Matematika

za ekonomiste i managere

III. IZDANJE

mr. sc. Branimir Gruić
mr. sc. Igor Jemrić
mr. sc. Ivan Šutalo
dr. sc. Hrvoje Volarević

MATE
marketing
tehnologija

zagrebačka
škola ekonomije
i managementa
zagreb school
of economics
and management

BIBLIOTEKA GOSPODARSKA MISAO

Branimir Gruić, Igor Jemrić, Ivan Šutalo, Hrvoje Volarević
Matematika za ekonomiste i managere, III. izdanje

Copyright © 2011 MATE d.o.o. Zagreb

Sva prava pridržana. Nije dopušteno niti jedan dio ove knjige reproducirati ili distribuirati u bilo kojem obliku ili pohraniti u bazi podataka bez prethodnog pismenog odobrenja nakladnika.

Nakladnik:	MATE d.o.o., Zagreb
Za nakladnika:	Vesna Njavro
Glavni urednici:	dr. sc. Đuro Njavro Mato Njavro, MA
Autori:	mr. sc. Branimir Gruić mr. sc. Igor Jemrić mr. sc. Ivan Šutalo dr. sc. Hrvoje Volarević
Stručni recenzenti:	prof. dr. sc. Mirko Čubrilo doc. dr. sc. Vedran Krčadinac

CIP zapis dostupan u računalnome katalogu Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu pod brojem 765030.

Sadržaj

Uvod

Ova knjiga namijenjena je studentima kolegija "Matematika za ekonomiste i managere" na prvoj godini studija Zagrebačke škole ekonomije i managementa. U tom smislu, ona u potpunosti prati silabus prema kojem se izvodi navedeni predmet te predstavlja njegovu osnovnu literaturu.

Matematiku za ekonomiste i managere ne treba shvaćati kao koherentnu cjelinu, kako matematičku, tako ni ekonomsku, već kao kaleidoskop rudimentarnih ekonomskih situacija i njima pripadajućih matematičkih tehnika. U tom smislu, premda se ovaj predmet oslanja na sadržaj opće matematike – prije svega na teoriju nizova i redova te elemente diferencijalnog računa – težište predmeta ipak nije u matematici niti matematičkoj tehnici, već upravo u onim ekonomskim situacijama koje se vežu uz različita područja ekonomije i gospodarstva te koje pomažu spoznaji osnovnih zakonitosti i principa ekonomskog mišljenja u njima. Takva struktura kolegija (pa i ove knjige) nužno nameće njegovo smještanje u kontekst ostalih predmeta, kako na prvoj, tako i na višim godinama studija. Osim već spomenute matematike koja daje teorijsko uporište kvantitativnom aspektu ovoga predmeta, čitav je niz predmeta na ovome studiju koji detaljno izučavaju upravo ona područja ekonomije i ekonomske teorije kojih se *Matematika za ekonomiste i managere* fragmentarno dotiče. Tu se prije svega misli na računovodstvenu skupinu predmeta, ali i na sve predmete vezane uz financije i bankarstvo, kao i osnovne mikroekonomske i makroekonomske predmete. U tom kontekstu, ovaj predmet može se promatrati i kao svojevrstan uvod u te kolegije, uvod čija je namjera upoznati (barem djelomično) studente s osnovnim pojmovima i kategorijama svakog od tih područja.To za njih (studente) svakako predstavlja poseban napor, specifičan za ovaj kolegij u odnosu na ostale stručne kolegije koji se uglavnom okreću pojedinim konkretnim segmentima ekonomske teorije.

U prvom se dijelu knjige (u prvim četirima poglavljima) obrađuje područje financijske matematike, u okviru kojeg se prezentira matematička osnova jednog od baznih gospodarskih procesa – ukamaćivanja (konkretno, izučava se jednostavni i složeni kamatni račun), ali se isto tako daje i osnovni kategorijalni aparat financijske intermedijacije kao djelatnosti te osnovnih konstitutivnih elemenata financijskih sustava - financijskih institucija te, naročito, financijskih instrumenata.

Peto poglavlje posvećeno je određenim preliminarnim računskim tehnikama – razmjerima, trojnom pravilu, računu diobe i verižnom računu, da bi se glavni dio poglavlja opet odnosio na konkretnu gospodarsku situaciju koja koristi te tehnike. Ovdje se radi o arbitraži – ekonomskoj aktivnosti koja je vezana uz međuvalutarne odnose te, općenito, uz područje međunarodne razmjene.

Sljedeća dva poglavlja (šesto i sedmo poglavlje) ponovo su vezana uz mikroekonomske subjekte, no ovaj se put naglasak stavlja na evidencijske i kvantitativne tehnike obračuna troškova različitih proizvodnih faktora. Šesto poglavlje odnosi se na obračun plaća djelatnika poduzeća (obračun troška rada kao proizvodnog faktora), a sedmo poglavlje upoznaje studente s različitim metodama amortizacije, odnosno ispravka vrijednosti osnovnih sredstava (obračuna troška jednog oblika kapitala kao proizvodnog faktora).

Osmo poglavlje svojevrstan je logični nastavak prethodnih dvaju poglavlja, a odnosi se na tehnike sastavljanja osnovnih financijskih izvještaja – bilance i računa dobiti i gubitka – te osnovne pokazatelje koji se koriste za njihovu analizu, odnosno za analizu uspješnosti poslovanja poduzeća.

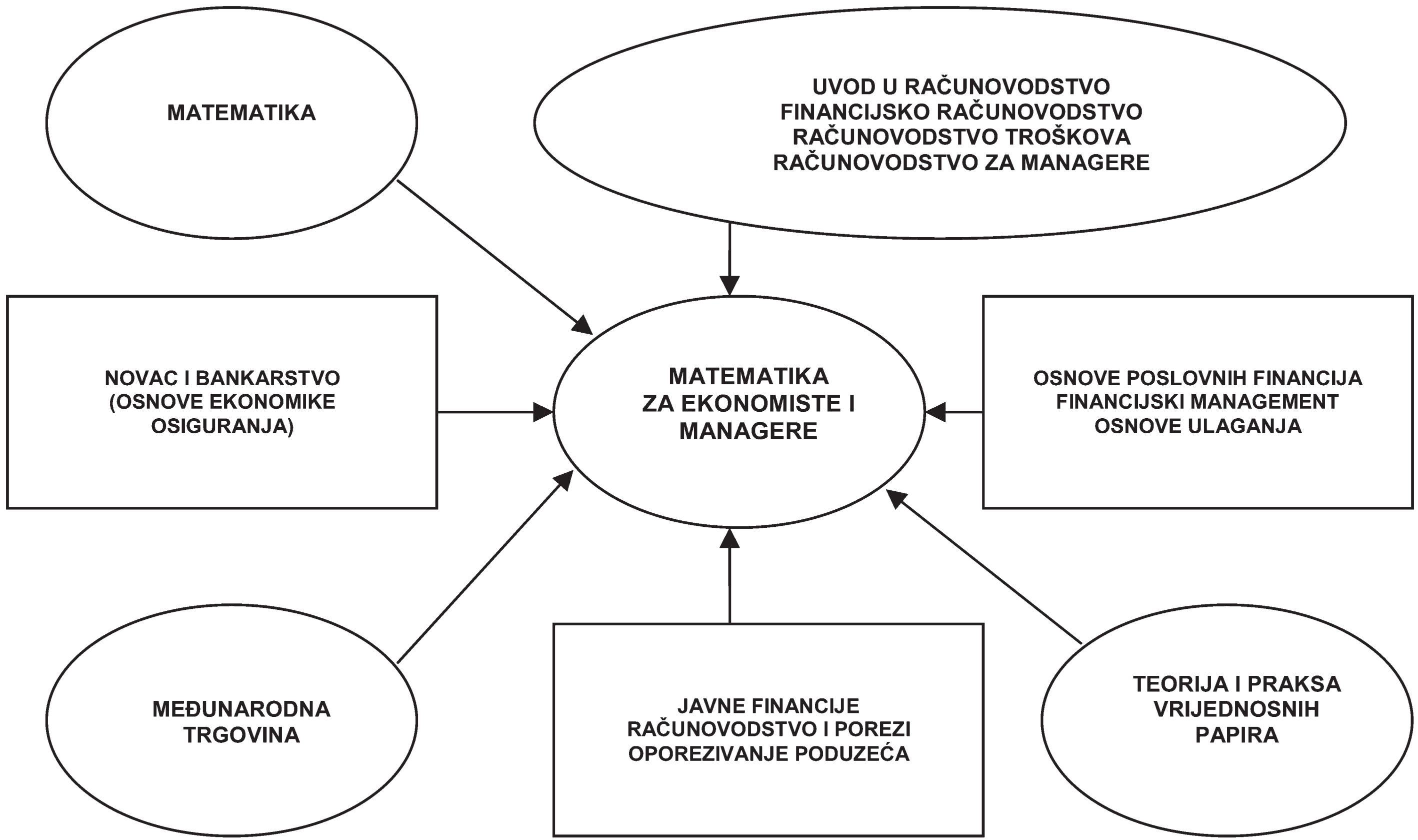
Posljednje, deveto poglavlje, vezano je uz proširivanje gospodarske aktivnosti poduzeća, odnosno uz investicijske projekte, a bavi se izučavanjem različitih tehnika ocjene isplativosti pojedinih investicijskih projekata u svrhu izrade prijedloga za donošenje odluke o pokretanju (ili nepokretanju) konkretnog projekta.

Iako raznolik, takav izbor bazičnih gospodarskih situacija i njima pripadajućih načina mišljenja nikako nije i cjelovit. Zbog svoje strukture, prije svega zamišljene kao heterogene, kolegij “Matematika za ekonomiste i managere” mogao bi u svojim ilustracijama nizati i brojne druge, isto tako bazične gospodarske situacije, i tako sigurno dodatno pridonijeti percepciji cjelokupnog mozaika ekonomskog mišljenja, no pri svom izboru tema autori su bili dvojako ograničeni: s jedne strane, postoji vremensko ograničenje izvođenja kolegija, a s druge strane, autori su sami sebi postavili i određeno matematičko ograničenje, a to je da sve matematičke tehnike koje se u ovom kolegiju ilustriraju moraju biti determinističke. Takva isključivost u izbjegavanju stohastičkih elemenata bitno je utjecala na fizionomiju predmeta, kako izborom tema (npr., izostavljena je aktuarska matematika vezana uz teoriju osiguranja), tako i dubinom zadiranja u pojedine, ovdje obrađene teme (npr., tehnike tržišne valorizacije pojedinih financijskih instrumenata kojih se knjiga dotiče u dijelu financijske matematike u stvarnom su životu zapravo nezamislive bez instrumentarija teorije vjerojatnosti).

Ipak, unatoč tim ograničenjima, smatramo da je odabrani skup matematičko-ekonomskih tema dovoljno ilustrativan te da će studentima prve godine studija ekonomije i managementa pomoći u pripremi za percepciju složene ekonomsko-teorijske građe koja ih čeka tijekom studija.

I na kraju, autori knjige se posebno zahvaljuju kolegicama Davorki Davosir-Pongrac i Ani Šimić na svesrdnoj pomoći u čitanju cjelokupnog teksta i stručnim komentarima.

Autori


MATEMATIKA
UVOD U RAČUNOVODSTVO
FINANCIJSKO RAČUNOVODSTVO
RAČUNOVODSTVO TROŠKOVA
RAČUNOVODSTVO ZA MANAGERE
NOVAC I BANKARSTVO
(OSNOVE EKONOMIKE
OSIGURANJA)
MATEMATIKA
ZA EKONOMISTE I
MANAGERE
OSNOVE POSLOVNIH FINANCIJA
FINANCIJSKI MANAGEMENT
OSNOVE ULAGANJA
MEĐUNARODNA
TRGOVINA
JAVNE FINANCIJE
RAČUNOVODSTVO I POREZI
OPOREZIVANJE PODUZEĆA
TEORIJA I PRAKSA
VRIJEDNOSNIH
PAPIRA

1 poglavlje

Jednostavni kamatni račun

mr. sc. Igor Jemrić

1. Jednostavni kamatni račun

1.1 Uvod

U sljedećih nekoliko poglavlja obrađivat će se financijska matematika kao područje primijenjene matematike kojim se opisuju kvantitativni procesi koji se odvijaju u svijetu financijskih sustava i transakcija njegovih sudionika. Da bi se shvatio pojam financijskog sustava, potrebno je prvo objasniti njegovu svrhu, a to je financijsko posredništvo ili intermedijacija.

Promatrano s makroekonomskog gledišta, **financijska intermedijacija** predstavlja proces posredovanja između onih makroekonomskih sektora koji posjeduju viškove financijskih sredstava koje su spremni nekome posuditi uz određenu naknadu te onih koji su spremni platiti određenu cijenu da bi posudili te viškove financijskih sredstava kako bi povećali svoju (najčešće investicijsku) potrošnju. Na mikroekonomskoj razini, to se posredništvo svodi na čitav niz financijskih transakcija (promjena vlasništva nad novcem ili nekim drugim financijskim sredstvom) kojima se svakom pojedinom mikroekonomskom subjektu (fizičkoj ili pravnoj osobi, pripadniku nekog od gore spomenutih sektora) omogućava da upravlja svojim financijskim sredstvima onako kako on to želi. Pritom svaka financijska transakcija zapravo predstavlja uspostavu jednog od dvaju tipova odnosa: dužničko-vjerovničkog (u kojem vjerovnik posuđuje financijsko sredstvo dužniku) ili vlasničkog odnosa (u kojem jedan gospodarski subjekt postaje potpunim ili djelomičnim vlasnikom drugog gospodarskog subjekta).

