

PRILOG ISTRAŽIVANJU NASTAVNOG RADA VLADIMIRA VARIĆAKA

Tomislav Šikić

Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računarstva

Anđa Valent

Tehničko veleučilište u Zagrebu

Ivica Vuković

Tehničko veleučilište u Zagrebu

Sažetak

U radu je prikazana nastavnička djelatnost Vladimira Varićaka, a koje je, od srednjoškolskog do sveučilišnog profesora, potrajala više od 50 godina.

Donosimo bibliografski popis njegovih stručno - metodičkih članaka, te potpun popis kolegija koje je držao na Mudroslovnom fakultetu u Zagrebu. Analiziramo sadržaje Varićakovih predavanja iz standardnih matematičkih kolegija i to uvidom u objavljenu litografiranu skriptu i dva dosad nepoznata rukopisa koji sadrže zabilješke s Varićakovih predavanja.

Ključne riječi: Vladimir Varićak; nastava matematike; Mudroslovni fakultet u Zagrebu

1. O ŠKOLOVANJU VLADIMIRA VARIĆAKA

Vladimir Varićak osnovnu i građansku školu završio je u Sisku, a nižu realku u Petrinji. Kraljevsku veliku realku pohađao je i završio u Zagrebu 1883. [1]. U to je vrijeme realkom ravnao Josip Torbar, a u učiteljskom zboru nalazio se niz znamenitih ličnosti hrvatske znanosti i umjetnosti, među kojima su najpoznatiji prirodoslovac Mijo Kišpatić, geograf Petar Matković, književnik Eugen Kumičić i slikar Ferdo Quiquerec. Matematiku je predavao Juraj Bauer (1848. – 1900.), matematičar koji se bavio proučavanjem svjetskih jezika, a posebno je promicao stvaranje umjetnog međunarodnog jezika. Fiziku je predavao Ivan Stožir (1834. – 1908.), hrvatski meteorolog slovenskog podrijetla. Geometriju i opisno mjerstvo predavao je još jedan Slovenac, Franjo Magdić (1830. – 1914.). Vjerujemo da je upravo on zaslužan za Varićakovo zanimanje za stenografiju koje će ga pratiti cjelog života. Franjo Magdić bio je prvi

službeni stenograf u Hrvatskom saboru i prvi predsjednik Hrvatskoga stenografskog društva. Varićak će biti predsjednikom toga društva u razdoblju 1918. – 1930.

Prema Godišnjem izvješću Kraljevske velike realke u Zagrebu za školsku godinu 1882./1883., pismeni dio ispita zrelosti održan je 9. srpnja i sljedećih dana, a usmeni dio 24. srpnja 1883. Navedimo i zadatke iz matematike koje je V. Varićak rješavao na ispitu zrelosti.

1. Njeki grad u Saveznih sjevero-američkih državah ima sada $\frac{4}{5}$ Arijaca a $\frac{1}{5}$ Kineza. Ako Arijci prirastu godimice 3% a Kinezi 10% (porodom i doseljivanjem); za koliko godina bi bilo isto toliko Kineza u tom gradu koliko i Arijaca, da nije parlament doseljivanje Kineza zakonom zabranio?
2. Nacrtajte krivulju $16x^2 - 25y^2 + 64x + 39 = 0$ i nadjite tangente povučene krajnima točkama njezina parametra?
3. Do koje ure na večer trajao je dan u Petrogradu 27. svibnja bez obzira na sumrak? (Širina Petrograda $58^\circ - 56'' - 30'''$; $\delta = 21^\circ 24'$.)'

U popisu učenika Varićak je na prvome mjestu s imenom otisnutim krupnijim i masnim pismom te još označeno zvjezdicom, što znači da je dobio svjedodžbu s odlikom i uz to i nagradu. Također je iz školskog izvješća vidljivo da je Varićak bio stipendist zemaljske blagajne bivše Krajine s godišnjim iznosom od 120 for. Razrednik u završnom VII. razredu bio mu je dr. Mijo Kišpatić. Kasnije će obojica, i razrednik i učenik, biti pravi članovi Akademije, i to u istom razredu, Matematičko-prirodoslovnom.

Ispit iz latinskog jezika Varićak je položio u zagrebačkoj gimnaziji 9. listopada 1889. Na Mudroslovnom fakultetu studirao je od ak. godine 1883./1884. do 1886./1887. Proforski ispit iz matematike i fizike položio je 20. lipnja 1888.

2. NASTAVNI RAD V. VARIĆAKA U SREDNJIM ŠKOLAMA

Vladimir Varićak imenovan je 18. studenog 1888. namjestnim učiteljem u Kraljevskoj velikoj realci u Zemunu. Godine 1889. premješten je u Kr. nautičku školu u Bakru, a 1891. u Kr. veliku realku u Zagrebu. Pravim učiteljem Kraljevske velike realke u Osijeku postaje 19. kolovoza 1892. Zvanje profesora postiže 18. rujna 1895. Imenovan je 10. kolovoza 1896. profesorom Kraljevske donjogradske gimnazije u Zagrebu. Postavljen je 8. listopada 1898. za učitelja fizike i matematike na Šumarskoj akademiji pri Mudroslovnom fakultetu u Zagrebu. Suplentom profesorske stolice za matematiku na istom fakultetu postaje 12. listopada 1899., a 1. prosinca 1899. imenovan je izvanrednim profesorom Sveučilišta u Zagrebu. Konačno, 4. studenog 1902. imenovan je redovitim profesorom Sveučilišta u Zagrebu.

U nastavni rad vezan za srednje škole ubrojimo i dugogodišnje članstvo u Kr. povjerenstvu za ispitivanje kandidata srednjoškolskog učiteljstva, za matematiku.

U Izvještaju o kraljevskoj velikoj realci i s njom sdruženoj trgovačkoj školi u Zemunu za školsku godinu 1888./89. nalazimo da je u zamjenu profesora Dragutina Radovića postavljen izpitani kandidat učiteljstva Vladimir Varićak, namjestnim učiteljem. Nalazimo da je Varićak predavao matematiku učenicima realke i trgovačke škole. U školi je i Sbirka za geometrijsko risanje i descriptionu geometriju, u kojoj ima 150 modela i 57 inih za risanje potrebnih predmeta.

Iz Zemuna je Varićak Odlukom vis. kr. zem. vlade, odjela za bogoštovje i nastavu od 8. kolovoza 1889. premješten na Kraljevsku nautičku školu u Bakru. U programu te škole za školsku godinu 1889./1890. objavljena je rasprava *Teorija nožištnih krivulja*, od namjestnog učitelja Vladimira Varićaka, str. 3-46. U to su vrijeme škole bile obvezne u godišnjim izvješćima objavljivati znanstvene ili stručne rasprave svojih nastavnika. U Bakru je Varićak predavao geometriju i geometrijsko risanje, matematiku i ljepopis. U to je vrijeme u Bakru predavao i Andrija Mohorovičić, kasnije znameniti hrvatski geofizičar i otac fizičara Stjepana, kasnije Varićakova studenta.

Iz Bakra, Varićak je 25. studenog 1891. postavljen u Kraljevsku veliku realku i s njom spojena Višu trgovačku školu u Zagrebu. U godišnjem izvješću za 1891./1892. uz Varićaka u toj školi vidimo i ime dr. Davida Segena, koji će, kao i Varićak, postati sveučilišnim profesorom i akademikom. Učenicima realke Varićak je predavao krasopis, a učenicima trgovačke škole matematiku i političku aritmetiku te trgovačku aritmetiku. U izvješću se navodi da je i stenograf u Saboru.

Pravim učiteljem velike realke u Osijeku postavljen je 19. kolovoza 1892. Za svog rada u Osijeku Varićak je u Izvješću osječke velike realke za šk. god. 1892./1893. objavio nekrolog Franji Diviću, ravnatelju te realke. Franjo Divić (1854. – 1893.) studirao je matematiku i fiziku u Beču, a promoviran je za doktora filozofije u Zagrebu 1881. Prema nekim izvorima, kao vrstan matematičar pozvan je za profesora na Visoku tehničku školu u Grazu, ali – vjerojatno zbog slaba zdravlja – nije se primio tog mjesta. Nekrolog je zanimljiv jer Varićak, osim životopisnih podataka o pokojniku, navodi vezano za Divićev rad i neke metodičke dvojbe iz početka aritmetike i algebre, primjerice o uvođenju pojma množenja brojeva koji nisu prirodni ili cijeli.

U Osijeku je Varićak predavao matematiku, mjerstveno pisanje i risanje, a kao neobligatan predmet i stenografiju. U to je vrijeme realku u Osijeku pohađao i mladi Milutin Milanković, s kojim će Varićak ostati u bliskom kontaktu do kraja života. Godine 1893. Varićak se vjenčao s Albinom Katičić, učiteljicom.

