjenom mjernih šiljaka
- ispitivanje kružnosti primjenom V-prizmi.

Metode ispitivanja kružnosti s vanjskom mjernom referencom (kao mjerna referenca uzima se vanjski element, npr. os vrtnje okretnog stola mjernog uređaja).

- tip rotirajućeg stola

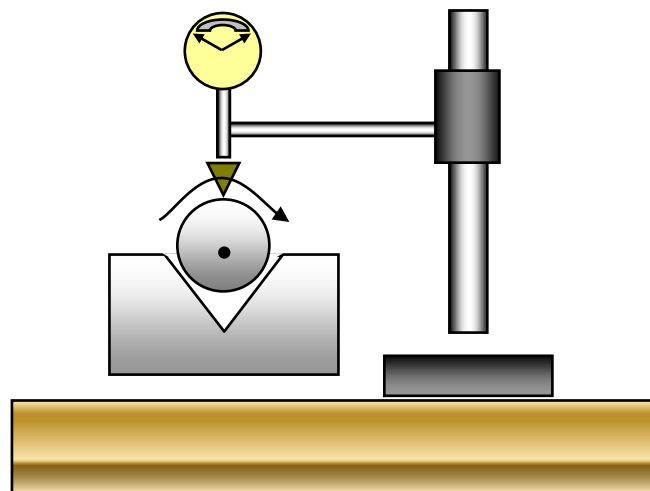
8.2.2. Ispitivanje kružnosti primjenom mjernih šiljaka i primjenom V-prizmi

Odstupanje od kružnosti cilindričnih dijelova primjenom mjernih šiljaka mjeri se na način prikazan na slici 55. Kružnost se odnosi na jedan presjek cilindričnog komada, što se kod ove metode osigurava graničnikom. Pri tome se uzimaju u obzir varijacije očitavanja (maksimalna vrijednost – minimalna vrijednost) mjernog instrumenta za jedan okretaj dijela.



Slika 55. Mjerenje kružnosti primjenom mjernih šiljaka

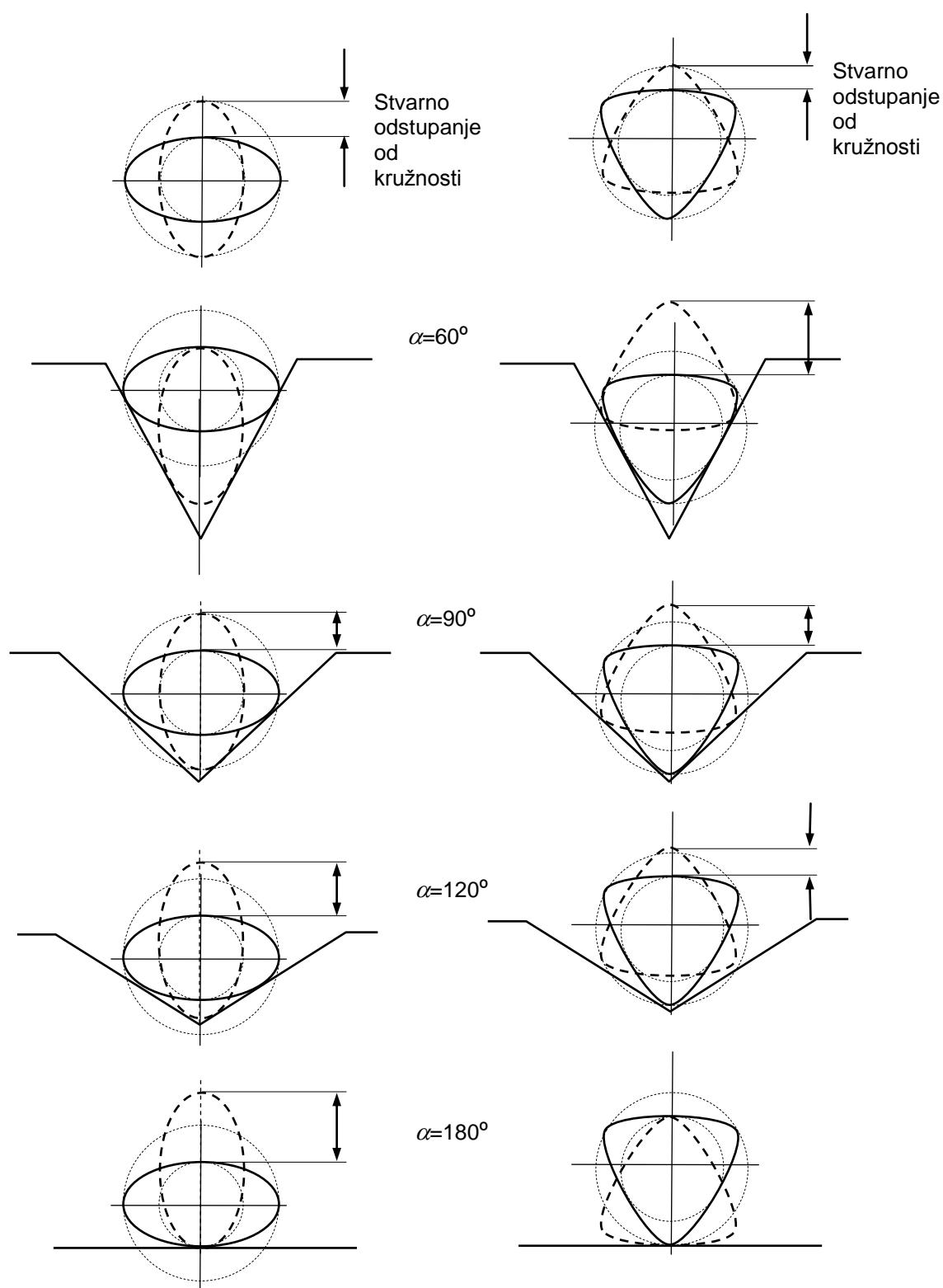
Princip mjerenja kružnosti primjenom V- prizmi prikazan je na slici 56.