U kontekstu tako definiranog financijskog posredništva razvio se čitav segment gospodarstva čija je funkcija obavljanje tog posredništva, a koji se naziva **financijskim sustavom**. Taj sustav čine njegovi sudionici – različite vrste **financijskih institucija** koje se bave financijskim posredništvom (poslovne banke, štedionice, investicijski fondovi, itd.) ili pak svoju funkciju vide u olakšavanju tog procesa (burze, različite financijske agencije, financijski savjetnici, itd.). Bitan su element svakog financijskog sustava i načini na koje se financijske transakcije obavljaju, odnosno sredstva putem kojih se one obavljaju, a koje nazivamo **financijskim instrumentima**. Financijski instrument, kao modalitet obavljanja financijske transakcije, predstavlja svaki oblik ugovora kojim se utvrđuje uspostavljanje i regulacija jednog od gore spomenutih odnosa (dužničko-vjerovnički ili vlasnički) između transaktora.

Svaki financijski sustav karakteriziraju financijske institucije koje sudjeluju u procesu financijskog posredništva te financijski instrumenti kojima se ono obavlja. Dodatna je karakteristika svakog sustava i kvantitativni intenzitet same intermedijacije, odnosno, koliko je ona zapravo značajna (u ukupnom volumenu obavljenih transakcija) za gospodarstvo u cjelini te koliko je lukrativna, odnosno, koliko dobiti donosi pružateljima financijskih usluga.

U sljedećih nekoliko poglavlja govorit će se o matematici obavljanja financijskih transakcija te, s tim neraskidivo povezano, o načinima funkcioniranja osnovnih tipova financijskih instrumenata koji se pojavljuju i u hrvatskom i u nekim drugim financijskim sustavima u svijetu.

1.2 Osnovni pojmovi kamatnog računa

Kamatni račun kao područje primijenjene matematike veže se uz proces **ukamaćivanja**, odnosno **kapitalizacije**, koji podrazumijeva posudbu novca ili nekog drugog dobra na određeno vrijeme uz odgovarajuću naknadu. Postoje tri osnovne dimenzije toga procesa – objekt ukamaćivanja (novac ili neko drugo dobro), vrijeme trajanja ukamaćivanja (razdoblje od trenutka posudbe do trenutka povrata) i naknada za posudbu (novčani iznos koji dužnik, odnosno osoba koja je primila objekt ukamaćivanja, plaća vjerovniku, odnosno osobi koja je predala objekt ukamaćivanja uime te posudbe).

U tako postavljenom kontekstu kamatni račun predstavlja kvantifikaciju procesa ukamaćivanja, odnosno utvrđivanje iznosa svih njegovih osnovnih elemenata, a to su:

- **glavnica** (engl. *principal*) - iznos novca ili novčana vrijednost nekog drugog objekta ukamaćivanja. Razlikujemo **početnu vrijednost glavnice** (u engleskom jeziku ovaj pojam poistovjećuje se s pojmom *principal*) kao vrijednost objekta ukamaćivanja u trenutku posudbe i **konačnu vrijednost glavnice** (engl. *amount*, *maturity value*) kao vrijednost objekta ukamaćivanja u trenutku povrata;

- **vrijeme trajanja ukamaćivanja** (engl. *time*) **-** razdoblje posudbe, odnosno razdoblje za koje se izračunava naknada;
- **kamata** (engl. *interest*) **-** novčana naknada na ime posudbe glavnice. Kamata se često za određeno razdoblje iskazuje u postotku glavnice, koji tada nazivamo **kamatnom stopom** (engl. *rate*, *interest rate*). Kamatna stopa predstavlja postotak glavnice koji se ukamaćivanjem dobiva kao kamata na tu glavnicu u definiranom razdoblju (npr., godišnja kamatna stopa, mjesečna kamatna stopa, itd.).

Kako bismo zaista mogli u svakoj pojedinoj situaciji ispravno utvrđivati sve te elemente kamatnog računa (ili preciznije, temeljem poznatih iznosa pojedinih elemenata utvrđivati iznose preostalih), potrebno je dodatno razjasniti jednu od gore navedenih dimenzija kamatnog računa, a to je *vrijeme*. Vrijeme je jedna od bitnih sastavnica procesa ukamaćivanja jer duljina posudbe objekta ukamaćivanja izravno utječe na iznos naknade (nije, naravno, svejedno jeste li posudili određeni iznos novca na mjesec dana ili pak na deset godina). Uočimo da se vremenska dimenzija ukamaćivanja ne pojavljuje samo u toj, za kamatni račun baznoj ulozi, već je neraskidivo povezana i sa samom tehnikom provedbe procesa ukamaćivanja. Činjenica je da se posudbom novca kao gospodarskom aktivnošću bavi čitava jedna gospodarska grana – financijsko posredništvo (intermedijacija) – i da, shodno tome, postoje detaljno razrađeni modeli ukamaćivanja za pojedine tipske situacije, koji se primjenjuju na velik broj dužnika/vjerovnika neovisno o konkretnim detaljima pojedine posudbe. Element masovnosti u financijskom svijetu uzrokuje unifikaciju brojnih tehničkih parametara procesa ukamaćivanja za sve sudionike istih ili sličnih situacija (čime se zapravo kreiraju različiti financijski instrumenti na financijskom tržištu) neovisno o njihovim konkretnim specifičnostima, što zapravo daje prostora za prepoznavanje novih, dopunskih elemenata kamatnog računa. Tako u kontekstu vremenske dimenzije ukamaćivanja, kao dopunske elemente kamatnog računa treba naglasiti dva tehnička aspekta vremenske varijable koji također mogu utjecati na kamatni račun u svakoj konkretnoj situaciji, a koji proizlaze iz ove unifikacije tehničkih parametara.

Prvo, već smo naglasili da se u praksi kamata (naknada za posudbu) često iskazuje u obliku kamatne stope te da se ona (kamatna stopa) uvijek definira za određeno razdoblje. Naravno, proces unifikacije tehničkih parametara dovodi do toga da se kamatna stopa definira za isto razdoblje za veliku skupinu sudionika financijskog posredništva, a koje se ne mora nužno poklapati s ukupnim vremenom ukamaćivanja svake pojedine posudbe. Tako se kao dopunski element kamatnog računa može navesti i **vrijeme na koje se odnosi kamatna stopa**, što u matematičkom smislu znači da se izražavanje ukupnog vremena ukamaćivanja kao osnovnog elementa kamatnog računa mora uskladiti s tim dopunskim elementom.

Dok je gornja opaska isključivo formalnoga karaktera i kao matematičku posljedicu ima samo usklađivanje načina iskazivanja osnovnih elementa kamatnog računa (premda ono katkada i nije sasvim trivijalno), drugi tehnički aspekt vremenske varijable u kamatnom računu može u određenim situacijama imati i pravi, kvantitativni značaj, u smislu izravnog utjecaja na lukrativnost procesa ukamaćivanja, tj., na ukupni iznos naknade za posudbu. Ovdje se radi o fenomenu koji se naziva **ritmom ukamaćivanja**, a koji predstavlja režim kojim se definira razdoblje za koje se obračunava kamata (npr., godišnji obračun, polugodišnji obračun, mjesečni obračun, itd.). Obračun kamata također je isključivo tehnički pojam, a proizlazi iz već spomenutog procesa unifikacije tehničkih parametara, u smislu da svaki financijski posrednik (banka, štedionica, investicijski fond, itd.) definira isti obračun kamata za sve svoje klijente, neovisno o duljini trajanja svake pojedine posudbe. Tako će, na primjer, neka banka svim svojim klijentima obračunavati kamate na kraju svakog mjeseca bez obzira na to što je jedan klijent posudio novac na dva mjeseca, drugi na godinu dana, a treći na pet godina. Dok stvarne duljine ukamaćivanja (dva mjeseca, godina dana, pet godina) predstavljaju onaj osnovni element kamatnog računa, vrijeme za koje se obavlja obračun kamata ili, drugim riječima, vrijeme između dvaju obračuna kamata (u ovom primjeru mjesec dana) predstavlja taj novi, dopunski element kamatnog računa koji nazivamo **elementarnim razdobljem ukamaćivanja**.

Elementarno razdoblje ukamaćivanja novi je tehnički element kamatnog računa i izravna je posljedica primjene određenog ritma ukamaćivanja od strane financijskog posrednika. Kao što je već rečeno, taj element može imati i realni, kvantitativni utjecaj na lukrativnost procesa ukamaćivanja, no to ne mora uvijek biti slučaj – njegov utjecaj izravno ovisi o tome koji se tip kamatnog računa primjenjuje u konkretnom procesu ukamaćivanja – jednostavni ili složeni kamatni račun. Ta se dva osnovna tipa kamatnog računa, kao i uloga elementarnog razdoblja ukamaćivanja u njima, detaljno objašnjavaju u nastavku teksta.

1.3 Jednostavni kamatni račun

Kamatni račun može biti jednostavan ili složen. Ako se kamata obračunava za svako elementarno razdoblje ukamaćivanja na istu glavnicu, radi se o **jednostavnom kamatnom računu** i takve kamate zovu se **jednostavnim kamatama** (engl. *simple interest*). Ako se pak za svako elementarno razdoblje ukamaćivanja kamate obračunavaju i pripisuju glavnici, tako da se već u sljedećem elementarnom razdoblju ukamaćivanja kamata obračunava na tako uvećanu glavnicu, govorimo o **složenom kamatnom računu**, odnosno o **složenim kamatama** (engl. *compound interest*).

Jednostavni kamatni račun obično se primjenjuje kod kratkoročnih financijskih poslova (u trajanju do godine dana) - na primjer, kod kratkoročnih vrijednosnih papira (mjenica, blagajničkih ili trezorskih zapisa i slično), kod potrošačkih kredita, itd.

Za početnu glavnicu P (“principal”), vrijeme trajanja ukamaćivanja t (“time”) i kamatnu stopu r (“rate”), jednostavne kamate I (“interest”) izračunavaju se prema formuli:

$$I = Prt$$

Gornja je formula jednostavna, no da bi bila i ispravna u svojoj primjeni, moramo pretpostaviti da je vrijeme trajanja ukamaćivanja t iskazano kao broj (ne nužno cijeli) razdoblja za koje je definirana kamatna stopa r.

Uz to, treba napomenuti da se u gornju formulu (pa i sve sljedeće formule u kojima se pojavljuje) kamatna stopa r treba uključivati u svom izvornom obliku, a ne kao postotak (npr., ako je zadana kamatna stopa 5 posto godišnje, u formulu će se uključiti broj 0,05).

Ako smo, dakle, izračunali iznos kamata *I* prema gornjoj formuli, konačna vrijednost glavnice *M* ("maturity value") dobiva se dodavanjem kamata glavnici:

$$M = P + I$$

Povezivanjem gornjih dviju formula moguće je dobiti i formulu koja izravno opisuje vezu između konačne vrijednosti *M* i kamatne stope *r*:

$$M = P(1 + rt)$$

Sljedećih nekoliko primjera ilustrira primjenu tih formula za utvrđivanje nedostajućeg elementa kamatnog računa temeljem poznavanja vrijednosti preostalih elemenata:

Primjer 1.1. Kredit od 1.200 kn odobren je na 5 mjeseci uz 8 posto kamata godišnje. Izračunajte kamatu i konačnu vrijednost kredita.

$P = 1.200$
$r = 8\ \% = 0{,}08$
$t = 5/12$

a) kamata iznosi 40 kuna:

$$I = Prt = 1.200 * 0{,}08 * \frac{5}{12} = 40\ kn$$

b) konačna vrijednost $M = 1.240$ kuna:

$$M = P + I = 1.200 + 40 = 1.240\ kn$$

ili

$$M = P(1 + rt) = 1.200(1 + 0{,}08 * \frac{5}{12}) = 1.240$$

Primjer 1.2. Uz koju će godišnju kamatnu stopu glavnica od 500 kn donijeti ulagaču 25 kn kamate nakon 10 mjeseci?

$P = 500$
$t = 10/12$
$I = 25$

$$I = Prt \Rightarrow r = \frac{I}{Pt} = \frac{25}{500 * \frac{10}{12}} = 0{,}06 \text{ ili } 6\%$$

Primjer 1.3. Koliko je vremena potrebno da bi novčani ulog od 1.900 kn narastao na 1.995 kn ako se primjenjuje jednostavni kamatni račun uz 10 posto kamata godišnje?

$P = 1.900$ kn
$M = 1.995$ kn
$r = 10\ \% = 0{,}1$

$$I = Prt \Rightarrow t = \frac{I}{\Pr} = \frac{M - P}{\Pr} = \frac{1.995 - 1.900}{1.900 * 0{,}1} = 0{,}5 = 6\ mjeseci$$

Primjer 1.4. Koja će glavnica ukamaćena tijekom 8 mjeseci narasti na 1.166 kn, ako se primjenjuje jednostavni kamatni račun uz godišnje kamate od 9%?

$M = 1.272$ kn
$t = 8/12 = 2/3$
$r = 9\ \% = 0{,}09$

$$M = P(1 + rt) \Rightarrow P = \frac{M}{1 + rt} = \frac{1.166}{1 + 0{,}09 * \frac{2}{3}} = 1.100\ kn$$

NAPOMENA: Ovaj primjer predstavlja pojednostavljenu varijantu izračunavanja **sadašnje vrijednosti** (engl. *present value*) nekog ulaganja u uvjetima kada je poznata (poželjna) konačna vrijednost (vrijednost po dospijeću) tog ulaganja. Složenije ilustracije toga koncepta obrađene su u okviru primjena jednostavnog kamatnog računa.