3. VARIĆAKOVI STRUČNO-METODIČKI ČLANCI

U Zagrebu je u razdoblju 1883 – 1941. izlazio *Nastavni vjesnik*, časopis koji je objavljivao članke hrvatskih i inozemnih znanstvenika i srednjoškolskih profesora iz pedagogije, didaktike i metodike nastave u srednjim školama. U tom je časopisu Varićak objavio sljedeće priloge:

Verižni razlomci u srednjim školama, Nastavni vjesnik, 1902., X., 265-266.

Nauk o proporcijama u V. razredu realnih gimnazija, Nastavni vjesnik, 1902., X., 266-267.

Primjedbe o naučnoj osnovi za matematiku u višim razredima realnih gimnazija, Nastavni vjesnik, 1902., X., 365-374.

Zar tako? Odgovor na recenziju knjige: Dra. Franje Hočevara aritmetika i algebra za više razrede srednjih škola, Nastavni vjesnik, 1904., XII., 396.

Bilješke na Dodatak Dra. O. Kučere k ocjenama Neninove i Hočevar-Kenfeljeve aritmetike, Nastavni vjesnik, 1904., XII., 406-408.

Austrijske naučne osnove za matematiku, Nastavni vjesnik, 1904., XII., 552-557.

Osvrt na „Nekoliko bilježaka“ g. dra. O. Kučere, Nastavni vjesnik, 1904., XII., 714-715.

Kao zasebne knjižice metodičke tematike objavio je:

Nastavni vjesnik i matematična kritika. Tri crtice., Zagreb, 1904.

Crtice o konferenciji za reformu matematičke obuke u srednjim školama, Zagreb, 1917.

Varićak je objavio prijevod Lagrangeova predavanja:

Prvo predavanje o aritmetici, u kom se govori o čestnicih i logaritmih, od Lagrangea, Hrvatski učitelj, 1887., XI., br. 9, 131-133, br. 10., 147-150, br. 11, 182-184.

Varićak je bio suradnik u prva tri sveska *Hrvatske enciklopedije*, koja je izlazila u Zagrebu 1941. – 1945. Autor je enciklopedijskih priloga o norveškom matematičaru Abelu, matematičarima obitelji Bernoulli te opširnog članka o Ruđeru Boškoviću.

4. VARIĆAKOVI PRIJEVODI HOČEVAROVIH UDŽBENIKA

Varićak nije napisao vlastiti srednjoškolski udžbenik iz matematike već je preveo Hočevarove udžbenike iz matematike za srednje škole, koji su se koristili u Hrvatskoj više od dva desetljeća. Franjo (Franc) Jože Hočevar (1853. – 1919.) poznati je slovenski matematičar, profesor na Visokoj tehničkoj školi u Grazu i autor srednjoškolskih udžbenika iz matematike. Oko tih prijevoda Varićak je vodio polemiku s Otonom Kučerom i Ladislavom Stjepanekom. Zacijelo su ga pogodile kritike što su mu bile upućivane, tako da je svoje odgovore kritičarima, inače tiskane u *Nastavnom vjesniku*, objavio i u posebnoj knjižici. Danas nas začuđuje oštrina tih polemika u kojima se prosuđivala svaka riječ, pa čak i interpunkcijski znakovi. Vjerojatno je bilo i razloga koji nisu bili samo matematičke prirode, a čini se da su njegovi odnosi sa Stjepanekom i posebno Kučerom bili trajno narušeni.



Sl. 1. Naslovnica Hočevarove *Aritmetike* za V. razred srednjih škola, u prijevodu V. Varićaka iz 1921.

5. VARIČAKOVO ČLANSTVO U ZNANSTVENIM DRUŠTVIMA I STRUČNIM UDRUGAMA

Varićak je bio članom više znanstvenih i stručnih udruga. Od 1901. član je njemačkoga matematičkog društva *Deutsche Mathematiker-Vereinigung*. Za dopisnog člana Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti izabran je 1903., a za redovitog 1905. Bio je član srpske i češke Akademije znanosti.

Varićak je bio član Hrvatskoga prirodoslovnog društva. Od 1923. Varićak je i počasni član društva čeških matematičara i fizičara u Pragu¹.

Varićak se cijelog života zanimao za stenografiju². Niz godina bio je predsjednik Povjerenstva za ispitivanje učitelja stenografije, a 1918. – 1930. bio je predsjednik Hrvatskog stenografskog društva.

Varićak je bio i počasni član Glavnog saveza srpskih zemljoradničkih zadruga u Beogradu. Odlikovan je Ordenom sv. Save II. stupnja te Belog Orla V. i IV. stupnja.

¹ Osim Varićaka, počasni članovi tog društva bili su i V. Dvorak, K. Zahradnik i J. Majcen.

² U rukopisnoj ostavštini V. Varićaka koja se čuva u Zbirci rukopisa i starih knjiga Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu nalazi se velik broj stenografski pisanih bilježaka, što otežava njihovo proučavanje.

6. VARIČAKOVE DUŽNOSTI NA SVEUČILIŠTU I MUDROSLOVNOM FAKULTETU

Varićakova dugogodišnja sveučilišna karijera započinje habilitacijom za algebarsku analizu i sfernu trigonometriju pred profesorskim zborom Mudroslovnog fakulteta u Zagrebu 11. 6. 1895. i trajat će neprekinuto sve do smrti 1942. Akademске godine 1904./1905. bio je dekan Mudroslovnog fakulteta, a prodekan 1905./1906. Sveučilišni rektor bio je akademske godine 1921./1922., a prorektor 1922./1923. te u razdoblju 1928. – 1932.

U izvješću *Akademičke oblasti* za ak. godinu 1922./1923. nalazi se pogrješan navod da je Varićak bio 1907./8. dekan Mudroslovnog fakulteta. I u kasnijim se godinama taj krivi podatak nije ispravljao, tako da ga i danas nalazimo na mrežnim stranicama te u biografskim priručnicima.

Varićak je umirovljen 1936. godine. Prema *Rešenju Ministarstva prosvete Kraljevine Jugoslavije*, Varićaku se priznaje staž od 47 godina, 11 mjeseci i 24 dana te mu se određuje mirovina u iznosu od 95% plaće i 95% položajnog dodatka, sveukupno 6.507,50 dinara mjesečno.

Među Varićakovom korespondencijom čuva se u NSK i pismo tadašnjem rektoru Josipu Belobrku s nadnevkom 24. 4. 1932. u kojem se Varićak zahvaljuje na dužnosti prorektora. Svoju odluku obrazlaže time da je on *čovjek, koji živi samostanski, bez bližega poznanstva s predstavnicima upravne vlasti, s kojima bi ipak dogovor kadšto bio potreban*. Za sebe još kaže da je *prema mladeži odviše mek, a napokon je i stariji čovjek te predlaže da se izabere novoga prorektora, mlađega i energičnijega*. Što su stvarni razlozi Varićakove ostavke, teško je danas reći. Svakako treba imati u vidu da je to teško i opasno razdoblje za akademsku zajednicu – u Jugoslaviji je vrhunac diktature kralja Aleksandra. U Zagrebu je 1931. ubijen povjesničar, književnik i albanolog Milan Šufflay. Među uglednicima koji prosvjeduju protiv toga zločina bio je i Albert Einstein, čovjek s kojim se Varićak svojedobno dopisivao. Sigurno to nije bilo ozračje u kojem se Varićak snalazio ili bio voljan sudjelovati.

7. SURADNJA I DOPISIVANJE S BIVŠIM UČENICIMA I STUDENTIMA

Varićak se dopisivao sa svojim bivšim učenicima i studentima. Najveći broj pisama sačuvan je od Milutina Milankovića. U tim pismima Varićakovi bivši učenici izvještavaju o svom poslu i napredovanju, često opisuju i privatne probleme te mole za savjet i podršku, a oni koji su u inozemstvu (M. Hercigonja, V. Feller, H. Juričić, J. Lončar, S. Škreblin) spremno nude pomoć svom profesoru glede nabave znanstvene literature koja u Zagrebu nije dostupna, ali i živo opisuju trenutne prilike u sveučilišnim centrima u kojima se nalaze te prenose pozdrave tamošnjih profesora. Primjerice, Lončar iz Pariza javlja kako, uz redoviti studij, posjećuje

kazališta i koncerte, a najprestižnije je pohađati Bergsonova predavanja, koja su toliko popularna da valja doći u dvoranu i dva sata prije početka. Iz Škreblinova pisma jasno se vide ratne prilike u Beču u kojemu su se za hranu mogle kupiti i izvrsne cipele, kako se povjerio svom profesoru. Feller oduševljeno opisuje planove za izgradnju nove zgrade matematičkog instituta u Göttingenu, ali i tamošnje profesorske plaće, što je zanimalo Varićaka. Zanimljivo je da se Varićaku tijekom I. svjetskog rata iz Sarajeva i Galicije, i to putem *Feldpostkorrespondenzkarte*, javljao i Stjepan Mohorovičić, potpisujući se *Vaš zahvalan učenik*. Pred sam kraj Varićakova života njih će dvojica biti akteri jedne nesretne i ne u cijelosti rasvijetljene epizode, o kojoj je detaljnije pisao Ž. Dadić [2].