Slika 56. Ispitivanje kružnosti primjenom V-prizmi

Princip očitavanja odstupanja isti je kao što je opisano kod mjerenja kružnosti primjenom mjernih šiljaka (Slika 55). Mjerenje se provodi u V - prizmama nazivnih kutova 60° , 90° i 120° .

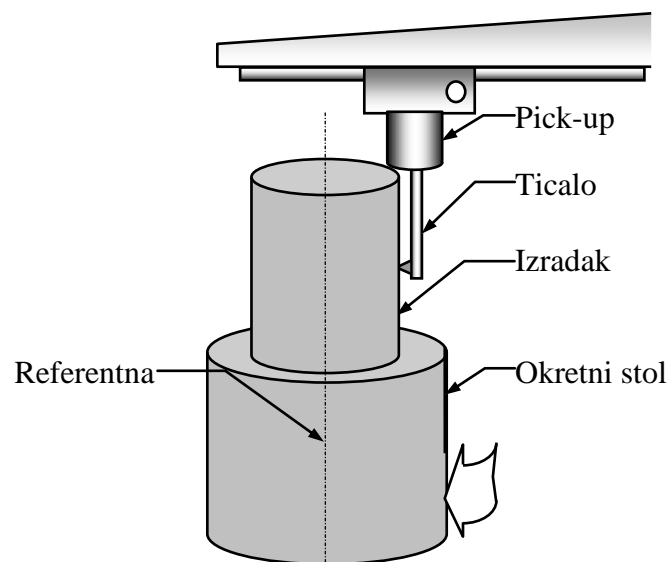
S porastom kuta prizme izmjereno odstupanje od kružnosti ovalnih uzoraka (parni broj izbočina) raste, a izbočenih uzoraka (neparni broj izbočina) pada (Slika 57).



Slika 57. Ovisnost promjene izmjerene odstupanja od kružnosti s kutom V-prizme

8.2.3. Mjerenje kružnosti metodom s vanjskom mjernom referencom

Metoda ispitivanja kružnosti s vanjskom mjernom referencom primijeniti će se na uređaju za ispitivanje kružnosti - tip rotirajućeg stola (Slika 58).



Slika 58. Princip uređaja za mjerenje kružnosti s vanjskom mjernom referencom – tip okretnog stola

Metode za procjenu odstupanja od kružnosti:

- metoda najmanjih kvadrata
- metoda najmanje opisane kružnice
- metoda najveće upisane kružnice
- metoda najmanje kružne zone.

9. LITERATURA

- [1] Međunarodni sustav jedinica (SI), Međuvladina organizacija Dogovora o metru, 8. izdanje 2006.
- [2] JCGM 200:2008: Međunarodni mjeriteljski rječnik – Osnovni i opći pojmovi i pridruženi nazivi (VIM), Državni zavod za mjeriteljstvo, Zagreb, 2009.
- [3] JCGM 100:2008 Vrednovanje mjernih podataka – Upute za iskazivanje mjerne nesigurnosti
- [4] JCGM 101:2008 Vrednovanje mjernih podataka – Dopuna 1. Uputama za iskazivanje
- [5] mjerne nesigurnosti – Prijenos razdioba uporabom metode monte karlo
- [6] International Standard: ISO 5725-2, Accuracy (trueness and precision) of measurement and results, ISO, 1994.
- [7] Mark Curtis and Francis Farago, Handbook of Dimensional Measurement, 2010., Industrial Press Inc., U.S.; 5th Revised edition edition 2013.
- [8] Horvatić, A.: Statistika u mjeriteljstvu, diplomski rad FSB Zagreb 2013.
- [9] Runje, B.: Istraživanje mjernih nesigurnosti u postupcima umjeravanja etalona duljine, Doktorska disertacija, FSB, Zagreb, 2002.
- [10] Runje, B., Baršić, G., Kralj, H.: Utjecaj kvalitete mjernog sustava na procjenu sposobnosti procesa, II Kvaliteta-nasljeđe za budućnost, HKD, Šibenik, 2010.
- [11] Štipak, M.: Izračuni mjerne nesigurnosti, diplomski rad FSB Zagreb 2013.
- [12] Marković, M.: Utjecaj hrapavosti površina na debljinu sloja premaza, završni rad FSB Zagreb 2012.
- [13] Leach, R. K.: The measurement of surface texture using stylus instruments, Measurement Good Practice Guide No. 37, July 2001.
- [14] <http://www.dzm.hr/download/repository/MjeriteljstvoUkratko3.pdf> (23.09.2013.)