Gore navedeni primjeri, kao i formule njima ilustrirane, polaze od pretpostavke da se kamata obračunava na kraju elementarnog razdoblja ukamaćivanja, a primjenjuje se na glavnicu s početka elementarnog razdoblja ukamaćivanja. Ovakva pretpostavka podrazumijeva primjenu tzv. **dekurzivnog obračuna kamata.** Moguć je i suprotan slučaj - kada se kamata obračunava na početku elementarnog razdoblja ukamaćivanja, a primjenjuje se na glavnicu s kraja tog razdoblja. Takav se način obračuna kamata naziva **anticipativnim obračunom kamata**, a koristi se, na primjer, kod diskontnih vrijednosnih papira te kod potrošačkih kredita koje trgovci odobravaju svojim kupcima.

Kod anticipativnog obračuna kamate se izračunavaju u postotku r od konačne vrijednosti M (oznaka t i ovdje predstavlja vrijeme trajanja ukamaćivanja):

$$I = Mrt$$

dok je veza između početne vrijednosti P i konačne vrijednosti M ista kao i kod dekurzivnog obračuna kamata:

$$M = P + I$$

Povezivanjem tih dviju formula dobiva se izravna veza između konačne vrijednosti M i kamatne stope r koja vrijedi kod anticipativnog obračuna kamata:

$$M = \frac{P}{1 - rt}$$

Sljedeći primjer ilustrira kvantitativni značaj razlike između dekurzivnog i anticipativnog obračuna kamata.

Primjer 1.5. Kolika je konačna vrijednost glavnice od 450 kn na kraju 5. godine uz 5 posto kamata godišnje ako je obračun kamata jednostavan te a) anticipativan i b) dekurzivan?

$P = 450$
$r = 5\% = 0{,}05$
$t = 5$

a) anticipativno jednostavno ukamaćivanje:

$$M = \frac{P}{1 - rt} = \frac{450}{1 - 0{,}05 * 5} = 600\ kn$$

b) dekurzivno jednostavno ukamaćivanje:

$$M = P(1 + rt) = 450(1 + 0{,}05 * 5) = 562{,}50\ kn$$

Iz gornjeg primjera vidljivo je da anticipativni obračun kamata generira *(ceteris paribus)* veće kamate nego dekurzivni obračun, što i jest motiv trgovaca da ga koriste pri odobravanju potrošačkih kredita.

1.4 Ordinarno i egzaktno vrijeme

Već smo naučili da je kvantifikacija bilo kojeg poslovnog događaja vezanog uz financijsku intermedijaciju uvelike determinirana brojnim konvencijama koje su prihvaćene unutar nekog financijskog sustava. U ovom odjeljku ukazujemo na postojanje različitih konvencija koje se kod kamatnog računa mogu koristiti pri utvrđivanju ukupnog vremena ukamaćivanja. Pritom valja naglasiti da su te različite konvencije relevantne kod financijskih ugovora kod kojih se vrijeme trajanja ukamaćivanja iskazuje u danima.

U tom kontekstu razlikujemo **ordinarno** (engl. *ordinary time*) i **egzaktno vrijeme** (engl. *exact time*). Kod ordinarnog vremena, pretpostavlja se da svaki mjesec u godini ima točno 30 dana te, posljedično, da svaka godina ima 360 dana. Nasuprot tome, kod egzaktnog vremena računa se stvarni broj dana između datuma na koji počinje vrijeme ukamaćivanja i datuma na koji završava.

Primjer 1.6. Ako je kredit odobren na 6 mjeseci i pušten u tečaj 3. ožujka, odredite:

a) kada on dospijeva te
b) kolika je ročnost toga kredita, mjereno u broju dana, ako se koristi ordinarno vrijeme, a kolika ako se koristi egzaktno vrijeme?

a) Kredit dospijeva 3. rujna (jer je 3 + 6 = 9), neovisno o tome koje se vrijeme računa. Ako je ročnost definirana u mjesecima, dospijeće je uvijek na isti dan u mjesecu u kojem je i pušten u tečaj; izuzetak je jedino ako taj dan ne postoji (npr., 31. travnja) - tada se smatra da je dospijeće zadnji dan u mjesecu, ili ako je taj dan državni praznik – tada se dospijeće pomiče na prvi sljedeći radni dan;

b) Ordinarno vrijeme: 6 mjeseci = 6 × 30 = 180 dana

Egzaktno vrijeme: 6 mjeseci (od ožujka do rujna) = 28 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 3 = 184 dana

NAPOMENA: Kod egzaktnog vremena, treba voditi računa obuhvaća li vrijeme trajanja ukamaćivanja i kraj veljače prijestupne godine.

Uz ta dva različita načina računanja vremena trajanja ukamaćivanja, postoje također i dva različita tretmana pojma jedne godine (mjereno u danima) pri definiranju godišnje kamatne stope. Razlike su analogne prethodnima: **ordinarna kamata** (engl. *ordinary interest*) podrazumijeva da se jedna godina sastoji od 360 dana, a **egzaktna kamata** (engl. *exact interest*) pak podrazumijeva da godina ima 365 dana (odnosno 366 ukoliko se radi o prijestupnoj godini).

Postoje dva načina utvrđivanja vremena trajanja ukamaćivanja tih dviju kategorija kamata. Njihovim povezivanjem dobivaju se četiri moguće kombinacije koje generiraju četiri različita načina izračuna ukupnih kamata:

I. način - egzaktno vrijeme uz ordinarnu kamatu: t = stvarni broj dana / 360

II. način - egzaktno vrijeme uz egzaktnu kamatu: t = stvarni broj dana / 365 (366)

III. način - ordinarno vrijeme uz ordinarnu kamatu: t = aproksimativni broj dana / 360

IV. način - ordinarno vrijeme uz egzaktnu kamatu: t = aproksimativni broj dana / 365 (366).

Prvi način naziva se još i **francuskom metodom** ili **bankarskim pravilom** (engl. *Bankers' Rule*) jer ga u pravilu sve banke koriste pri obračunu kamata. Drugi način, u Hrvatskoj najrašireniji u primjeni, poznat je kao **engleska metoda**, a treći način kao **njemačka metoda**. Četvrti način naveden je samo za potrebe zaokruživanja tematske cjeline, no on se zapravo nikada ne koristi.

Primjer 1.7. Kredit od 10.000 kn odobren je na 8 mjeseci i pušten u tečaj 20. travnja 2006. godine uz 10 posto godišnjih kamata i dekurzivni obračun. Izračunajte kamatu na taj kredit primjenom:

a) francuske metode (bankarskog pravila),
b) engleske metode i
c) njemačke metode.

$P = 10.000$
$r = 10\% = 0{,}1$

$$I = Prt = 10.000 * 0{,}1t = 1.000t$$

a) francuska metoda:

$$t = \frac{10+31+30+31+31+30+31+30+20}{360} = 0{,}67778$$

$$I = 1.000 * 0{,}67778 = 677{,}78\ kn$$

b) engleska metoda:

$$t = \frac{10+31+30+31+31+30+31+30+20}{365} = 0{,}66849$$

$$I = 1.000 * 0{,}66849 = 668{,}49\ kn$$

c) njemačka metoda:

$$t = \frac{8 * 30}{360} = 0{,}66667$$

$$I = 1.000 * 0{,}66667 = 666{,}67\ kn$$

Iz gornjeg primjera vidimo da kamatni račun nije neosjetljiv na izbor metode utvrđivanja vremena u kojem se neka glavnica ukamaćuje – dok među njima njemačka metoda generira najnižu ukupnu kamatu, francuska je metoda najlukrativnija pa nije ni čudo što je tako omiljena među bankarima.

1.5 Prijevremeni povrat dugovanja

Neki dužnik na osnovi svog ugovornog odnosa može poželjeti podmiriti dugovanje (glavnicu s pripadajućim kamatama) i prije njegova dospijeća, ili pak može poželjeti otplatiti dio svog dugovanja kako bi mu se tijekom preostalog roka dospijeća kamata obračunavala na manji iznos duga.

Uz pretpostavku suglasnosti i druge ugovorne strane (vjerovnika), ovakva je transakcija ekonomski sasvim legitimna (dapače, često se i ugovara već pri sklapanju dužničko-vjerovničkog odnosa), no ipak postoje određena uobičajena pravila koja se odnose na način novog obračuna kamata, a kojih se u takvim situacijama sudionici (dužnik i vjerovnik) pridržavaju. Jedan od standardnih skupova takvih pravila poznat je pod nazivom **američko pravilo** (engl. *United States Rule*). Naziv dolazi od činjenice da se tih pravila pridržava američki Vrhovni sud.

Američko je pravilo, dakle, skup propisanih načina obračuna vremena trajanja ukamaćivanja u slučajevima prijevremenih (potpunih ili djelomičnih) otplata dugovanja:

1. kamata se obračunava na glavnicu od prvog dana do datuma prve djelomične uplate;
2. svako djelomično plaćanje prvo se koristi za otplatu dospjelih kamata, a tek se preostali dio oduzima od glavnice;
3. kod svakog sljedećeg plaćanja kamata se obračunava na glavnicu korigiranu (uz poštivanje prethodnih dvaju pravila) prilikom prethodne prijevremene uplate;
4. ostatak duga na dan dospijeća dugovanja obračunava se kao suma ostatka glavnice nakon posljednje prijevremene uplate i kamata

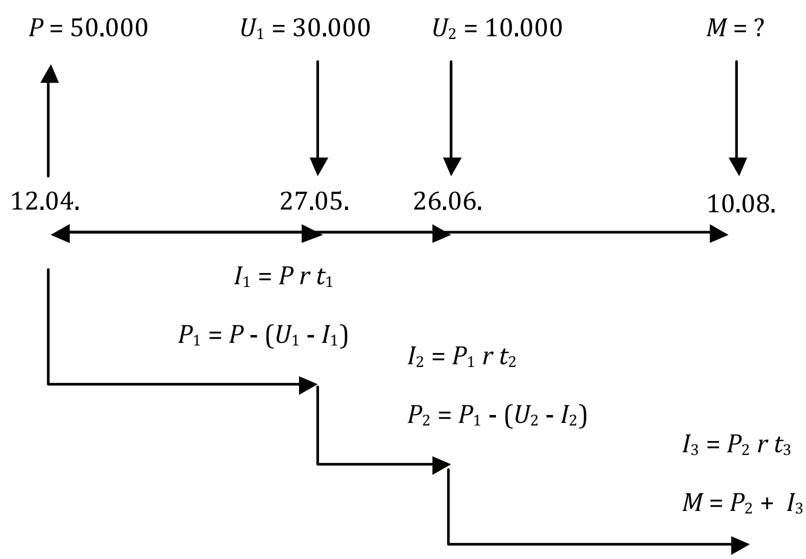
obračunatih na taj ostatak glavnice u razdoblju od posljednje prijevremene uplate do dospijeća duga.

Primjer 1.8. Neko poduzeće posudilo je 12. travnja od svoje banke iznos od 50.000 kn na 120 dana uz 10 posto dekurzivnih godišnjih kamata. To je poduzeće 27. svibnja vratilo banci 30.000 kn, a 30 dana kasnije još 10.000 kn. Koliko iznosi ukupno dugovanje koje poduzeće još mora podmiriti po dospijeću ako banka računa vrijeme ukamaćivanja prema bankarskom pravilu?

P = 50.000 kn
r = 10% = 0,1

t_1 = 45 dana = 45 / 360 = 1/8
t_2 = 30 dana = 30 / 360 = 1/12
t_3 = 45 dana = 45 / 360 = 1/8

U_1 = 30.000 kn
U_2 = 10.000 kn



$$I_1 = Prt_1 = 50.000 * 0{,}1 * \frac{1}{8} = 625kn$$

$$U_1 - I_1 = 30.000 - 625 = 29.375kn$$

$$P_1 = P - (U_1 - I_1) = 50.000 - 29.375 = 20.625kn$$

$$I_2 = P_1 rt_2 = 20.625 * 0{,}1 * \frac{1}{12} = 171{,}88kn$$

$$U_2 - I_2 = 10.000 - 171{,}88 = 9.828{,}12kn$$

$$P_2 = P_1 - (U_2 - I_2) = 20.625 - 9.828{,}12 = 10.796{,}88kn$$

$$I_3 = P_2 rt_3 = 10.796{,}88 * 0{,}1 * \frac{1}{8} = 134{,}96\ kn$$

$$M = P_2 + I_3 = 10.796{,}88 + 134{,}96 = 10.931{,}84kn$$

NAPOMENA: Primjena američkog pravila komplicira se ako je prijevremeno plaćanje nedovoljno za pokriće ukupnih do tog trenutka dospjelih kamata. S obzirom da je ukamaćivanje kamata na kredite u SAD-u zakonom zabranjeno, ovakvo prijevremeno plaćanje ostavlja se izvan modela do sljedećeg prijevremenog plaćanja, odnosno do trenutka kada suma prijevremenih plaćanja ne uspije pokriti do tog trenutka dospjelu kamatu.