8. OBJAVLJENA PREDAVANJA VLADIMIRA VARIĆAKA

Uvid u nastavu temeljnih matematičkih kolegija koju je držao Vladimir Varićak dobili smo pregledavanjem triju izvora. Prvi je objavljena knjiga – litografirana skripta *Algebarska analiza*, I. Drugi izvor jest rukopis naslovljen *Diferencijalne jednadžbe – Predavanja Dra. Vladimira Varićaka II.*, a treći je nenaslovljen, također rukopis, za koji osnovano pretpostavljamo da je riječ o bilješkama s predavanja V. Varićaka.

Puni je naziv prve knjige *Algebarska analiza*, I., predavanja priv. docenta Dr. V. Varićaka, u zimskom semestru g. 1898. – 1899., Zagreb, 1899.

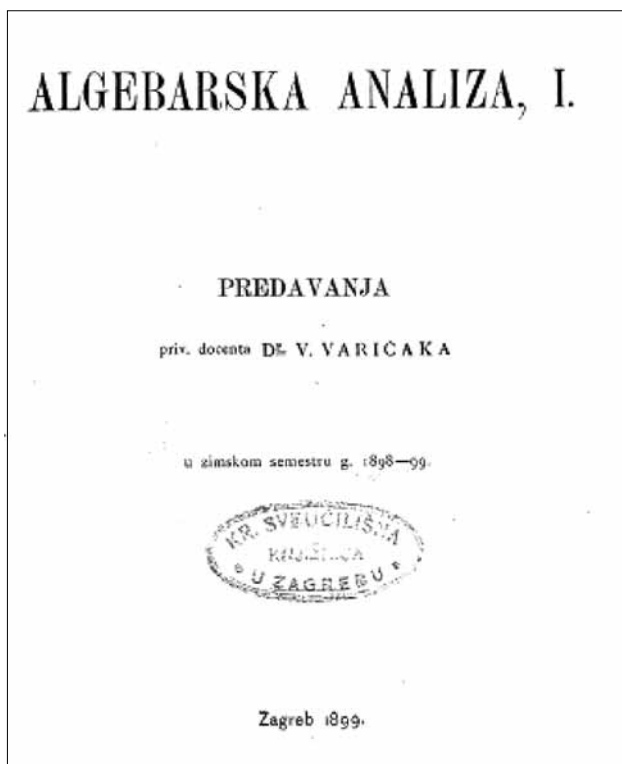
Opseg knjige iznosi 156 stranica pisanih rukopisom Slave Dragića³, poznatog hrvatskog stenografa. Knjiga se čuva u Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici, u Središnjoj matematičkoj knjižnici i knjižnici Fakulteta elektrotehnike i računarstva u Zagrebu.

Algebarska analiza, I. podijeljena je u 20 poglavlja. Naslove navodimo onako kako su pisani u izvorniku:

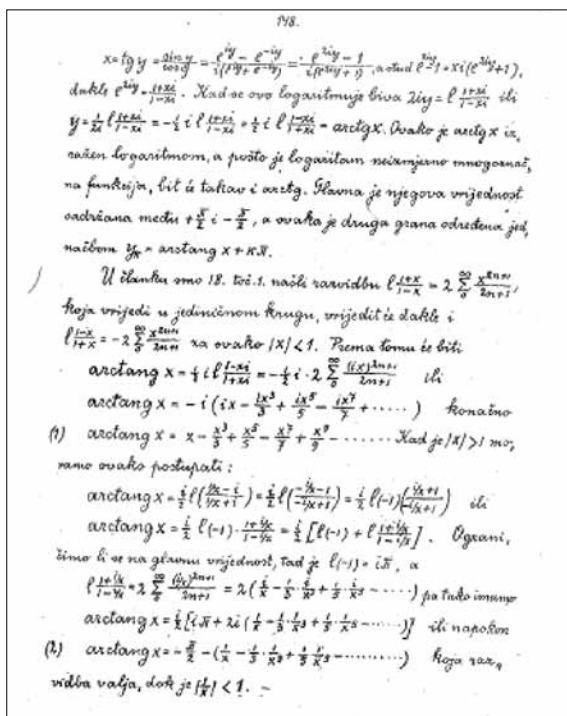
1. O argumentu i funkciji.
2. Algebarske racionalne cijele funkcije.
3. Elementarne transcendentne.
4. Međašne vrijednosti argumenta i funkcije.

³ Prema *Hrvatskom biografskom leksikonu*, 3. sv., str. 552, rođen je 1875., a umro je 1948. Prema knjizi *Hrvatsko stenografsko društvo 1882. – 2002.*, što ju je izdao HSD, rođen je 1876., a umro je 1947. Gimnaziju je završio u Rakovcu (Karlovac), a studij matematike i fizike na Mudroslovnom fakultetu u Zagrebu 1898. U razdoblju 1899. – 1921. profesor je u zagrebačkoj realnoj gimnaziji. Bio je stenograf u Hrvatskom saboru, a neko vrijeme i u Istarskom saboru. Predavao je stenografiju u srednjim školama te na Tehničkom fakultetu i na Trgovačkoj akademiji, sve do umirovljenja 1932. Napisao je više priručnika iz stenografije, a list *Stenograf* uređivao je punih 15 godina. Najplodniji je pisac stenografske literature sve do II. svjetskog rata. Ni u jednoj enciklopedijskoj natuknici ne spominje se njegovo autografsko priređivanje knjige *Algebarska analiza*.

5. Osnovi metode granica.
6. Kritični slučajevi algebarskih operacija.
7. Glavne međašne vrijednosti.
8. O iracionalnim brojevima.
9. Beskonačni redovi.
10. Specialni kriteriji konvergencije.
11. Kummerov teorem.
12. Utjecaj poretka članova.
13. Imaginarni argumenti.
14. Kompleksni redovi.
15. Redovi s promjenljivim članovima.
16. Binomni red.
17. Red za e i e^x
18. Logaritamski red.
19. Redovi za sinus i cosinus.
20. Ciklometrijske funkcije.



Sl. 2. Naslovnica knjige *Algebarska analiza, I.*



Sl. 3. Stranica iz knjige *Algebarska analiza, I*.

Varičakova predavanja iz kolegija *Diferencijalne jednadžbe* čuvaju se u Središnjoj matematičkoj knjižnici na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu.



Sl. 4. Naslovnica rukopisa *Diferencijalne jednadžbe*

Akadske godine 1909./10. vlastoručno ih je zabilježio Božo Širola⁴ (1889. – 1956.) u obliku skripata od 278 stranica.

Nije poznato postoji li još koje izdanje tog rukopisa jer je ovaj primjerak bio najvjerojatnije prvotna inačica istog. Naime to se može naslutiti iz činjenice da ne postoji kazalo, uvod ni popis literature. Tek je na naslovnici olovkom dopisano *Literatura: Biberbach >> Differentialrechnung*, što zapravo upućuje na knjigu Ludwig Bieberbach, *Differential und Integralrechnung Band I: Differential-rechnung*, koja je imala tri izdanja; prvo 1917., drugo 1921. i treće 1927. Budući da je prvo izdanje tiskano sedam godina nakon skripata profesora Varićaka, vrlo je vjerojatno da se on pripremao dotjerati taj rukopis kako bi postao potpuno uređen udžbenik. Kako je knjiga L. Bieberbacha osnovni udžbenik matematičke analize u kojem nema poglavlja vezanog uz diferencijalne jednadžbe, pretpostavljamo da je eventualno doradivanje udžbenika bilo prvenstveno planirano uz fundiranje osnovnih pojmova i notacije.

Na ovome mjestu stoga je važno istaknuti kako su koncepti izneseni u skriptima profesora Varićaka vrlo suvremeni, a u isti tren vrlo vjerojatno neovisni o nekom drugom udžbeniku kao predlošku. Koliko je pristup rješavanju običnih diferencijalnih jednadžbi (skraćeno ODJ ili uobičajena engleska skraćunica ODE) suvremen, vidljivo je iz popisa poglavlja. Kao što je već rečeno, rukopis ne sadrži kazalo, ali su poglavlja jasno naznačena u samom tekstu, i to sljedećim redom:

1. Uvodni dio bez naslova.....	1
1.1. Starije metode.....	9
2. Metode integracije.....	20
2.1. Varijable se mogu separirati.....	20
2.2. Homogene diferencijalne jednadžbe.....	25
2.3. Posveopćena homogena jednadžba.....	35
2.4. Linearna homogena jednadžba.....	36
2.5. Lagrangeova metoda varijacije konstante.....	43
2.6. Bernoullieva jednadžba.....	48
2.7. Riccattijeva jednadžba.....	50
2.8. Specijalni oblik Riccattijeve jednadžbe.....	56
2.9. Lagrangeove jednadžbe.....	61
2.10. Specijalni oblik Lagrangeove jednadžbe.....	63
3. Singularna rješenja.....	67
4. Diferencijalne jednadžbe prvog reda u kojima dolazi dy/dx u n -tom stepenu ..	76
5. Ortogonalne trajektorije.....	83
6. Integracija totalnih difrencijala.....	86
7. Lieova teorija (za integraciju TOTA).....	90

⁴ Interesantno je napomenuti kako je 1913. Božo Širola diplomirao matematiku i fiziku. Kasnije se posvetio skladanju i muzikologiji te je postao i redovitim članom Akademije.

7.1. Infinitesimalna transformacija	100
7.2. Infinitesimalna transformacija za tri promjenjive.....	113
7.3. Invarijacija krivulja i funkcija	122
7.4. Trajektorije	126
7.5. Dvije vrste invarijancije	129
7.6. Infinitesimalna transformacija za tri promjenjive.....	133
7.7. Invarijante jednočlane grupe u prostoru.....	139
7.8. Proširena grupa transformacija točaka u ravnini.....	142
7.9. Infinitesimalna transformacija proširene grupe.....	147
7.10. Totalne diferencijalne jednačbe prvog reda	151
8. Diferencijalne jednačbe drugog reda	185
9. Diferencijalne jednačbe višeg reda	202
9.1. Slučajevi rekurzije viših diferencijalnih jednačbi	206
10. Linearne diferencijalne jednačbe	216
10.1. Linearne difer. jednačbe s konst. koeficijentima bez drugog člana.....	221
10.2. Linearne diferencijalne jednačbe s drugim članom (nehomogene).....	238
11. Sistem linear. jednačbi s konst. koeficijentima bez desne strane.....	253
12. Sniženje reda linear. dif. jednačbi	256
13. Nehomogene difer. jednačbe (Metoda varijacije konstanta).....	260
14. Sistemi simultanih difer. jednačbi.....	267
15. Ortogonalne trajektorije sistema površina	278

Važno je istaknuti da su gore navedena poglavlja i potpoglavlja popisana točno onako kako su zapisana u samom rukopisu, tako da se javljaju skraćenice i dodatni podnaslovi pisani manjim slovima te čak dva potpuno identična podnaslova (7.2. i 7.6.). Također se potkrala i greška kod prezimena matematičara Riccatija. U podnaslovu 2.7. piše Riccattijeva, što je neispravno, dok je u podnaslovu 2.8. korektan zapis. To naravno ne umanjuje vrijednost ovog rukopisa nego, dapače, omogućuje dodatne slutnje te, u konačnici, spoznaje o spomenutom rukopisu, ali i općenito o Varićakovu djelovanju.

No taj rukopis u sebi skriva i jedno veliko iznenađenje. Naime kada se samo letimično pogleda gornji popis poglavlja, on se doima kao kazalo nekog suvremenog udžbenika za kolegij Običnih diferencijalnih jednačbi (ODJ). Sama ta činjenica govori za sebe i bilo bi vrlo interesantno dodatno istražiti kako su koncipirani ODJ udžbenici toga vremena. No ono što je nedvojbeno najinteresantnije, da ne kažemo najintrigantnije, u ovom rukopisu jest poglavlje 7., koje se sastoji od deset potpoglavlja na ukupno 95 stranica. To poglavlje pod naslovom *Lieva teorija* (Sophus Lie, 1842. – 1889.) ni u današnje vrijeme nije sastavni dio kolegija koji poučava studente matematike i tehničkih fakulteta osnovama običnih diferencijalnih jednačbi. U

predgovoru knjige *Symmetry Methods for Differential Equations*; Cambridge University Press izdane 2000. godine autor knjige Hydon, P. E. piše:

„Mnogo je ingenioznih tehnika za određivanje egzaktnog rješenja diferencijalnih jednačbi, ali većina je učinkovita za vrlo skućenu klasu problema.“

Štoviše, uobićajeni kolegiji u kojima se poućavaju metode rješavanja ODJ doimaju se kao skup domišljatih trikova koji zapravo omogućuju rješavanje samo nekih vrsta diferencijalnih jednačbi, dok primjena Liejeve teorije, kojom se profesor Varićak takoćer koristi u svojim skriptima, baca potpuno novo svjetlo na sve te metode i na neki naćin objašnjava njihove zajednićke temeljne postavke. Naime krajem 19. stoljeća Sophus Lie uvodi tzv. (njemu u ćast) Liejeve grupe nastojeći objediniti, ali i proširiti različite pojedinaćne metode rješavanja ODJ. Lie je bio inspiriran Sylowljevim predavanjima o Galoisovoj teoriji i korespondentnim Abelovim rezultatima. Pojmovi koji se javljaju u toj teoriji su:

- Grupe transformacija ravnine (prostora),
- Jednparametarske grupe,
- Liejevi redovi,
- Infinitezimalne transformacije,
- Integracijski faktori,
- Invarijantnost s obzirom na grupu transformacija,
- Simetrije diferencijalnih jednačbi.

Svi ti pojmovi vrlo slićnog nazivlja javljaju se u Varićakovim skriptima. Koliko je profesor Varićak upoznat sa suvremenim stremljenima koja je pokrenuo Lie, pokazuje i sljedeći izvadak na 159. stranici:

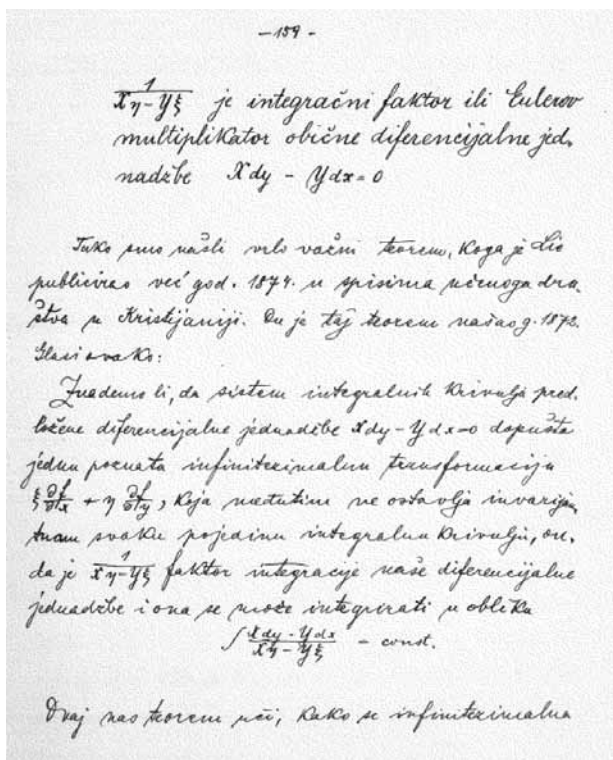
Tako smo našli vrlo vaćan teorem, koga je Lie publicirao već god. 1874. u spisima uće-nog društva u Kristijaniji⁵. On je taj teorem našao g. 1872.

Glasi ovako:

Znademo li, da sistem integralnih krivolja predloćene diferencijalne jednačbe $x dy - y dx = 0$ dopušta jednu dozvoljenu infinitezimalnu transformaciju $\xi \frac{\partial f}{\partial x} + \eta \frac{\partial f}{\partial y}$ koja mećutim ne ostavlja invarijantnom svaku pojedinu integralnu krivolju, onda je $\frac{1}{x\eta - y\xi}$ faktor integracije naše diferencijalne jednačbe i ona se moće integrirati u obliku

$$\int \frac{x dy - y dx}{x\eta - y\xi} = const.$$

⁵ Danas Oslo.



Sl. 5. Stranica iz predavanja Diferencijalne jednačine

Iz svega navedenog vezano uz Liejevu teoriju jasno je da 7. poglavlje Varićakovih skriptata nadilazi razinu standardnih kolegija ODJ. Koncept, notacija i nivo 7. poglavlja primjeren je specijalnim i izbornim kolegijima završnih godina diplomskih studija matematike, pa čak i postdiplomskih i doktorskih studija matematike. Uobičajeni su nazivi takvih kolegija *Primjena Liejevih grupa na diferencijalne jednačine* ili *Metode simetrije za diferencijalne jednačine*, za koje su napisane odgovarajuće knjige renomiranih autora i izdavača, kao naprimjer:

1. Olver P. J., *Application of Lie groups to differential equations*; Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag (1986./1993.)
2. Bluman G. W., Kumei S., *Symmetries and differential equations*; Applied Mathematical Sciences, Springer Science-Business Media (1989.).

Na Sveučilištu u Zagrebu godine 1994. profesor Nenad Antonić po povratku iz Sjedinjenih Američkih Država uvodi novi kolegij pod nazivom Simetrije diferencijalnih jednačini, u sklopu kojeg se poučava Liejeva teorija, kako ju je nazivao profesor Varićak prije gotovo devedeset godina. Kolegij se nadovezuje na kolegij ODJ i namijenjen je studentima završne godine diplomskog sveučilišnog studija

Primijenjena matematika u sklopu izbornog modula Dinamički sustavi i obične diferencijalne jednadžbe i nosi 5 ECTS bodova.