1.6 Zadaci za vježbu

1. Izračunajte vrijednost kamatne stope koja se obračunava na 4.000 kn duga koji dospijeva na naplatu u roku od 6 mjeseci. Po dospijeću duga naplaćene su kamate u iznosu od 140 kn. Obračun kamata je godišnji, dekurzivan i jednostavan.

Rješenje: $r = 7\%$

2. Koliko vremena treba proteći da bi se neko ulaganje utrostručilo uz 13 posto jednostavnih dekurzivnih godišnjih kamata?

Rješenje: t = 15 godina + 4 mjeseca + 18 dana ….

3. Uz koju će se godišnju kamatnu stopu neko ulaganje povećati za 300 posto u vremenskom razdoblju od 30 godina? Kolika je vrijednost ukupnih kamata ostvarenih u tom razdoblju? Obračun kamata je anticipativan i jednostavan.

Rješenje: $r = 2{,}5\%$; $I = 3P$ (ukupni iznos kamata je 3 puta veći od iznosa početne glavnice).

4. Na dan 16. srpnja štediša je u banci podigao kredit u iznosu od 10.000 kn na rok od 4 mjeseca (do 16. studenog) uz kamatnu stopu od 12 posto godišnje. Obračun kamata je dekurzivan i jednostavan. Izračunajte iznos ukupnih kamata koje je štediša morao uplatiti banci na dan povrata glavnice kredita, uz primjenu sljedećih metoda obračuna kamata:

a) francuska metoda (primjena bankarskog pravila),
b) engleska metoda i
c) njemačka metoda.

Napomena: Nije u pitanju prijestupna godina.

Rješenje:

a) francuska metoda: $I_1 = 410{,}00$ kuna;
b) engleska metoda: $I_2 = 404{,}38$ kuna;
c) njemačka metoda: $I_3 = 400{,}00$ kuna.

5. Komitent je 15. svibnja u svojoj banci posudio iznos od 12.000,00 kn na 180 dana uz 10 posto jednostavnih dekurzivnih godišnjih kamata. U međuvremenu se komitent odlučio na prijevremenu djelomičnu otplatu duga i to na taj način da je 14. lipnja banci uplatio iznos od 3.100 kn, a 13. kolovoza iznos od 5.150 kn. Utvrdite iznos koji komitent još uvijek duguje svojoj banci u trenutku dospijeća originalnog duga.

NAPOMENA: Primijenite bankarsko pravilo.

Rješenje: $M = 4.100{,}00$ kuna

PROBLEMSKI ZADATAK

Izračunajte iznos zateznih kamata koje bi poduzeće ATLANTIDA trebalo isplatiti poduzeću STRATOS uz pretpostavku da nije podmirilo troškove po fakturi u iznosu od 45.000,00 kn za naručenu i isporučenu trgovačku robu na dan 24. listopada 1996. godine. Prema izdanoj fakturi rok plaćanja bio je 30 dana od datuma isporuke robe. Zatezna kamata prema važećem zakonu o obračunu zateznih kamata koji se odnosi na pravne subjekte u Republici Hrvatskoj iznosi 15 posto godišnje (do 30. lipnja 2002. godine je iznosila 18 posto godišnje), a obračunava se primjenom dekurzivnog jednostavnog kamatnog računa na dospjelu glavnicu. Kod obračuna kamata podrazumijeva se upotreba engleske metode koja se najviše koristi u gospodarskoj praksi u Republici Hrvatskoj i propisana je ovim zakonom.

Na temelju navedenih podataka treba izračunati sljedeće:

a) iznos ukupnih zateznih kamata koje poduzeće ATLANTIDA treba podmiriti poduzeću STRATOS zaključno s datumom 31. prosinca 2003. godine;

b) iznos ukupnih zateznih kamata koje poduzeće ATLANTIDA treba podmiriti poduzeću STRATOS zaključno s datumom 31. prosinca 2003. godine uz pretpostavku da je poduzeće ATLANTIDA djelomično podmirilo troškove po fakturi u iznosu od 20.000,00 kuna na datum 20. rujna 2000. godine (prema dogovoru poslovnih partnera riječ je o naplati dijela dospjele glavnice).

2 poglavlje

Primjene jednostavnog kamatnog računa

mr. sc. Igor Jemrić

2 Primjene jednostavnog kamatnog računa

2.1 Uvod

U prethodnom poglavlju dana je matematička osnova jednostavnog kamatnog računa, uz dodatnu pažnju posvećenu određenim tehničkim aspektima koji su rezultirali konkretnim pravilima uvriježenim u svijetu financijskih transakcija. Sljedeća dva poglavlja posvećena su primjenama jednostavnog kamatnog računa, odnosno ilustracijama konkretnih financijskih instrumenata u čijoj se matematičkoj podlozi nalazi jednostavni kamatni račun.

Odabrani su najjednostavniji, no ujedno i najčešće korišteni financijski instrumenti – u prvom dijelu ovog poglavlja to su tzv. kreditno-depozitni instrumenti koji odgovaraju kontinentalno-europskom razvoju sustava financijske intermedijacije (posredništva), dok se u drugom dijelu ilustriraju najjednostavniji vrijednosni papiri kao okosnica anglosaksonskog razvoja financijskog sustava. (Ovdje treba napomenuti da se u suvremenim uvjetima sve teže može govoriti o "čistim" tipovima financijskih sustava jer su se oni evolucijom međusobno isprepleli, stvarajući konglomerat financijskih veza, instrumenata i institucija, koji koristi prednosti te istovremeno minimalizira nedostatke obaju historijskih tipova financijskih sustava[1].)

2.2 Kreditno-depozitni instrumenti

Kada se govori o kreditno-depozitnim instrumentima, treba precizirati da su oni karakteristični prvenstveno za financijske sustave (često nazivane njemačkim ili kontinentalno-europskim sustavima) kod kojih središnju ulogu igra institucionalno jaki financijski intermedijator (najčešće poslovna banka kao univerzalni financijski posrednik) čija je osnovna makroekonomska uloga (osim, naravno, samog posredništva) *raz-*

---

[1] Osim ovih dviju fizionomija te njihove kombinacije, u svijetu postoje i druge fizionomije financijskih sustava. Jedan je takav primjer i islamska fizionomija unutar koje se kombiniranjem ekonomske težnje za zaradom i vjerskih postulata koji zabranjuju kamatu razvio niz specifičnih institucija i financijskih instrumenata koji, bazirajući se prije svega na elementarnom posredništvu te participaciji u poduzetničkom riziku, omogućavaju neometano funkcioniranje financijske intermedijacije. Kako se radi o fizionomiji bez većeg utjecaja na današnji hrvatski financijski sustav, a koja istovremeno ne dopušta kamatu, matematičkim aspektima njezinih specifičnih instrumenata ovdje se nećemo baviti.

dvajanje procesa prikupljanja viškova financijskih sredstava od procesa njihovog plasiranja za potrošnju. Kao izravna posljedica takvog razdvajanja, taj financijski posrednik u cijelosti preuzima rizik nemogućnosti naplate posuđenih sredstava te je, neovisno o toj naplati, odgovoran prema vjerovnicima i svojim vlastitim kapitalom. To utječe i na njegovu fizionomiju, u smislu naglašenog razvoja onih segmenata njegova poslovanja koji se odnose na procjene različitih oblika rizika kod svakog pojedinog komitenta te poduzimanje mjera za zaštitu od tih rizika.

Sam izbor ovdje prezentiranih instrumenata uvelike je uvjetovan činjenicom da se radi o ilustraciji jednostavnog kamatnog računa, što isključuje mogućnost korištenja bilo kojeg dugoročnog financijskog instrumenta. U tom smislu, s depozitne strane (tj., sa strane prikupljanja viškova financijskih sredstava) odabrani su tzv. depoziti po viđenju, dok se kreditna strana (strana plasmana prikupljenih sredstava) ilustrira dvama rudimentarnim oblicima planova otplate (kredit kao financijski instrument karakterizira obročna otplata) te, konačno, kratkoročnim, no u hrvatskoj praksi iznimno često korištenim i detaljno razrađenim oblikom kredita – tzv. potrošačkim kreditom.

2.2.1 Štedni ulozi

Štedni ulozi (engl. *savings deposits*) predstavljaju novčana sredstva koja komitenti banaka (u pravilu stanovništvo) drže na svojim računima kod banke te na njih primaju odgovarajuću kamatu, sukladno politici kamatnih stopa svoje banke. Štedni ulozi mogu biti ulozi **po viđenju** (*a vista*; engl. *sight deposits*) ili **oročeni** (engl. *time deposits*). Razlika je u tome što se štedni ulozi po viđenju mogu podizati iz banke u bilo kojem trenutku (u radno vrijeme banke), dok se oročeni depozit može podići tek nakon isteka određenog ugovorenog roka (banke u pravilu ipak dopuštaju prijevremeno podizanje oročenih depozita, no uz prilično destimulativnu proviziju).

Uz klasičnu oročenu štednju (koja podrazumijeva jednokratni ulog glavnice i jednokratno podizanje (po isteku oročenja) glavnice uvećane za kamatu), u novije vrijeme razvila se čitava lepeza različitih modifikacija tog klasičnog oblika. Tako postoji tzv. **rentna štednja** kod koje se štedni iznos također jednokratno uplaćuje, ali se kamata isplaćuje “rentno”, tj. višekratno, u zadanom ritmu tijekom čitavog oročenja (sama glavnica može se isplaćivati jednokratno, po dospijeću oročenja, ili se pak može razdijeliti tako da se svakoj renti dodaje i njezin alikvotni dio) te **otvorena štednja** koja dopušta višekratne uplate štednih iznosa tijekom oročenja, ali podrazumijeva jednokratnu isplatu uštеđene glavnice i kamate (u slučaju pravilnog ritma ovih višekratnih uplata, otvorena štednja naziva se i **kumulativnom štednjom**). Poseban je oblik oročene štednje i tzv. **štednja s otkaznim rokom** kod koje je sama duljina oročenja varijabilna, ali se ugovorom definira tzv. otkazni rok, odnosno koliko ranije klijent banke mora najaviti svoju namjeru podizanja ukamaćenog uloga.

Nadalje, štednja (oročena ili po viđenju) može biti **u domaćoj valuti** (HRK), ili pak u nekoj **stranoj valuti** (u Hrvatskoj se uz kunsku štednju najčešće štedi u eurima, američkim dolarima i švicarskim francima). Moguća je i "kombinacija" ovih dvaju oblika – tzv. štednja **u kunama uz valutnu klauzulu**. Taj oblik štednog računa podrazumijeva da se sve transakcije (uplate ili isplate) po tom štednom računu obavljaju u kunama, ali se obračun štednje obavlja u nekoj odabranoj stranoj valuti pa se taj kunski iznos svake transakcije dobiva pretvaranjem iznosa strane valute po tečaju (odnosu kune i te strane valute) koji vrijedi na dan te transakcije. Treba napomenuti da je štednja u stranoj valuti, a posebno štednja u domaćoj valuti uz valutnu klauzulu, specifičnost Hrvatske i drugih (pretežito tranzicijskih) zemalja kod kojih, zbog relativno bliske povijesti visoke inflacije i obezvrjeđivanja domaće valute prema inozemnim, još nije dovoljno čvrsto izgrađeno povjerenje u domaću valutu pa su štediše sklonije vjerovati da su njihovi ulozi sigurniji u nekoj stranoj, provjereno stabilnoj valuti. Činjenica je, međutim, da je hrvatska valuta – kuna – izrazito stabilna još od listopada 1993. godine (od uvođenja tzv. Stabilizacijskog programa).

Poseban oblik štednje po viđenju tzv. su **transakcijski računi**, tj. **žiro-računi** (engl. *giro-accounts*, *working balances*) i **tekući računi** (engl. *current accounts*). Kod tih se računa ne radi o pravoj štednji već o vođenju redovnog poslovanja poduzeća preko banke, odnosno redovnih prihoda i rashoda stanovništva pa banke vrlo često na (pozitivna) stanja po tim računima obračunavaju i plaćaju samo simboličnu (ili čak nikakvu) kamatu.

Banke sukladno svojoj poslovnoj politici utvrđuju visinu kamatne stope na depozite po viđenju te režim obračuna kamate (godišnji, polugodišnji, mjesečni). U sljedećem primjeru prikazuje se slučaj godišnjeg obračuna kamata na depozite po viđenju, koji banka obavlja 31. prosinca.

Primjer 2.1. Marko na svom kunskom štednom računu u 2009. godini ima sljedeće podatke:

Datum	Isplata	Uplata	Stanje
17.01.2009.		5.000	5.000
05.03.2009.	2.000		3.000
30.06.2009.	3.000		0
09.09.2009.		1.000	1.000
21.12.2009.		4.000	5.000

Izračunajte ukupne kamate za 2009. godinu (na dan 31.12.2009.), ako banka u toj godini obračunava 3,3 posto jednostavnih kamata uz godišnji dekurzivan obračun i englesku metodu izračunavanja vremena ukamaćivanja.

Ovaj se zadatak može riješiti na dva načina:

1) ukamaćivanjem slijeda stanja između svake dvije sukcesivne transakcije od prvog do posljednjeg dana obračunskog razdoblja i;
2) odvojenim ukamaćivanjem svake transakcije do datuma obračuna kamata te izračunavanjem ukupnih kamata zbrajanjem svih kamata na uplate i oduzimanjem svih kamata na isplate.