Treći, dosad nepoznati izvor pregledali smo zahvaljujući ljubaznosti mr. sc. Josipa Hercega, dipl. inž. elektrotehnike, koji je naslutio kako je riječ o predavanjima Vladimira Varićaka. Uvidom u rukopis smatramo da se zasigurno radi o Varićakovim predavanjima za kolegije *Diferencijalni i integralni račun* i *Integralni račun*. U rukopisu, na str. 154., izrijekom piše: *Pred 10 g. slavila se 100. godišnjica rođenja Lobačevskoga u Kazanju. Tom zgodom podignut mu je spomenik. Ustrojen je i fond, iz koga se svake treće godine nagrađuje jedno matematičko djelo poglavito geometrijsko, koje radi o neuklidskoj geometriji. Prvu nagradu dobio je Lie Sophus za svoja ukupna djela o teoriji transformacija te rapitao geometrijske aksiome. 1904-te godine dobio nagradu David Hilbert za drugo izdanje svoje knjige „Grundlagen der Geometrie“.* Na osnovi toga citata zaključujemo da su bilješke najvjerojatnije pisane s predavanja u akad. god. 1904./1905. Na stranicama 153 – 156 dano je nekoliko povijesnih crtica vezanih za razvoj geometrije Lobačevskog – omiljenog područja Vladimira Varićaka.

Uz to su dijelovi rukopisa koji se po temi podudaraju s onima iz knjige *Algebarska analiza, I.*, izloženi na gotovo identičan način.

Navest ćemo naslove tema iz toga rukopisa, pisane onako kako se i navode u izvorniku.

Funkcije; način Dedekind-ov; Izračunavanje iracionalnog broja; Razdioba funkcija; Međašna vrijednost argumenta i funkcije; Granica funkcije za koju god vrijednost argumenta; Neodređeni oblici; Granični tipovi; Goniometrijski i ciklotometrijski izrazi i granice; Klasifikacija neizmjereno malenih veličina; Neprekidnost ili kontinuitet funkcije; Prirast funkcije; Pojam derivacije; Neki poučki o izračunavanju derivacija; 15. Derivacije cirkularnih funkcija; Ciklotometrijske funkcije; Derivacije ciklotometrijskih funkcije; Eksponecijalna funkcija; Geometrijsko značenje derivacije; Primjedba o definiciji derivacije; Snošaj među funkcijom i derivacijom; Poučak Rolle-ov; Poučak o srednjim vrijednostima; Opći teorem; Više derivacije; Taylorov red; Maclaurinov red; Opći Taylorov red; Neodređeni oblici. Izračunavanje; Ekstremne vrijednosti funkcije ili maksima i minima; Ekstremne prekidne funkcije; Prvi diferencijal

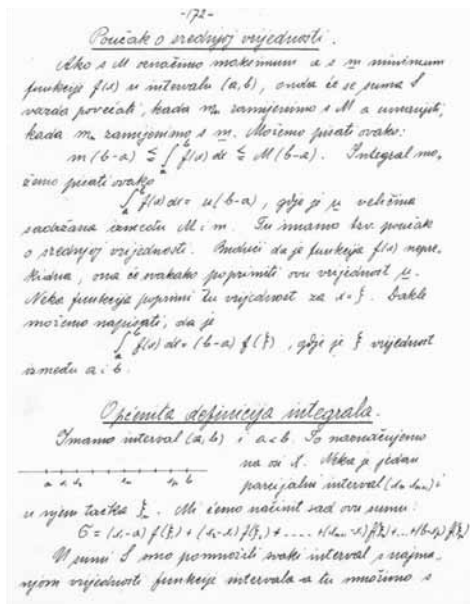
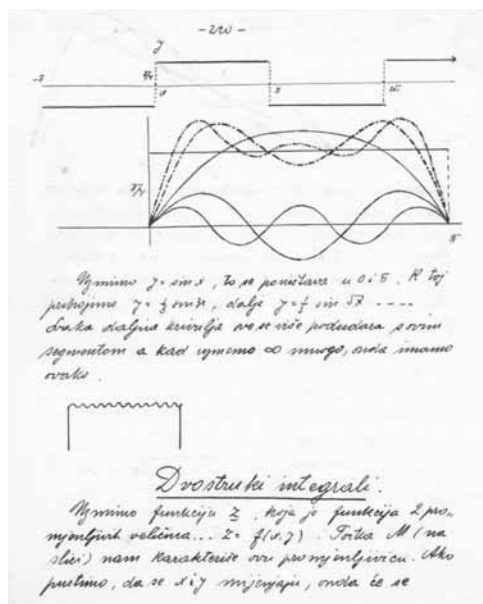
Integralni račun; Neodređeni integrali; Rastavljanje funkcije; Supstitucija; Parcijalna integracija; Razlaganje u proste elemente; Postupak razlaganja u parcijalne razlomke; Integracija kompleksnog korjena; Integracija diferencijala racionalnog u $\sin x$ i $\cos x$; Integracija oblika $\int \cos(ax + \alpha) \cos(bx + \beta) dx$; Integracije sin-ove ili cos-ove potencije; Formula redukcije za tang.; Općeni slučaj; Oblik integrala $I = \int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x}$; Binomni integrali; Integracija iracionalnog integrala oblika $\int R(x, y) dx, y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$.

Funkcije sa dvije nezavisne promjenljive; Parcijalni diferencijal; Totalni diferencijal; Geometrijsko značenje totalnog diferencijala; Viši diferencijalni kvo-

cijent; Totalni diferencijal složene funkcije; Drugi totalni diferencijal; Viši totalni diferencijal; Nerazvijena funkcija; Taylorova formula za funkcije od više promjenljivica; O ekstremnim vrijednostima; Ekstremne vrijednosti funkcije s dvije promjenljive veličine; Relativni ekstremi; Osi centralnog prereza plohe drugog stepnja; Određivanje osi plohe drugog stepena.

Primjena diferencijalnog računa u geometriji; Tangenta; Neodređenost tangente; Izraz za element luka krivulje; Položaj krivulje prema tangenti; Tačka infleksije; Karakteristično svojstvo tangente; Stepent kontakta 2 krivulja; Tangenta, normala; Polumjer zakrivljenosti; Primjena na čunjosjeko; Lančanica; Središte zakrivljenosti; Cikloida; Polarne koordinate; Dokaz; Poučak o srednjoj vrijednosti; Općenita definicija integrala; Izračunavanje integrala; Kvadratura krivulja; Površina elipse; Površina cikloide; Izraz za površinu u polarnim koordinatama; Parabola; Rektifikacija luka; Elipsa; Krug; Cikloida; Metoda aproksimacije; Metoda trapeza; Lagrangeova formula interpolacije; Metoda Cottesova; Simpson-ova metoda; Integratori i integrali; Proširenje pojma određenog integrala; Derivacija integrala po međama; Derivacija integrala po nekom parametru; Integriranje pod znakom integrala; Integracija totalnog integrala; Razvijanje funkcije u trigonometrijske redove.

Dvostruki integrali; Kubatura čunja; Volumen cikloide; Torus; Transformacija promjenljivica određenog integrala.



Sl. 6. Stranica iz nenaslovljenih bilježki s predavanja

9. VARIČAKOVI DEMONSTRATORI I POMOĆNICI

Tijekom svog nastavničkog rada na Mudroslovnom fakultetu Varićak je angažirao mlade pomoćnike. Navodimo ih kronološkim redom te onako kako su zapisani u službenom Redu predavanja Zagrebačkog sveučilišta za tekuću akademsku godinu.

Željko Marković, kandidat srednjoškolskog učiteljstva, pristav Zbirke matematičkih učila, ak. god. 1911./1912., zimsko poljeće.

Stjepan Škreblin, kandidat srednjoškolskog učiteljstva, pristav Zbirke matematičkih učila, ak. god. 1912./1913., zimsko poljeće.

Jakov Marjančić, kandidat srednjoškolskog učiteljstva, pristav Zbirke matematičkih učila, ak. god. 1913./1914., zimsko poljeće.

Marija Lukšić, kandidatkinja srednjoškolskog učiteljstva, asistent Zbirke matematičkih učila, ak. god. 1915./1916., zimsko poljeće.

Marija Lukšić, kandidatkinja srednjoškolskog učiteljstva, asistent Zbirke matematičkih učila, ak. god. 1915./1916., ljetno poljeće.

Marija Lukšić, kandidatkinja srednjoškolskog učiteljstva, asistent Zbirke matematičkih učila, ak. god. 1916./1917., ljetno poljeće.

Marija Lukšić, bibliotečni pomoćnik pri Matematičkom seminaru, ak. god. 1916./1917., ljetno poljeće.

Alfred Römer, kandidat srednjoškolskog učiteljstva, asistent Zbirke matematičkih učila, ak. god. 1917./1918., zimsko poljeće.

Alfred Römer, kandidat srednjoškolskog učiteljstva, bibliotečni pomoćnik pri Matematičkom seminaru, ak. god. 1917./1918., zimsko poljeće.

Milka Simović, kandidatkinja srednjoškolskog učiteljstva, bibliotečna pomoćnica, Matematički seminar, ak. god. 1922./1923, ljetno poljeće.

Milka Simović, kandidatkinja srednjoškolskog učiteljstva, pomoćnica, Zbirka matematičkih učila, ak. god. 1922./1923, ljetno poljeće

Tatijane Budisavljević, bibliotečna pomoćnica, Matematički seminar, ak. god. 1923./1924.

Milka Simović, pomoćnica, Zbirka matematičkih učila, ak. god. 1923./1924.

Tatijane Budisavljević, bibliotečna pomoćnica, Matematički seminar, ak. god. 1924./1925.

Milka Simović, pomoćnica, Zbirka matematičkih učila, ak. god. 1924./1925.

Milena Verona, Matematički seminar, ak. god. 1925./1926.

Milena Verona, Zbirka matematičkih učila, ak. god. 1925./1926.

Milenko Sevdic, bibliotečni pomoćnik, Matematički seminar, ak. god. 1926./1927.

Milenko Sevdic, Zbirka matematičkih učila, ak. god. 1926./1927.

Milenko Sevdic, demonstrator, Matematički seminar, ak. god. 1927./1928.

Milenko Sevdic, demonstrator, Zbirka matematičkih učila, ak. god. 1927./1928.

Nikola Stojaković, demonstrator, Matematički zavod, ak. god., 1930./1931.

Nikola Stojaković, demonstrator, Matematički zavod, ak. god., 1931./1932.

Jakov Blazina, zvaničnik-dnevničar, Matematički zavod, ak. god. 1933./1934.

Josip Dvoraček, asistent dnevničar, Matematički zavod, ak. god. 1936./1937.

Josip Dvoraček, asistent dnevničar, Matematički zavod, ak. god. 1937./1938.

Josip Dvoraček, asistent, Matematički zavod, ak. god. 1938./1939.

U ak. god. 1939./1940. vođenje Matematičkog zavoda preuzima Rudolf Cesarec, kao upravnik. Pri Zbirci geometrijskih učila i Geometrijskom zavodu obično su bili angažirani neki drugi demonstratori, odnosno pomoćnici.

U ovom se popisu izdvajaju tri ličnosti. Željko Marković postat će jedan od najuglednijih hrvatskih matematičara, dekan Tehničkog fakulteta, dekan Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, rektor Sveučilišta u Zagrebu, hrvatski akademik i tajnik Razreda za matematičke, fizičke i tehničke znanosti. Kao i Varićak, pa zacijelo i pod njegovim utjecajem, intenzivno se bavio životom i radom Ruđera Boškovića. Željko Marković autor je po mnogo čemu jedinstvenog sveučilišnog udžbenika *Uvod u višu analizu* (I., II., 1945. – 1946.).

Stjepan Škrebilin (1888. – 1982.) važna je ličnost hrvatske matematičke metode 20. stoljeća, poznati i ugledni srednjoškolski profesor i najplodniji autor matematičkih udžbenika te dugogodišnji urednik *Matematičko-fizičkog lista* za učenike srednjih škola. Vjerojatno je jedinstveni primjer autora čiji su se udžbenici tiskali i u Kraljevini SHS, odnosno Kraljevini Jugoslaviji, Nezavisnoj Državi Hrvatskoj te drugoj Jugoslaviji (FNRJ, odnosno SFRJ). Stjepan Škrebilin, kao mlad profesor uvršten je i u kapitalno djelo hrvatske kulture *Znameniti i zaslužni Hrvati*, izdano u prigodi 1000. godišnjice Hrvatskog kraljevstva. Posebno lijepo sjećanje na svog profesora Škreblina, pod naslovom *Naša torđava i naša ljepotica*, objavio je njegov učenik, matematičar i akademik V. Devidé u svojim autobiografskim zapiscima *Na krilima noćnog paunčeta (antidnevnik prisjećanja)*.

Milena Verona (1903. – 1971.) poznata je hrvatska fizičarka. Udala se za Varićakovu sina Bogdana, mikologa i botaničara. Zanimljivo je da je među demonstratorima, ali ne kod Varićaka, bila i Milenina sestra Eva, ugledna knjižničarka, koja je također diplomirala matematiku i fiziku.

10. POPIS KOLEGIJA KOJE JE PREDAVAO V. VARIĆAK NA MUDROSLOVNOM FAKULTETU

Prema Redu predavanja Zagrebačkog sveučilišta koji je izdavan za svaku pojedinu akademsku godinu, Vladimir Varićak predavao je sljedeće kolegije (nazivi kolegija napisani su onako kako se objavljeni u Redu predavanja):

- *Algebarska analiza (Analysis algebraica)*, 3 sata, ak. godina 1896./1897., zimsko poljeće
- *Algebarska analiza, nastavak (Analysis algebraica, continuato)*, 3 sata, 1896./1897., ljetno poljeće
- *Sferna trigonometrija (Trigonometrica sphaerica)*, 2 sata, ak. godina 1897./1898., zimsko poljeće,
- *Izabrani dijelovi algebarske analize (Partes selectae ex analysi algebraica)*, 1 sat, ak. godina 1897./1898., zimsko poljeće,
- *Teorija jednadžbi (Theoria aequationum)*, 2 sata, ak. godina 1897./1898., ljetno poljeće,
- *Algebarska analiza (Analysis algebraica)*, 3 sata, po dogovoru, ak. god. 1898./1899., zimsko poljeće.
- *Fizika sa mehanikom (De physica et mechanica)* za slušače šumarstva, 4 sata, ak. god. 1898./1899., ljetno poljeće
- *Vježbe (Practicum)*, 2 sata, za slušače šumarstva, ak. god. 1898./1899., ljetno poljeće
- *Matematika*, 8 sati predavanja, 3 sata vježbi, Šumarski odio, ak. god. 1899./1900. zimsko poljeće
- *Fizika sa mehanikom*, 2 sata, Šumarski odio, ak. god. 1899./1900. zimsko poljeće
- ljetno poljeće
- *Integralni račun (De calculo integrali)*, 3 sata, ak. god. 1899./1900., ljetno poljeće
- *Teorija funkcija (Theoria functionum)*, 3 sata, ak. god. 1899./1900., ljetno poljeće
- *Seminar (Seminarium)*, 2 sata, ak. god. 1899./1900., ljetno poljeće
- *Integracija diferencijalnih jednadžbi (De integratione aequationum differentialium)*, 4 sata, ak. god., 1900./1901., zimsko poljeće
- *Algebarske krivulje (De curvis algebraicis)*, 2 sata, ak. god., 1900./1901., zimsko poljeće
- *Seminar (Seminarium)*, 2 sata, ak. god., 1900./1901., zimsko poljeće
- *Algebarsko rješavanje jednadžbi (De aequationum resolutione algebraica)*, 3 sata, ak. god., 1900./1901., ljetno poljeće
- *Račun varijacija, (De calculo variationum)*, 2 sata, ak. god., 1900./1901., ljetno poljeće
- *Seminar: Vježbe u integraciji diferencijalnih jednadžbi (Exercitationes ex integratione aequationum differentialium)*, 2 sata, ak. god., 1900./1901., ljetno poljeće

- *Algebarska analiza (Analysis algebraica)*, 3 sata, ak. god. 1901./1902., zimsko poljeće,
- *O determinantama (De determinantibus)*, 2 sata, ak. god. 1901./1902., zimsko poljeće,
- *Seminar (Seminarium)*, 2 sata, ak. god. 1901./1902., zimsko poljeće
- *Eliptičke funkcije (Theoria functionum ellipticarum)*, 4 sata, ak. god. 1901./1902., ljetno poljeće
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1901./1902., ljetno poljeće
- *Diferencijalni i integralni račun (De calculo differentiali et integrali)*, 4 sata, ak. god. 1902./1903., zimsko poljeće
- *Seminar: Teorija ploha (De superficiebus)*, 2 sata, ak. god. 1902./1903., zimsko poljeće
- *Integralni račun (De calculo integrali)*, 4 sata, ak. god. 1902./1903., ljetno poljeće
- *Diferencijalna geometrija (Geometria differentialis)*, 2 sata, ak. god. 1902./1903., ljetno poljeće
- *Seminar (Seminarium)*, 2 sata, ak. god. 1902./1903., ljetno poljeće
- *Diferencijalne jednačbe (De aequationibus differentialibus)*, 3 sata, ak. god. 1903./1904., zimsko poljeće,
- *Algebra*, 3 sata, ak. god. 1903./1904., zimsko poljeće,
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1903./1904., zimsko poljeće,
- *Analitička geometrija (De geometria analytica)*, 4 sata, ak. god. 1903./1904., ljetno poljeće,
- *Račun varijacija (De calculo variationum)*, 2 sata, ak. god. 1903./1904., zimsko poljeće,
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1903./1904., zimsko poljeće,
- *Diferencijalni i integralni račun (De calculo differentialis et integrali)*, 4 sata, ak. god. 1904./1905., zimsko poljeće,
- *Teorija funkcija (Theoria functionum)*, 2 sata, ak. god. 1903./1904., zimsko poljeće,
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1903./1904., zimsko poljeće,
- *Integralni račun (De calculo integrali)*, 4 sata, ak. god. 1903./1904., ljetno poljeće,
- *determinantama (De determinantibus)*, 2 sata, ak. god. 1903./1904., ljetno poljeće,
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1903./1904., ljetno poljeće,
- *Diferencijalne jednačbe (De aequationibus differentialibus)*, 4 sata, ak. god. 1905./1906., zimsko poljeće,