Prvi način:

Datum	S (stanje)	d (dani)	$t = \frac{d}{365}$	$I = Srt$ (r = 0,033)
31.12.2008.	0	17	0,04658	0
17.01.2009.	5.000	47	0,12877	21,25
05.03.2009.	3.000	117	0,32055	31,73
30.06.2009.	0	71	0,19452	0
09.09.2009.	1.000	103	0,28219	9,31
21.12.2009.	5.000	10	0,02740	4,52
UKUPNO		365		66,81

Drugi način:

Datum	T (transakcija)	d (dani)	$t = \frac{d}{365}$	$I = Trt$ (r = 0,03)
17.01.2009.	5.000	348	0,95342	157,31
05.03.2009.	-2.000	301	0,82466	-54,43
30.06.2009.	-3.000	184	0,50411	-49,91
09.09.2009.	1.000	113	0,30959	10,22
21.12.2009.	4.000	10	0,02740	3,62
UKUPNO				66,81

Vidimo da se na oba načina dobiva isti ukupni iznos kamata (66,81 kn) koje su 31.12.2009. godine pripisane na Markov štedni račun.

NAPOMENA: Kamate na tekuće račune u praksi su se često izračunavale pomoću tzv. **kamatnih brojeva** (stanja ponderiranih pripadnim brojem dana) i **kamatnih divizora** (omjera broja dana u godini i kamatne stope). Kako se kod tih pojmova radi samo o specifičnom načinu grupiranja ovdje iskazanih elemenata osnovne formule za izračunavanje jednostavnih kamata, za ovaj pristup studenti se upućuju na Relić (1996).

2.2.2 Planovi otplate

Čest je slučaj da se neki kredit ili drugi oblik dugovanja ne podmiruje jednim, već višestrukim plaćanjem. U tom slučaju, ugovoreni način na koji će se dugovanje (glavnica i kamata) podmiriti općenito se naziva **planom otplate** (engl. *installment plan*). Takvi aranžmani mogu biti strogo definirani - uz unaprijed poznate datume kada će se obaviti svako pojedino plaćanje, sve do podmirenja ukupnog dugovanja (glavnice + kamata). Takvi aranžmani nazivaju se **zatvorenim planovima otplate** (engl. *set payments*). Tipičan je primjer takvog zatvorenog plana otplate tzv. potrošački kredit obrađen u sljedećem odjeljku.

Nasuprot tome, plaćanje dugovanja može biti i samo okvirno ugovoreno, pri čemu se često puta diskrecija izbora trenutka (pa i iznosa plaćanja) ostavlja samom dužniku. Ako takav aranžman uz to ne sadrži neki fiksni datum u kojem se podrazumijeva podmirenje ukupnog dugovanja, taj se aranžman naziva **otvorenim planom otplate** (engl. *installment plan - open end credit*). Tipični primjeri takvih planova otplate plaćanja su po različitim otvorenim računima - na primjer, prekoračenja po tekućim računima otvorenim u bankama (engl. *current account overdrafts*), kupovina robe po samoobnavljajućim računima otvorenim kod trgovaca (engl. *revolving charge accounts*), kupovina robe putem kreditnih kartica (engl. *credit cards*), itd.

Primjer 2.2. Gospodin Horvatić kupio je sredinom rujna 2009. godine digitalni fotoaparat u trgovačkoj kući PETROS u vrijednosti od 2.000 kn, pri čemu je iskoristio mogućnost da taj aparat ne plati gotovinom već da otvori račun preko kojeg će svoj dug regulirati tako da početkom svakog mjeseca (počevši od listopada) uplaćuje po 300 kn. Odredite koliko će ukupno gospodin Horvatić platiti kupljeni fotoaparat te kolike su ukupne kamate ako trgovačka kuća PETROS na neplaćenu vrijednost kupljene robe krajem svakog mjeseca obračunava 2 posto mjesečnih kamata.

Mjesec	Stanje dugovanja	Dospjela kamata	Mjesečno plaćanje	Smanjenje glavnice	Novo stanje
Rujan 09.	2.000,00	40,00	300,00	260,00	1.740,00
Listopad 09.	1.740,00	34,80	300,00	265,20	1.474,80
Studeni 09.	1.474,80	29,50	300,00	270,50	1.204,30
Prosinac 09.	1.204,30	24,09	300,00	275,91	928,39
Siječanj 10.	928,39	18,57	300,00	281,43	646,96
Veljača 10.	646,96	12,94	300,00	287,06	359,90
Ožujak 10.	359,90	7,20	300,00	292,80	67,10
Travanj 10.	67,10	1,34	68,44	67,10	0,00
UKUPNO		168,44	2.168,44		

NAPOMENA: Ovaj primjer predstavlja zatvoreni plan otplate jer se podrazumijeva da će završno stanje na računu gospodina Horvatića biti jednako nuli. Uočimo da tretman svakog plaćanja gospodina Horvatića u planu otplate (u smislu njegovog korištenja najprije za pokriće do tog trenutka dospjele kamate, a tek potom za smanjenje glavnice duga) predstavlja ilustraciju primjene američkog pravila za prijevremene otplate duga.

Primjer 2.3. Gospođa Horvatić ima otvoren samoobnavljajući račun u robnoj kući ZAMA na kojem 30. lipnja na kraju dana ima dug od 800 kn. Do kraja te godine gospođa Horvatić obavljala je određena plaćanja, ali i nove nabavke u toj robnoj kući, kako je prikazano u sljedećoj tablici:

Plaćanja		**Nove nabavke**			
Datum	Iznos	Datum	Iznos	Datum	Iznos
10.07.	200	21.07.	150	04.11.	90
17.08.	100	08.08.	170	22.11.	155
02.09.	250	24.08.	220	06.12.	110
10.10.	250	05.09.	100	21.12.	510
15.11.	100	18.09.	180		
12.12.	300	17.10.	330		

Temeljem gornjih informacija izračunajte s kojim će stanjem na računu gospođa Horvatić započeti sljedeću godinu, ako se zna da robna kuća zaračunava 2 posto mjesečnih kamata na prosječno stanje dugovanja tijekom mjeseca (s dospijećem zadnjeg dana u mjesecu), ali tako da se kamate ne zaračunavaju za kupnju robe u tekućem mjesecu.

ZAMA - Polugodišnji izvadak s računa gđe Horvatić

<table>
<tr><th>Mjesec</th><th>Datum</th><th>Prethodno stanje</th><th>Plaćanje</th><th>Novo stanje</th><th>Prosječno stanje</th><th>2% kamata</th><th>Nova nabavka</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Srpanj</td><td>10.</td><td>800,00</td><td>200,00</td><td>600,00</td><td rowspan="3">664,52a</td><td rowspan="3">13,29</td><td></td></tr>
<tr><td>21.</td><td></td><td></td><td></td><td>150,00</td></tr>
<tr><td>31.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">Kolovoz</td><td>08.</td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="4">718,13c</td><td rowspan="4">14,36</td><td>170,00</td></tr>
<tr><td>17.</td><td>763,29b</td><td>100,00</td><td>663,29</td><td></td></tr>
<tr><td>24.</td><td></td><td></td><td></td><td>220,00</td></tr>
<tr><td>31.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Rujan	02.	1.067,65	250,00	817,65	834,32	16,69	
	05.						100,00
	18.						180,00
	30.						
Listopad	10.	1.114,34	250,00	864,34	944,99	18,90	
	17.						330,00
	31.						
Studeni	04.				1.163,24	23,26	90,00
	15.	1.213,24	100,00	1.113,24			
	22.						155,00
	30.						
Prosinac	06.				1.197,63	23,95	110,00
	12.	1.381,50	300,00	1.081,50			
	21.						510,00
	31.						
UKUPNO			1.200,00			110,45	2.015,00

NAPOMENE:

a) (10*800 + 21*600) / 31 = 664,52
b) 600 + 150 + 13,29 = 763,29
c) (17*763,29 + 14*663,29) / 31 = 718,13

Gospođa Horvatić novu će godinu započeti sa stanjem na računu kod robne kuće ZAMA od: 1.081,50 + 620,00 + 23,95 = 1.725,45 kn (radi se o zbroju stanja nakon posljednje uplate, sume svih novih nabavki obavljenih u prosincu te kamata obračunatih za taj mjesec). Alternativno, isti iznos može se dobiti zbrajanjem početnog stanja na početku razdoblja, ukupnih novih nabavki, ukupnih kamata te odbijanjem sume svih uplata: 800,00 + 2.015,00 + 110,45 - 1.200 = 1.725,45 kn.

NAPOMENA: Ovaj primjer specifičan je i stoga što ilustrira obračun kamata koji nije ni dekurzivan ni anticipativan jer se kamate ne obračunavaju ni na konačnu ni na početnu vrijednost glavnice već na njezinu prosječnu vrijednost tijekom svakog elementarnog razdoblja ukamaćivanja.

2.2.3 Potrošački kredit

Još jedna primjena anticipativnog obračuna jednostavnih kamata jest i **potrošački kredit** (engl. *consumer loan*) kao poseban oblik prodaje robe ili usluga. Potrošački kredit ugovorni je odnos između vjerovnika (trgovca robom ili pružatelja usluge) i dužnika (kupca robe ili korisnika usluge) kojim vjerovnik namjenski odobrava novčani iznos za kupnju određene vrste robe ili usluge. Dužnik se pritom obvezuje da će u određenom roku otplatiti ustupljeni novčani iznos zajedno s kamatama, i to u jednakim mjesečnim obrocima - ratama.

Osnovni su elementi potrošačkog kredita:

- **namjena kredita** - vrsta robe ili usluge koja se kupuje temeljem odobrenog novčanog iznosa;
- **iznos kredita** - odobreni potrošački kredit;
- **gotovinski udjel** (engl. *down payment*) - udjel u vrijednosti robe ili usluge koja se kupuje tim kreditom, a koji se plaća u gotovini u trenutku kupnje te robe ili usluge (često se iskazuje u postotku od iznosa potrošačkog kredita);
- **kamatna stopa** - ugovorena godišnja kamatna stopa temeljem koje se anticipativno obračunava jednostavna kamata na odobreni kredit (umanjen za gotovinski udjel);
- **razdoblje otplate kredita** - vrijeme (izraženo u broju mjeseci kao elementarnih razdoblja otplate) u kojem se dužnik obvezuje putem jednakih mjesečnih rata u cijelosti otplatiti kredit.

Iznos mjesečne rate koju dužnik mora plaćati tijekom razdoblja otplate kredita određuje se na sljedeći način:

1. utvrđuje se gotovinski udjel C kao postotak c od iznosa kredita P ($C = Pc$) te se potom izračunava **stvarni iznos potrošačkog kredita** (engl. *outstanding balance*) P_1 tako da se od iznosa kredita P odbija gotovinski udjel C:

$$P_1 = P - C$$

2. primjenom kamatne stope r od stvarnog iznosa kredita P_1 izračunavaju se (anticipativnim jednostavnim obračunom) ukupne kamate I (engl. *finance charge*, *carrying charge; time-payment differential*) za ukupno razdoblje otplate kredita m:

$$I = \frac{1}{24} P_1 r(m+1)$$

NAPOMENA: Ukupne kamate izračunavaju se temeljem informacije o otplati putem jednakih mjesečnih rata te se formula stoga ne poklapa s ranije iznijetom osnovnom formulom za izračun jednostavnih anticipativnih kamata. Ova formula dobiva se povezivanjem te osnovne formule s formulom za sumu prvih "*m*" članova aritmetičkog niza, a detalje oko njezinog izvođenja pogledajte u Barnett (2006).

Ako gornju formulu iskažemo tako da ona vrijedi za jediničnu glavnicu (tj., ako pretpostavimo da je $P_1 = 1$), dobivamo izraz za **kamatni koeficijent** i:

$$i = \frac{1}{24} r(m+1)$$

Kamatni koeficijent i iznos je ukupnih jednostavnih kamata za jedinicu stvarnog iznosa potrošačkog kredita odobrenog na m mjeseci uz anticipativnu godišnju kamatnu stopu r. Uz njegovo korištenje, izraz za ukupne kamate postaje:

$$I = P_1 i$$

3. Kamate I dodaju se stvarnom iznosu P_1 kako bi se dobilo ukupno dugovanje P_2:

$$P_2 = P_1 + I$$

4. Iznos jedne mjesečne rate M izračunava se dijeljenjem ukupnog dugovanja P_2 s razdobljem otplate kredita m, dakle s ukupnim brojem mjesečnih rata:

$$M = \frac{P_2}{m}$$

Rezimiramo li gornji postupak, tj., povežemo li sve navedene formule (uz korištenje kamatnog koeficijenta), dobit ćemo formulu za izračunavanje iznosa konstantne mjesečne rate M uz pomoć osnovnih elemenata potrošačkog kredita:

$$M = \frac{P}{m}(1 - c)(1 + i)$$

Primjer 2.4. Poslovna banka ZiB odobrila je, sukladno ugovoru sklopljenom s trgovačkom kućom LS kupcu robe iz te kuće potrošački kredit u iznosu od 3.300 kn uz gotovinski udjel od 15 posto, rok otplate jednu godinu te 11 posto jednostavnih godišnjih kamata. Koliki su a) gotovinski udio u tom kreditu, b) ukupne kamate i c) mjesečna rata kojom će taj kupac otplaćivati svoj kredit?