- *Eliptičke funkcije (Theoria functionum ellipticarum)*, 2 sata, ak. god. 1905./1906., zimsko poljeće,
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1905./1906., zimsko poljeće,
- *Algebarska analiza (Analysis algebraica)*, 4 sata, ak. god. 1905./1906., ljetno poljeće,
- *grupama transformacija (De gruppis transformationum)*, 2 sata, ak. god. 1905./1906., ljetno poljeće,
- *Seminar matematički*, 2 sata, ak. god. 1905./1906., ljetno poljeće,
- *Diferencijalni i integralni račun (De calculo differentialis et integrali)*, 4 sata, ak. god. 1906./1907., zimsko poljeće,
- *Diferencijalna geometrija (Geometria differentialis)*, 2 sata, ak. god. 1906./1907., zimsko poljeće
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1906./1907., zimsko poljeće,
- *Integralni račun (De calculo integrali)*, 3 sata, ak. god. 1906./1907., ljetno poljeće
- *Račun varijacija (De calculo variationum)*, 3 sata, ak. god. 1906./1907., ljetno poljeće
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1906./1907., ljetno poljeće
- *Teorija funkcija (Theoria functionum)*, 5 sati, ak. god. 1907./1908., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 3 sata, ak. god. 1907./1908., ljetno poljeće
- *Diferencijalni i integralni račun, nastavak (De calculo differentiali et integrali)*, 4 sata, ak. god. 1908./1909., ljetno poljeće
- *Kompleksna multiplikacija (De multiplicatione complexa)*, 2 sata, ak. god. 1908./1909., ljetno poljeće
- *Matematički seminar (Seminarium mathematicum)*, 2 sata, ak. god. 1908./1909., ljetno poljeće
- *Integralni račun (De calculo integrali)*, 3 sata, ak. god. 1909./1910., zimsko poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe (De integratione aequationum differentialium)*, 3 sata, ak. god. 1909./1910., zimsko poljeće
- *Matematički seminar (Seminarium)*, 2 sata, ak. god. 1909./1910., zimsko poljeće
- *Elementi teorije funkcija (Functionum theoriae elementa)*, 3 sata, ak. god. 1909./1910., ljetno poljeće
- *Geometrija Lobačevskoga i princip relativnosti (Geometria secundum Lobačevskii doctrinam et principium relativitatis tractabitur)*, 3 sata, ak. god. 1909./1910., ljetno poljeće

- *Matematički seminar (Seminarium mathematicum)*, 2 sata, ak. god. 1909./1910., ljetno poljeće
- *Diferencijalni i integralni račun (De calculo differentiali et integrali)*, 5 sati, ak. god. 1910./1911., zimsko poljeće
- *Geometrija na kugli i na pseudosferi (Geometria in sphaera et pseudosphaera tractabitur)*, 1 sat, ak. god. 1910./1911., zimsko poljeće
- *Matematički seminar (Seminarium mathematicum)*, 2 sata, ak. god. 1910./1911., zimsko poljeće
- *Integralni račun (De calculo integrali)*, 4 sata, ak. god. 1910./1911., ljetno poljeće
- *Račun varijacija (De calculo variationum)*, 2 sata, ak. god. 1910./1911., ljetno poljeće
- *Matematički seminar (Seminarium mathematicum)*, 2 sata, ak. god. 1910./1911., ljetno poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 3 sata, ak. god. 1911./1912., zimsko poljeće
- *Eliptičke funkcije (Theoria functionum ellipticarum)*, 3 sata, ak. god. 1911./1912., zimsko poljeće
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1911./1912., zimsko poljeće
- *Integralni račun*, 3 sata, ak. god. 1911./1912., ljetno poljeće
- *Teorija skupova*, 3 sata, ak. god. 1911./1912., ljetno poljeće
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1911./1912., ljetno poljeće
- *Diferencijalni i integralni račun (De calculo differentiali et integrali)*, 5 sati, ak. god. 1912./1913., zimsko poljeće
- *Seminar: Račun vjerojatnosti*, 3 sata, ak. god. 1912./1913., zimsko poljeće
- *Integralni račun*, 3 sata, ak. god. 1912./1913., ljetno poljeće
- *Teorija funkcija*, 3 sata, ak. god. 1912./1913., ljetno poljeće
- *Seminar u svezi s predavanjem o teoriji funkcija*, 2 sata, ak. god. 1912./1913., ljetno poljeće
- *Uvod u analizu (Introductio in analysim)*, 4 sata, ak. god. 1913./1914., ljetno poljeće
- *Geometrijske interpretacije teorije relativnosti (Theoria relativitatis)*, 2 sata, ak. god. 1913./1914., ljetno poljeće
- *Matematički seminar (Seminarium mathematicum)*, 2 sata, ak. god. 1913./1914., ljetno poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe (De integratione aequationum differentialium)*, 4 sata, ak. god. 1915./1916., zimsko poljeće
- *Eliptične funkcije (Theoria functionum ellipticarum)*, 2 sata, ak. god. 1915./1916., zimsko poljeće

- *Seminar (Seminarium mathematicum)*, 2 sata, ak. god. 1915./1916., zimsko poljeće
- *Račun varijacija*, 4 sata, ak. god. 1915./1916., ljetno poljeće
- *Teorija skupova*, 2 sata, ak. god. 1915./1916., ljetno poljeće
- *Matematički seminar: račun vjerojatnosti*, 2 sata, ak. god. 1915./1916., ljetno poljeće
- *Diferencijalni i integralni račun*, 5 sati, ak. god. 1916./1917., zimsko poljeće
- *Integralne jednadžbe*, 1 sat, ak. god. 1916./1917., zimsko poljeće
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1916./1917., zimsko poljeće
- *Diferencijalni i integralni račun*, 4 sati, ak. god. 1916./1917., ljetno poljeće
- *Uvod u Lie-jevu teoriju integracije diferencijalnih jednadžbi*, 2 sata, ak. god. 1916./1917., ljetno poljeće
- *Seminar matematički*, 2 sata, ak. god. 1916./1917., ljetno poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 3 sata, ak. god. 1917./1918., zimsko poljeće
- *Višestruki integrali*, 2 sata, ak. god. 1917./1918., zimsko poljeće
- *Seminar*, 3 sata, ak. god. 1917./1918., zimsko poljeće
- *Integralni račun*, 4 sata, ak. god. 1918./1919., zimsko poljeće
- *Račun varijacija*, 2 sata, ak. god. 1918./1919., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1918./1919., zimsko poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 4 sata, ak. god. 1919./1920., zimsko poljeće
- *Teorija skupova*, 2 sata, ak. god. 1919./1920., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1919./1920., zimsko poljeće
- *Teorija funkcija*, 5 sati, ak. god. 1919./1920., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 3 sata, ak. god. 1919./1920., ljetno poljeće
- *Algebarske jednadžbe*, 4 sata, ak. god. 1919./1920., ljetno poljeće
- *Eliptičke funkcije*, 2 sata, ak. god. 1920./1921., zimsko poljeće
- *Neeuklidska geometrija i teorija relativnosti*, 3 sata, ak. god. 1920./1921., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 3 sata, ak. god. 1920./1921., zimsko poljeće
- *Integralni račun (odabrane česti)*, 5 sati, ak. god. 1920./1921., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 3 sata, ak. god. 1920./1921., ljetno poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 3 sata, ak. god. 1921./1922., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1921./1922., zimsko poljeće
- *Teorija funkcija*, 3 sata, ak. god. 1921./1922., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1921./1922., ljetno poljeće
- *Teorija funkcija*, 3 sata, ak. god. 1922./1923., zimsko poljeće
- *Matematičke osnove općene teorije relativnosti*, 2 sata, ak. god. 1922./1923., zimsko poljeće