P = 3.300 kn
c = 15% = 0,15
r = 11% = 0,11
m = 12

a) iznos gotovinskog udjela:

$$C = Pc = 3.300 * 0{,}15 = 495kn$$

b) iznos ukupnih kamata:

$$i = \frac{1}{24} r(m+1) = \frac{1}{24} * 0{,}11 * (12+1) = 0{,}0596$$

$$I = P_1 i = (P - C)i = (3.300 - 495) * 0{,}0596 = 167{,}13\ kn$$

c) iznos mjesečne rate

$$M = \frac{P}{m}(1-c)(1+i) = \frac{3.300}{12}(1-0{,}15)(1+0{,}0596) = 247{,}68\ kn$$

NAPOMENA: Ako iznos mjesečne rate koji se ovakvim izračunom dobiva nije cijeli broj, tada se u praksi rata obično utvrđuje kao cjelobrojni dio izračunatog iznosa, a preostala razlika od sume mjesečnih rata do ukupnog dugovanja pripisuje se prvoj ili posljednjoj rati.

Primjer 2.5. Može li Nika u elitnoj robnoj kući kupiti na potrošački kredit haljinu po cijeni od 10.000 kn ako ta robna kuća odobrava kredite s rokom otplate pola godine, uz 20 posto gotovinskog udjela i 12 posto jednostavnih godišnjih kamata te ako postoji ograničenje da mjesečno kreditno opterećenje ne smije premašiti 1/3 redovnih mjesečnih primanja, a Nika od svoje plaće koja iznosi 7.968 kn već otplaćuje jedan kredit čija mjesečna rata iznosi 1.000 kn?

$c = 20\% = 0{,}2$ $\qquad$ $P = m\,M / (1 - c)(1 + i)$

$r = 12\% = 0{,}12$ $\qquad$ $i = r\,(m + 1) / 24$

$m = 6$

$M = 1/3 \text{ x } 7.968 - 1.000 = 1.656$ kn

$$i = \frac{1}{24} r(m+1) = \frac{1}{24} * 0{,}12 * (6+1) = 0{,}035$$

$$P = \frac{Mm}{(1-c)(1+i)} = \frac{1.656 * 6}{(1-0{,}2)(1+0{,}035)} = 12.000\ kn$$

Nika, dakle, može kupiti željenu haljinu jer je maksimalni iznos kredita koji još može uzeti (12.000 kn) veći od cijene te haljine.

2.2.4 Zadaci za vježbu

1. Uvidom u godišnji promet za 2009. godinu na kunskoj štednoj knjižici gospodina Petrovića bilježimo sljedeće podatke:

DATUM	ISPLATA	UPLATA	STANJE
15.03.2009.		4.500 kn	4.500 kn
17.08.2009.	2.300 kn		2.200 kn
10.11.2009.	1.100 kn		1.100 kn
19.12.2009.		1.900 kn	3.000 kn

Treba izračunati iznos ukupnih kamata koje je banka obračunala prema evidentiranom prometu na štednoj knjižici gospodina Petrovića u 2009. godini (na datum 31.12.2001. godine). Banka je obračunavala godišnju kamatnu stopu od 5 posto, a koristi francusku metodu izračunavanja vremena ukamaćivanja. Obračun kamata je jednostavan, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: I = 133,81 kuna

2. Na kunskoj štednoj knjižici gospođe Matić evidentirane su sljedeće transakcije obavljene u 2010. godini:

DATUM	ISPLATA	UPLATA	STANJE
15.02.2010.		6.500 kn	6.500 kn
10.07.2010.	2.000 kn		4.500 kn
19.11.2010.	3.500 kn		1.000 kn

Ako znamo da je ukupni iznos jednostavnih godišnjih dekurzivnih kamata koje je banka obračunala zaključno s danom 31.12.2010. godine jednak 175 kn, izračunajte koju je godišnju kamatnu stopu banka primijenila u obračunu?

Napomena: U obračunu koristite englesku metodu.

Rješenje: r = 4,05%

3. Dugogodišnji komitent trgovine mješovitom robom sklopio je sporazum s vlasnikom trgovine da će u mjesečnim obrocima otplaćivati do tog trenutka nagomilani dug u iznosu od 6.000,00 kn. Vlasnik trgovine prihvatio je obročno plaćanje duga uz uvjet da komitentu mjesečno obračuna 2 posto jednostavnih mjesečnih kamata. Komitent će mjesečno otplaćivati rate u iznosu od 1.500,00 kn. Koliki će biti ukupni iznos kamata koje je komitent platio vlasniku trgovine? Obračun kamata je jednostavan, mjesečni i dekurzivan.

Napomena: Ovo je tip zadatka koji predstavlja *zatvoreni plan otplate*, s s obzirom da je ukupni dug na kraju razdoblja otplate podmiren (tj., jednak je nuli).

Rješenje: I = 318,42 kuna

4. Gospodin Marković posjeduje kreditnu karticu i ugovor s izdavateljem kartice koji mu omogućava korištenje *revolving* (samoobnavljajućeg) kredita po toj kartici. Na sljedećem prikazu vidi se trenutno stanje po tom kreditu (dug od 1.000,00 kn na dan 31. srpnja 2003. godine) te troškovi koje je gospodin Marković ostvario u posljednja tri mjeseca:

Prethodno stanje	Mjesec	Datum plaćanja	Novi trošak	Datum NT
1.000,00 kn	08/2003	16. 08. 2003.	1.500,00 kn	25/08
	09/2003	14. 09. 2003.	0,00 kn	
	10/2003	17. 10. 2003.	1.200,00 kn	13/10

Prema potpisanom ugovoru, gospodin Marković dužan je mjesečno otplaćivati minimalno 10 posto od iznosa ukupnog dugovanja. Izdavatelj kartice obračunava kamatnu stopu na kredit od 1,5 posto mjesečno i to na iznos prosječnog stanja dugovanja po kreditu (s dospijećem zadnjeg dana u mjesecu) ne uključujući pritom u obračun kamata i nove troškove nastale tijekom mjeseca.

Ako pretpostavimo da gospodin Marković prema ugovoru mjesečno otplaćuje samo minimalne iznose duga, odredite završno stanje njegova *revolving* kredita na dan 31. listopada 2003. godine. Obračun kamata je jednostavan i mjesečni, a za svaki mjesec u obračun se uzima kalendarski broj dana.

Napomena: Ovo je tip zadatka koji predstavlja *otvoreni plan otplate*, s obzirom da ukupni dug na kraju razdoblja otplate nije dokraja podmiren (tj., nije jednak nuli).

Rješenje: Završno stanje duga (na dan 31. 10. 2003.) = 3.218,02 kuna

5. Kupac je na ime potrošačkog kredita kupio u trgovini tehničku robu u vrijednosti od 5.000,00 kn uz gotovinski udjel od 10 posto. Rok otplate kupljene robe iznosi 10 mjeseci, a godišnja je anticipativna kamatna stopa na potrošački kredit 12 posto. Izračunajte koliki je iznos mjesečne rate potrošačkog kredita.

Rješenje: M = 474,75 kuna

6. Kupac je na ime potrošačkog kredita kupio u trgovini tehničku robu u vrijednosti od 20.000,00 kn uz gotovinski udjel od 10 posto. Godišnja je anticipativna kamatna stopa koja se primjenjuje na potrošački kredit 24 posto, a iznos mjesečne rate potrošačkog kredita 1.998,00 kn. Izračunajte koliki je vremenski rok otplate potrošačkog kredita.

Rješenje: m = 10 mjeseci

7. Kupac je na ime potrošačkog kredita kupio u trgovini tehničku robu u vrijednosti od 30.000,00 kn uz gotovinski udjel od 20 posto. Rok otplate kupljene robe iznosi 10 mjeseci, a iznos mjesečne rate potrošačkog kredita 2.760,00 kn. Izračunajte kolika je godišnja anticipativna kamatna stopa koja se primjenjuje na potrošački kredit.

Rješenje: $r = 32,73\ \%$

8. Gospođa Novak odlučila je podići najveći mogući potrošački kredit u trgovini namještaja radi nabave kompletnog namještaja za tek kupljeni stan. Osobni dohodak koji ostvaruje u poduzeću BETA iznosi 9.000,00 kn mjesečno. Dogovoren je rok otplate kredita na 9 mjeseci bez učešća u gotovini i uz godišnju anticipativnu kamatnu stopu od 19,2 posto. Izračunajte iznos ukupnih kamata koje će gospođa Novak platiti trgovini na ime odobrenog potrošačkog kredita.

NAPOMENA: Iznos mjesečnog zaduženja po kreditima zaposlenika ne smije premašiti 1/3 osobnog dohotka.

Rješenje: $I = 2.000,00$ kuna

PROBLEMSKI ZADATAK

Gospodin Ivković 1. siječnja 2003. godine počeo je raditi u poduzeću FENIKS koje se bavi proizvodnjom i prodajom telekomunikacijskih uređaja (telefonskih centrala, telefonskih uređaja, mobitela i ostale dodatne opreme). Šest mjeseci od početka rada u novoj tvrtki, gospodin Ivković stekao je uvjete da poput svih drugih zaposlenika u poduzeću ostvari pravo na korištenje određenih beneficija kao što je, na primjer, realizacija potrošačkog kredita pod posebnim uvjetima. U odnosu na komitente poduzeća (redovite kupce), potrošački krediti za zaposlenike ostvaruju se prema povoljnijim uvjetima, što se prije svega odnosi na propisanu godišnju anticipativnu kamatnu stopu na potrošački kredit koja iznosi 6 posto za djelatnike poduzeća, dok za sve redovne komitente ona iznosi 18 posto. Druga povoljna mogućnost odnosi se na rok trajanja potrošačkog kredita koji za djelatnike poduzeća iznosi do 24 mjeseca, dok ostali komitenti imaju mogućnost otplate potrošačkog kredita u roku od maksimalno 12 mjeseci. Treća, i posljednja beneficija, odnosi se na mogućnost realizacije potrošačkog kredita bez gotovinskog učešća za djelatnike poduzeća, dok ostali komitenti moraju ostvariti učešće u gotovini od najmanje 10 posto vrijednosti potrošačkog kredita. Zajednička karakteristika za svakog (vanjskog i unutarnjeg) korisnika potrošačkog kredita poduzeća FENIKS jest ta da njegova mjesečna rata može iznositi maksimalno 1/3 njegove prosječne mjesečne plaće u posljednja 3 mjeseca. S druge strane, u slučaju odlaska iz poduzeća gospodina Ivkovića ili bilo kojeg drugog zaposlenika, bili bi dužni u skladu s internim pravilnicima poduzeća 'FENIKS' odjednom, prijevremeno otplatiti preostale obveze po potrošačkom kreditu.

Na temelju navedenih podataka treba izračunati sljedeće:

a) iznos mjesečne rate potrošačkog kredita gospodina Ivkovića ako se zna da je realizirao potrošački kredit u iznosu od 40.000 kuna uz maksimalno korištenje svih ponuđenih beneficija;

b) iznos mjesečne rate potrošačkog kredita bilo kojeg komitenta poduzeća FENIKS ako se zna da je taj komitent podigao potrošački kredit na iznos od 25.000 kuna uz minimalno učešće u gotovini te maksimalni mogući vremenski rok otplate;

c) iznos prosječne mjesečne plaće gospodina Ivkovića uz pretpostavku da je podigao najveći mogući potrošački kredit s obzirom na svoja mjesečna primanja;

d) iznos preostalih obveza po potrošačkom kreditu koje je gospodin Ivković morao podmiriti poduzeću FENIKS nakon što je 8 mjeseci od trenutka podizanja potrošačkog kredita napustio poduzeće.

2.3 Kratkoročni vrijednosni papiri

2.3.1 Uvod

U ovom poglavlju nastavlja se ilustracija primjene jednostavnog kamatnog računa, no ovaj put selimo se u svijet danas najpropulzivnijeg tipa financijskih instrumenata – među vrijednosne papire. Ovi su se instrumenti razvili u okviru izgradnje tzv. anglosaksonske strukture financijskih sustava čija je osnovna karakteristika razvoj takvih instrumenata i institucija koje će omogućiti izravno trgovanje financijskim sredstvima između onih koji su spremni štedjeti (tj., plasirati svoje financijske viškove) i onih koji žele investirati iznad svojih trenutnih financijskih mogućnosti. Vrijednosni papiri financijski su ugovori koji omogućuju formalizaciju takve trgovine, a institucije koje se u takvom financijskom okruženju razvijaju nisu financijski intermedijatori u smislu u kojem to podrazumijeva kontinentalno-europski sustav (npr., poslovne banke), već su to zaista samo pomoćne financijske institucije – od onih koje samo prostorno i/ili tehnički omogućuju trgovinu (burze) do onih koje nude svoje konzultantske usluge. U takvom sustavu rizik nemogućnosti naplate plasiranih sredstava u cijelosti preuzima onaj koji plasira svoja financijska sredstva.

Ovdje treba naglasiti da su vrijednosni papiri izrazito složena i raznorodna grupa financijskih instrumenata. Pokušamo li ih grupirati, kao prvi kriterij svakako se nameće priroda gospodarskog odnosa koji se tim ugovorom uspostavlja. U tom smislu vrijednosne papire dijelimo na **dužničke vrijednosne papire**, tj., one kojima se ugovara dužničko-vjerovnički odnos, i na **vlasničke vrijednosne papire**, tj., one čije posjedovanje osigurava udio u vlasničkoj glavnici (a time i u svakom budućem profitu) njegova izdavatelja.