- *Matematički seminar*, 3 sata, ak. god. 1922./1923., zimsko poljeće
- *Odabrane česti integralnog računa*, 3 sata, ak. god. 1922./1923., ljetno poljeće
- *Eliptična funkcija $\gamma\mu$* , 2 sata, ak. god. 1922./1923., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 3 sata, ak. god. 1922./1923., ljetno poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 4 sata, ak. god. 1923./1924., zimsko poljeće
- *O teoriji skupova*, 1 sat, ak. god. 1923./1924., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 3 sata, ak. god. 1923./1924., zimsko poljeće
- *Teorija funkcija*, 5 sati, ak. god. 1923./1924., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 3 sata, ak. god. 1923./1924., ljetno poljeće
- *Teorija funkcija (nastavak)*, 3 sata, ak. god. 1924./1925., zimsko poljeće
- *Izabrane česti diferencijalnoga i integralnoga računa*, 2 sata, ak. god. 1924./1925., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 3 sata, ak. god. 1924./1925., zimsko poljeće
- *Račun varijacija*, 3 sata, ak. god. 1924./1925., ljetno poljeće
- *Eliptičke funkcije*, 2 sata, ak. god. 1924./1925., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 3 sata, ak. god. 1924./1925., ljetno poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 4 sata, ak. god. 1925./1926., zimsko poljeće
- *Uvod u račun tenzora*, 1 sat, ak. god. 1925./1926., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 3 sata, ak. god. 1925./1926., zimsko poljeće
- *Diferencijalni i integralni račun (dopunjeni)*, 5 sati, ak. god. 1925./1926., ljetno poljeće
- *Seminar*, 3 sata, ak. god. 1925./1926., ljetno poljeće
- *Teorija funkcija*, 4 sata, ak. god. 1926./1927., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1926./1927., zimsko poljeće
- *Analitička geometrija*, 3 sata, ak. god. 1926./1927., zimsko poljeće
- *Teorija funkcija*, 4 sata, ak. god. 1926./1927., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1926./1927., ljetno poljeće
- *Račun varijacija*, 2 sata, ak. god. 1927./1928., zimsko poljeće
- *Diferencijalna geometrija*, 2 sata, ak. god. 1927./1928., zimsko poljeće
- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1927./1928., zimsko poljeće
- *Diferencijalni i integralni račun*, 4 sata, ak. god. 1927./1928., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1927./1928., ljetno poljeće
- *Diferencijalni i integralni račun (2 i 3 nezavisne varijable)*, 4 sata, ak. god. 1928./1929., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1928./1929., ljetno poljeće
- *Teorija funkcija*, 4 sata, ak. god. 1929./1930., zimsko poljeće
- *Seminar matematički*, 2 sata, ak. god. 1929./1930., zimsko poljeće

- *Teorija funkcija*, 4 sata, ak. god. 1929./1930., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1929./1930., ljetno poljeće
- *Račun varijacija*, 4 sata, ak. god. 1930./1931., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1930./1931., zimsko poljeće
- *Teorija skupova*, 2 sata, ak. god. 1930./1931., ljetno poljeće
- *Geometrija u teoriji relativnosti*, 2 sata, ak. god. 1930./1931., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1930./1931., ljetno poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 4 sata, ak. god. 1931./1932., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1931./1932., zimsko poljeće
- *Diferencijalni i integralni račun (dopunjci)*, 4 sata, ak. god. 1931./1932., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1931./1932., ljetno poljeće
- *Integralni račun*, 2 sata, ak. god. 1932./1933., zimsko poljeće
- *Uvod u teoriju funkcija*, 2 sata, ak. god. 1932./1933., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1932./1933., zimsko poljeće
- *Teorija funkcija*, 4 sata, ak. god. 1932./1933., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1932./1933., ljetno poljeće
- *Račun varijacija*, 2 sata, ak. god. 1933./1934., zimsko poljeće
- *Eliptičke funkcije*, 2 sata, ak. god. 1933./1934., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1933./1934., zimsko poljeće
- *Teorija skupova*, 2 sata, ak. god. 1933./1934., ljetno poljeće
- *Integralne jednadžbe (linearne)*, 2 sata, ak. god. 1933./1934., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1933./1934., ljetno poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 4 sata, ak. god. 1934./1935., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1934./1935., zimsko poljeće
- *Diferencijalni i integralni račun (dopunjci)*, 4 sata, ak. god. 1934./1935., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1934./1935., ljetno poljeće
- *Teorija funkcija*, 4 sata, ak. god. 1935./1936., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1935./1936., zimsko poljeće
- *Teorija funkcija (nastavak)*, 2 sata, ak. god. 1935./1936., ljetno poljeće
- *Račun varijacija*, 2 sata, ak. god. 1935./1936., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1935./1936., ljetno poljeće
- *Izabrane česti integralnoga računa*, 4 sata, ak. god. 1936./1937., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1936./1937., zimsko poljeće
- *Integralni račun (nastavak)*, 4 sata, ak. god. 1936./1937., ljetno poljeće

- *Seminar*, 2 sata, ak. god. 1936./1937., ljetno poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 4 sata, ak. god. 1937./1938., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1937./1938., zimsko poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 4 sata, ak. god. 1937./1938., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1937./1938., ljetno poljeće
- *Teorija funkcija*, 4 sata, ak. god. 1938./1939., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1938./1939., zimsko poljeće
- *Teorija skupova*, 4 sata, ak. god. 1938./1939., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1938./1939., ljetno poljeće
- *Račun varijacija*, 3 sata, ak. god. 1939./1940., zimsko poljeće
- *Eliptičke funkcije*, 1 sata, ak. god. 1939./1940., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1939./1940., zimsko poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 4 sata, ak. god. 1939./1940., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1939./1940., ljetno poljeće
- *Diferencijalne jednadžbe*, 4 sata, ak. god. 1940./1941., zimsko poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1940./1941., zimsko poljeće
- *Izabrane česti više analize*, 4 sata, ak. god. 1940./1941., ljetno poljeće
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1940./1941., ljetno poljeće
- *Teorija funkcija jedne kompleksne promjenljive*, 4 sata, ak. god. 1941./1942., zimsko poljeće,
- *Matematički seminar*, 2 sata, ak. god. 1941./1942., zimsko poljeće

U ljetnom poljeću sveučilišni docent dr. Đuro Kurepa predaje kolegij *Teorija funkcija jedne kompleksne promjenljive*, 4 sata, i u Redu predavanja u Hrvatskom sveučilištu u Zagrebu, za ak. god. 1941./1942. izričito se navodi da je to nastavak predavanja pok. profesora VI. Varićaka prema njegovim bilješkama.

Iz navedenoga popisa možemo zaključiti sljedeće. Varićak je postupno uvodio nove kolegije, sve do kraja svoje nastavničke karijere. Možda je baš najbolji primjer to što Varićak ujesen 1941., dakle u svojoj 76. godini života, počinje predavati kolegij *Teorija funkcija jedne kompleksne promjenljive*, koji do tada nikada nije predavao te je morao pripremiti i teorijska predavanja i odgovarajuće primjere. To svakako upućuje na to da ga je nastavnički posao veselio i da mu se posvećivao do samog kraja života. Čak i na najistaknutijim dužnostima dekana i rektora, Varićak je vodio matematički seminar, što nas upućuje na to kako ga je radovao neposredan kontakt sa studentima. To na neizravan način potvrđuje i V. Feller, kad u pismu iz Göttingena s posebnim simpatijama spominje „*zeleni seminar*“, a u svojim autobiografskim podacima iz 1937., pisanih pri izboru za dopisnog člana Akademije, navodi i svoju *seminarsku radnju kod prof. Varićaka o Taylorovom razvoju*.

Vladimir Varićak umro je u Zagrebu 17. siječnja u 77. godini života. U osmrtnici objavljenoj u dnevniku *Nova Hrvatska* od 20. siječnja 1942. obitelj moli za tihu sućut ne navodeći vrijeme pogreba. Posljednji objavljeni Varićakov tekst jest članak o Ruđeru Boškoviću u 3. svesku *Hrvatske enciklopedije*, tiskan poslije Varićakove smrti. Članak završava završnim riječima Ruđerova pisma sestri Anici: *Moja se svrha približiva; imam 76 godišta i ćutim slabos. S Bogom.*

Zahvala

Zahvaljujemo mr. sc. Jasni Dravec Braun, voditeljici Središnje matematičke knjižnice Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu, na ljubaznosti i pomoći.

Literatura

1. Godišnje izvješće kraljevske velike realke u Zagrebu za školsku godinu 1882./83., Zagreb, 1983.
2. Žarko Dadić, Egzaktne znanosti u Hrvatskoj u ozračju politike i ideologije: (1900. – 1960.), Izvori, Zagreb, 2010.
3. Vladimir Varićak, Algebarska analiza, I. Predavanja priv. doc. dr. V. Varićaka, Zagreb, 1899.
4. Red predavanja zagrebačkog sveučilišta za ak. god. od 1895./96. do 1941./42.
5. Vladimir Vrkljan, Dr. Vladimir Varićak, Nastavni vjesnik, 43, str. 161, 1935.
6. Rudolf Cesarec, Dr. Vladimir Varićak, Nastavni vjesnik, 50, str. 405, 1942.
7. Đuro Kurepa, Vladimir Varićak (26. 3. 1865. – 17. 1. 1942.), Glasnik matematičko-fizički i astronomski, II., br. 1-2, str. 64-68, 1948.

Contribution to the Research of Vladimir Varićak's Teaching Work

Summary

This paper presents Vladimir Varićak's teaching career, which lasted for more than 50 years; he began as high school teacher and continued as university professor.

We have listed his publications covering education in mathematics, as well as all the classes he gave at the Faculty of Philosophy in Zagreb. We have analysed the content of Varićak's standard mathematics courses on the basis of an insight in the only published lithographed lecture notes, and the two – so far unknown – manuscripts including notes from his classes.

Keywords: Vladimir Varićak; Mathematics Education; Faculty of Philosophy, Zagreb