Dužničke vrijednosne papire dijelimo na **dugoročne** i **kratkoročne**, ovisno o ukupnom vremenu ukamaćivanja koje oni podrazumijevaju (granica uključena u kratkoročne vrijednosne papire iznosi godinu dana). U nastavku ovog poglavlja izlažu se zadužnice, kao najjednostavniji oblik kratkoročnog dužničkog vrijednosnog papira, dok će se obveznice, kao primjer dugoročnih dužničkih vrijednosnih papira, te dionice, kao primjer vlasničkih vrijednosnih papira, ilustrirati u kasnijim poglavljima.

Međutim, prije ilustracije zadužnica, spomenimo i treću, najmlađu kategoriju vrijednosnih papira, nastalu za potrebe smanjivanja različitih oblika rizika prisutnih pri obavljanju financijskih i drugih transakcija. Radi se, naravno, o **izvedenicama** (derivati, engl. *derivatives*), tj., vrijednosnim papirima koji su izravno vezani uz neki drugi financijski (ili nefinancijski) instrument. Izvedenice su izrazito heterogena klasa vrijednosnih papira, a najpoznatiji su tipovi **ročnice** (engl. *forwards*, *futures*) i **opcije** (engl. *options*). Ročnice su terminski ugovori, tj., ugovori kojima se izravno ugovara obavljanje poslova u budućnosti (pod unaprijed zadanim uvjetima), dok se opcije također odnose na obavljanje poslova u budućnosti pod unaprijed zadanim uvjetima, ali od ročnica se razlikuju jer svom vlasniku omogućuju pravo izbora u budućnosti - hoće li ili neće obaviti taj posao[2]. Primjer ročnice bio bi ugovaranje kupovine nafte za mjesec dana, ali po danas važećoj tržišnoj cijeni (ili nekoj drugoj, danas fiksiranoj cijeni), dok bi analogna opcija značila da njezin vlasnik ima pravo za mjesec dana kupiti tu količinu nafte po danas važećoj tržišnoj cijeni, ali to ne mora učiniti - njegova će odluka u budućnosti ovisiti o tome kolika će biti stvarna tržišna cijena nafte u tom trenutku.

Uz opcije i ročnice, u širokoj su primjeni i tzv. **poslovi zamjene** (engl. *swaps*), tj., ugovori o višekratnoj razmjeni novčanih sredstava unutar određenog roka u budućnosti. Tim se izvedenicama mogu mijenjati vrlo različiti oblici novčanih primitaka, no najčešće su zamjene vezane uz kamatne stope (kamatni *swap* aranžmani, engl. *interest swaps*), gdje se jedan niz kamatnih prinosa vezanih uz fiksnu kamatnu stopu zamjenjuje drugim nizom, vezanim uz neku varijabilnu, svjetski poznatu referentnu kamatnu stopu. Ostali učestaliji tipovi zamjena vezani su uz tečajeve (valutni *swap* aranžmani, engl. *currency swaps*), robu (*commodity swaps*) ili dionice (*equity swaps*).

2.3.2 Kamatne zadužnice

Zadužnica (*promesa*; engl. *note, promissory note*) vrijednosni je papir koji potpisuje dužnik (engl. *maker*) koji posuđuje novac od vjerovnika (engl. *payee*). To je jedan od najjednostavnijih, ali i najraširenijih vrijednosnih papira u američkom financijskom sustavu. Gotovo u pravilu odnosi se na kratak rok (do godine dana), a najčešće se izdaje na tri mjeseca. Dvije su osnovne vrste zadužnica: **kamatne zadužnice** (engl. *simple interest note*) i **diskontne zadužnice** (engl. *discount note*), a razlika među njima samo je u terminologiji i načinu obračuna kamata. Dok se,

[2] Za potrebe terminološke preciznosti, treba naglasiti da se engleski pojam "forwards" odnosi na nestandardizirane terminske ugovore prilagođene konkretnoj potrebi u nekom bilateralnom odnosu, dok se engleski pojam "futures" odnosi na visokostandardizirane i izrazito likvidne terminske ugovore čija se funkcija na financijskim tržištima (upravo zbog njihove likvidnosti) više odnosi na premošćivanje različitih oblika rizika nego na stvarno obavljanje budućih transakcija. U literaturi na hrvatskom jeziku pojam "ročnice" češće se veže uz te standardizirane ugovore, dok se nestandardizirani ugovori često nazivaju "terminskim ugovorima".

naime, kod kamatnih zadužnica primjenjuje dekurzivni obračun kamata, kod diskontnih zadužnica radi se o anticipativnom obračunu.

Osnovni su elementi kamatne zadužnice:

- **nominalna vrijednost** (engl. *face value*) - novčani iznos naveden u zadužnici (kod kamatnih zadužnica on predstavlja glavnicu duga);
- **kamata** (engl. *interest*) - obračunava se po definiranoj stopi, jednokratno na čitavu glavnicu, za čitavo vrijeme trajanja ukamaćivanja (tj., do datuma povrata duga);
- **konačna vrijednost** (vrijednost po dospijeću; engl. *maturity value*) - iznos koji dužnik jednokratno plaća na dan dospijeća (engl. *due date*), a koji je jednak zbroju glavnice i kamata;
- **kolateral** (engl. *collateral*) - određeni predmet (novac, vrijednosni papir) adekvatne vrijednosti koji se zalaže u svrhu osiguranja povrata duga (ako dužnik ne vrati dug, vjerovnik ima pravo prodati kolateral i od tog iznosa podmiriti svoje potraživanje).

Prije same ilustracije funkcioniranja jednostavnog kamatnog računa na zadužnicama, spomenimo da se u Hrvatskoj pod pojmom zadužnice često ne podrazumijeva gore opisani jednostavni vrijednosni papir (kao osnovni ugovor kojim se uspostavlja dužničko-vjerovnički odnos), već određeni oblik jamstva za podmirenje nekog, drugim ugovorom uspostavljenog dugovanja. Pritom, zadužnica kao jamstvo najčešće se pojavljuje u formi izjave o suglasnosti vezane uz zapljenu određenog oblika imovine ukoliko dođe do neurednosti u podmirenju osnovnog dugovanja. Ovdje se, međutim, pojam zadužnice koristi samo u smislu gore opisanog vrijednosnog papira, no da bi se ipak naglasilo da se radi o papiru čija je upotreba znatno učestalija u američkom financijskom sustavu, u ilustrativnim primjerima koristi se dolar kao novčana jedinica u kojoj se iskazuje nominalna vrijednost zadužnice.

Primjer 2.6. Jednostavna kamatna zadužnica nominalne vrijednosti 600 USD datirana je na 9. ožujka, a dospijeva za tri mjeseca. Ako je godišnja kamatna stopa 10, izračunajte (primjenom bankarskog pravila) na koji datum dospijeva ta zadužnica te kolika je njezina vrijednost po dospijeću.

Zadužnica dospijeva 9. lipnja jer je njezin životni vijek izražen u broju mjeseci pa je dospijeće na isti datum kad i njezino izdavanje, ali nakon tri mjeseca.

$P = 600$ USD
$r = 10\% = 0{,}1$
$t = (22 + 30 + 31 + 9) / 360 = 92 / 360 = 0{,}25555$

$$M = P(1+rt) = 600 * (1+0{,}1*0{,}25555) = 615{,}33 \text{ USD}$$

Primjer 2.7. Konačna vrijednost 90-dnevne kamatne zadužnice iznosi 822 USD, uključujući i 11 posto godišnjih kamata uz primjenu bankarskog pravila. Kolika je nominalna vrijednost te zadužnice?

$M = 822$
$r = 11\% = 0{,}11$
$t = 90/360 = 0{,}25$

$$M = P(1+rt) \Rightarrow P = \frac{M}{1+rt} = \frac{822}{1+0{,}11*0{,}25} = 800 \text{ USD}$$

2.3.3 Diskontne zadužnice

Već je rečeno da se diskontne zadužnice razlikuju od kamatnih samo načinom obračuna kamata i u terminologiji. Konkretno, dok se kod kamatnih zadužnica kao nominalna vrijednost ističe početna vrijednost glavnice P, kod diskontnih zadužnica nominalna vrijednost (vrijednost istaknuta na samom papiru) zapravo je njezina konačna vrijednost, tj., vrijednost po dospijeću M. Kako se kamatna stopa (također istaknuta na papiru) primjenjuje na njegovu nominalnu vrijednost, prepoznajemo da se kod diskontnih zadužnica zapravo radi o anticipativnom obračunu kamata.

S obzirom na razlike u obračunu u odnosu na kamatne zadužnice, i njihova se terminologija djelomično mijenja. Tako se u ovom kontekstu kamate ***I*** nazivaju **diskontom** (engl. *discount*) i označavaju slovom D pa se i kamatna stopa r sada naziva **diskontnom stopom** (engl. *discount rate*) i označava slovom d. U tom smislu, i formula za izračunavanje anticipativno obračunatih kamata, prezentirana u prethodnom predavanju, "preoblači" se u formulu za izračunavanje diskonta:

$$D = Mdt$$

Ono što se kod kamatnih zadužnica naziva početnom (nominalnom) vrijednošću P na koju se dodaju kamate I da bi se dobila konačna vrijednost M, kod diskontnih zadužnica naziva se **diskontiranom vrijednošću** p (engl. *proceeds*) i dobiva se tako da se od konačne vrijednosti M odbije diskont D:

$$p = M - D$$

Konačno, povezivanjem gornjih dviju formula dobiva se izravna veza između diskontirane vrijednosti i diskontne stope:

$$p = M(1 - dt)$$

Primjer 2.8. Kamatna zadužnica "K" i diskontna zadužnica "D" izdane su istog dana. Obje imaju iste nominalne elemente: nominalnu vrijednost 1.000 USD, nominalnu (kamatnu, odnosno diskontnu) stopu jednaku 9 te dospijeće od 60 dana. Izračunajte kamate koje donose obje zadužnice. Koja je zadužnica povoljnija za dužnika?

Kamatna zadužnica "K"	Diskontna zadužnica "D"
P = 1.000 USD	M = 1.000 USD
r = 9% = 0,09	d = 9% = 0,09
t = 60 / 360 = 1/6	t = 60 / 360 = 1/6
$I = Prt = 1.000 * 0,09 * \frac{1}{6}$	$D = Mdt = 1.000 * 0,09 * \frac{1}{6}$
I = 15 USD	D = 15 USD
$M = P + I$ = 1.015 USD	$p = M - D$ = 985 USD

Za dužnika je povoljnija kamatna zadužnica "K" jer uz isti trošak (od 15 USD) može na isti rok posuditi 1.000 USD, dok kod diskontne zadužnice "D" uz iste uvjete dobiva svega 985 USD.

2.3.4 Ekvivalencija financijskih instrumenata

Gornji primjer ilustrira kako vrlo slični vrijednosni papiri u sebi mogu skrivati vrlo različite financijske efekte za dužnika. Stoga mnoge zemlje (uključujući i Hrvatsku) reguliraju minimalni način prezentacije financijskih instrumenata koje pojedine financijske institucije nude na tržištu. Kod takve regulacije obično se definira neka referentna kamatna stopa koja se kod svakog financijskog instrumenta mora izračunati na ekvivalentan način te prezentirati potencijalnom dužniku prije sklapanja ugovora. U Hrvatskoj je to tzv. **efektivna kamatna stopa** (skraćeno **EKS**) koju su sve banke i druge financijske institucije dužne izračunavati za svaki svoj kreditni ili drugi financijski proizvod i prezentirati ga potencijalnom primatelju kredita. Ta kamatna stopa, osim jedinstvenog načina obračuna kamata, propisuje i točan način uključivanja svih ostalih financijskih elemenata relevantnih za taj financijski instrument - kod kredita, na primjer, matematički model uz sve elemente režima ukamaćivanja uključuje i visinu i ukamaćivanje sigurnosnog pologa (engl. *pledged deposit*), interkalarnu kamatu, eventualni poček u otplati, čak i detalje kao što je cijena usluge procjenitelja nekretnine (kod hipotekarnih i stambenih kredita) ukoliko banka propisuje procjenitelja čiju uslugu potencijalni zajmoprimatelj mora koristiti. S druge strane, kod oročenih depozita efektivna će kamatna stopa osim osnovne kamatne stope obuhvaćati i sve premije koje banka odobrava za izdržavanje ugovorenog roka dospijeća, a kod različitih shema socijalno poticane štednje (npr., stambene štednje u Hrvatskoj) i pripadne državne poticaje.

Dok je u Hrvatskoj ova regulativa u nadležnosti središnje banke (Hrvatske narodne banke), u SAD-u, na primjer, to je regulirano posebnim zakonom o kreditiranju (tzv. *Truth-in-Lending Law*). On propisuje da svaki instrument kreditiranja mora imati iskazanu **ekvivalentnu jednostavnu kamatnu stopu** (engl. *equivalent simple interest rate*) čiji je smisao da potencijalnom dužniku pokaže kakve bi financijske efekte za njega imao “kad bi bio” jednostavna kamatna zadužnica.

Izračun efektivne kamatne stope za realistične financijske instrumente matematički je relativno složen pa ga ovdje nećemo ilustrirati, međutim, način na koji se utvrđuje ekvivalentna jednostavna kamatna stopa izrazito je jednostavan pa ga ilustriramo sljedećim primjerom:

Primjer 2.9. Na primjeru iz prethodnog poglavlja izračunajte ekvivalentnu jednostavnu kamatnu stopu za diskontnu zadužnicu "D".

$p = 985 \text{ USD} = P$
$D = 15 \text{ USD} = I$
$t = 60 / 360 = 1/6$

$$I = Prt \Rightarrow r = \frac{I}{Pt} = \frac{15}{985 * \frac{1}{6}} = 0{,}09137 = 9{,}14$$

U gornjem se primjeru ilustrira izračun ekvivalentne jednostavne kamatne stope (kako je ona definirana u SAD-u) u kontekstu pravilne informiranosti potencijalnog kupca vrijednosnog papira. Koncept ekvivalencije vrijednosnih papira, koji se općenito svodi na uvjet jednakosti njihovih financijskih efekata (u gornjem primjeru radi se o ekvivalenciji diskontne zadužnice i neke virtualne kamatne zadužnice), seže, međutim, i izvan tog konteksta. Često se, naime, ukazuje potreba da se jedna zadužnica (ili drugi vrijednosni papir) u nekom trenutku zamijeni drugom različite nominalne vrijednosti (ili nekog drugog parametra), ali tako da ona generira iste financijske efekte, što zapravo znači da se želi kreirati nova zadužnica koja će biti ekvivalentna postojećoj.

Primjer 2.10. Svoju 120-dnevnu diskontnu zadužnicu nominalne vrijednosti 1.000 USD uz godišnju diskontnu stopu od 8 posto kamata, izdanu 11. travnja, poduzeće nakon 30 dana (11. svibnja) želi zamijeniti izdavanjem druge diskontne zadužnice nominalne vrijednosti 1.010 USD, uz istu diskontnu stopu. Kojeg datuma mora dospijevati ta druga zadužnica kako bi ta dva vrijednosna papira 11. svibnja bila ekvivalentna?

Zadatak ćemo najlakše riješiti ukoliko svedemo obje zadužnice na datum izdanja nove zadužnice - 11. svibnja, tako da varijabla t kod zamjenske zadužnice predstavlja broj dana mjereno od tog datuma, tj., od datuma njezina izdanja.

$M_1 = 1.000 \text{ kn}$
$M_2 = 1.010 \text{ kn}$
$d = 8\% = 0{,}08$
$t_1 = (120\text{-}30)/360 = 0{,}25$

$$p_1 = M_1(1 - dt_1) = 1.000\left(1 - 0{,}08 * \frac{90}{360}\right) = 980\text{ USD} = p_2$$

$$D_2 = M_2 - p_2 = 1.010 - 980 = 30\text{ USD}$$

$$D_2 = M_2 dt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{D_2}{M_2 d} = \frac{30}{1.010 * 0{,}08} = 0{,}37 \approx 134 \text{ dana}$$

Ekvivalentna zamjenska zadužnica nominalne vrijednosti 1010 USD dospijeva, dakle, 134 dana nakon 11. svibnja, tj., 2. listopada iste godine (44 dana nakon originalne zadužnice).

U gornjem primjeru jedna se zadužnica zamjenjuje drugom, u tom trenutku ekvivalentnom. Moguće su i situacije u kojima treba čitav portfelj zadužnica različitih dospijeća u nekom trenutku zamijeniti jednom ekvivalentnom zadužnicom. S obzirom na to da je svaka zadužnica troparametarski financijski fenomen (definiran vremenski determiniranom glavnicom, dospijećem i kamatnom stopom), taj je problem moguće postaviti na različite načine, uz različit izbor dvaju raspoloživih stupnjeva slobode (baš kao što se i prethodni zadatak mogao postaviti uz definiranje fiksnog dospijeća zamjenske zadužnice, ali uz rezultirajuću ekvivalentnu kamatnu stopu ili iznos glavnice).

U nastavku se daje jedan mogući pristup utvrđivanju parametara takve zadužnice koja će biti ekvivalentna čitavom portfelju zadužnica, u kojem se stupnjevi slobode koriste tako da se postavi uvjet da je glavnica zamjenske zadužnice jednaka sumi glavnica svih zadužnica u postojećem portfelju, a njena kamatna stopa jednaka glavnicama vaganom prosjeku kamatnih stopa ugovorenih zadužnicama iz portfelja.

Dakle, za portfelj od n različitih zadužnica s pripadnim glavnicama P_i, kamatnim stopama r_i te dospijećima t_i ($i = 1, 2, ..., n$) definiraju se glavnica P i kamatna stopa r zamjenske zadužnice:

$$P = \sum_i P_i$$

i

$$r = \frac{\sum_i P_i r_i}{\sum_i P_i}$$

Sada se uvjet ekvivalencije zadovoljava tako da se utvrdi **srednji rok dospijeća** za tu zamjensku zadužnicu. Princip ekvivalencije (u smislu jednakosti financijskih efekata) u ovom kontekstu kaže, naime, da će takva zamjenska zadužnica na određeni datum biti ekvivalentna ako od tog datuma zbroj kamata od nominalnih vrijednosti pojedinih originalnih zadužnica s obzirom na njihovo dospijeće odgovara zbroju kamata od tih istih nominalnih vrijednosti s obzirom na srednji rok dospijeća t, definiran kao:

$$t = \frac{\sum_i P_i r_i t_i}{\sum_i P_i r_i}$$

NAPOMENA: Kako se dospijeća t_i u formulu uključuju mjereno u broju dana od referentnog datuma, i rezultat će biti iskazan u broju dana od referentnog datuma.

Zamjenska zadužnica imat će, dakle, dospijeće utvrđeno kao gore navedeni srednji rok dospijeća pa će je gore specificirana trojka (P,r,t) u potpunosti određivati.

Primjer 2.11. Sljedeći portfelj kamatnih zadužnica:

Nominalna vrijednost	Dospijeće	Kamatna stopa
100 USD	5. travnja	5
300 USD	6. lipnja	6
200 USD	7. srpnja	7
400 USD	8. listopada	8

na dan 1. ožujka zamijenite jednom ekvivalentnom zadužnicom čija je nominalna vrijednost jednaka sumi nominalnih vrijednosti zadužnica iz portfelja, a njezina kamatna stopa jednaka nominalnim vrijednostima vaganom prosjeku njihovih kamatnih stopa.

P_i	t_i	r_i	$P_i r_i t_i$	$P_i r_i$
100	35	0,05	175	5
300	97	0,06	1.746	18
200	128	0,07	1.792	14
400	221	0,08	7.072	32
1000			10.785	69

P = 1.000 USD,
r = 69 / 1000 = 0,069 = 6,9%,
t = 10.785 / 69 = 156,3 ≈156 dana.

Ekvivalentna zamjenska zadužnica ima nominalnu vrijednost jednaku 1.000 USD uz jednostavnu godišnju kamatu od 6,9 posto te dospijeće 156 dana nakon 1. ožujka, tj., 4. kolovoza iste godine.

2.3.5 Sadašnja vrijednost financijskih instrumenata

U prethodnom odjeljku ilustriran je koncept ekvivalencije financijskih instrumenata na nekoliko primjera vezanih uz kratkoročne vrijednosne papire (kamatne i diskontne zadužnice), no, premda se radi o utrživim financijskim instrumentima, za utvrđivanje ekvivalencije koristili smo samo njihove ugovorne elemente (nominalnu vrijednost, nominalnu kamatnu stopu i ugovoreno dospijeće), čime smo ignorirali mogućnost (i eventualnu potrebu) njihovog uklapanja u tržišnu ravnotežu.

Utrživim je, naime, instrumentima osnovna ekonomska karakteristika mogućnost obavljanja kupoprodajnih transakcija na sekundarnom tržištu[3], što znači da je za obavljanje takvih transakcija nužno utvrditi vrije-

[3] Pod sekundarnim tržištem vrijednosnog papira podrazumijevaju se sve promjene vlasništva nad tim papirom unutar njegova životnog vijeka, tj., sve kupoprodaje tog papira osim njegovog inicijalnog izdanja ili emisije (koje se naziva primarnim tržištem). Ta dva konceptualna

dnost papira u tom trenutku, kako bi se sama transakcija mogla kvantificirati.

Vrijednost po kojoj će se kupoprodaja obaviti bit će uvijek upravo ona vrijednost koju kupac i prodavatelj dogovore. Za potrebe prepoznavanja logike mehanizma kojim se takve vrijednosti dogovaraju, financijska matematika mora odgovoriti na pitanje koja je to vrijednost po kojoj bi neki vrijednosni papir u određenom trenutku bio dovoljno atraktivan da promijeni vlasnika.

Ovdje dolazimo do pojma **sadašnje vrijednosti** (utrživog) financijskog instrumenta, koji predstavlja mjeru vrijednosti tog instrumenta na tržištu u nekom trenutku unutar njegovog životnog vijeka. Drugim riječima, to je vrijednost po kojoj je (u uvjetima savršenog tržišta s potpunim informacijama) u tom trenutku moguće prodati taj instrument na tržištu.

Sadašnja vrijednost očigledno predstavlja koncepcijski iskorak iz dosadašnjeg okvira financijske matematike kao kvantifikacije ugovornih transakcija temeljenih na financijskim instrumentima jer ovdje se radi o kvantifikaciji transakcije koja nije ugovorena u trenutku izdavanja tog instrumenta pa ni njezine parametre nije moguće očitavati (samo) iz ugovora. Pritom, dopunski elementi koje treba uključivati u njezino utvrđivanje proizlaze iz činjenice da jedna od (potencijalnih) ugovornih strana nastupa asinkrono u odnosu na trenutak emisije vrijednosnog papira. Drugim riječima, potencijalni kupac vrijednosnog papira na sekundarnom tržištu razmišlja o njemu kao jednoj od mogućnosti koje se u tom trenutku nude na tržištu (a to je trenutak koji je različit od trenutka emisije vrijednosnog papira pa je moguće da se i ravnoteža na financijskom tržištu u međuvremenu promijenila) te će odlučiti kupiti taj papir samo ako je on, u okviru segmenta tržišta koje je kupcu relevantno (u smislu iznosa uloga, ročnosti i razine rizika), konkurentan ostalim mogućnostima ulaganja novca.

Da bi se u sam izračun sadašnje vrijednosti uključila i takva logika razmišljanja nove ugovorne strane, očigledno je da u postupak moramo

segmenta tržišta za neke će vrijednosne papire biti vrlo različita jer se primarnom tržištu često pristup ograničava (od strane izdavača ili pak regulatora financijskih tržišta) samo na određeni (uski) krug institucionalnih ulagača.

uključiti i neke eksterne (u odnosu na papir i njegov ugovorni univerzum) parametre koji će vrijednosni papir smještati u kontekst trenutne ravnoteže na tržištu kapitala. Konkretno, radi se o tipičnoj, ili prosječnoj, kamatnoj stopi koja u sadašnjem trenutku prevladava na tržištu, a koja se koristi kao dopunska informacija za izračun sadašnje vrijednosti. Ta stopa predstavlja **stopu vrijednosti novca** (engl. *rate money is worth*) jer, ako većina financijskih institucija trenutno za dane uvjete nudi kamatu na novac po stopi, jednakoj na primjer 5, tada novac u tom trenutku zaista vrijedi 5 posto. U tom smislu utvrđivanje sadašnje vrijednosti nekog ulaganja ne svodi se na izračun njegove vrijednosti kao rezultante (bilo kakve) kombinacije ugovornih parametara, već vrijednosti onog (fiktivnog) ulaganja koje bi, obavljeno uz stopu vrijednosti novca u tom trenutku, po (istom) dospijeću generiralo iste buduće financijske efekte kao to ulaganje[4].

Uočimo da u takvom pristupu izračunu sadašnje vrijednosti poveznica stvarnog financijskog instrumenta koji se valorizira i onog fiktivnog, već uklopljenog u postojeću tržišnu ravnotežu (uključivanjem informacije o stopi vrijednosti novca), nije njihova početna vrijednost već njihova (jednaka) konačna vrijednost, odnosno općenitije - budući financijski priljev koji taj instrument nudi. Ta je činjenica, koja koncept sadašnje vrijednosti financijskog instrumenta usko veže uz koncept oportunitetnog troška, odnosno "troška propuštene prilike", zapravo metodološko ogledalo motivacije potencijalne investicije u taj papir na tržištu jer potencijalnog kupca nekog vrijednosnog papira zanimat će koliko će zaraditi posudbom viška svojih financijskih sredstava, a ne koliko je netko za njega platio u prošlosti.

Napomena: Pažljivijim promatranjem koncepta sadašnje vrijednosti financijskog instrumenta (principom oportunitetnog troška) može se primijetiti da je u njega također inkorporiran princip ekvivalencije finan-

[4] Stopa vrijednosti novca u mnogim se modelima vrednovanja financijskih instrumenata naziva tržišnom kamatnom stopom ili diskontnom stopom, no postoje i modeli koji zahtijevaju razlikovanje tih koncepata, što naravno ovisi o pretpostavkama i analitičkoj snazi svakog konkretnog modela. Utvrđivanje same stope vrijednosti novca (ili bilo kojeg drugog koncepta koji se koristi za diskontiranje budućih financijskih tijekova) nije nimalo jednostavno i svakako prelazi okvire ovog udžbenika, no, općenito se može reći da će takva stopa biti analitički to snažnija što se okvir (u smislu snimljenog segmenta financijskog tržišta) više poklapa s glavnim karakteristikama instrumenta koji se valorizira.

cijskih instrumenata (uveden u prethodnom odjeljku) jer onaj virtualni instrument koji se diskontira po stopi vrijednosti novca mora generirati iste financijske efekte kao i instrument kojem se traži sadašnja vrijednost. Upravo zbog toga, za utržive financijske instrumente princip njihove ekvivalencije u određenom trenutku može se izreći i kao uvjet jednakosti njihovih sadašnjih vrijednosti u tom trenutku. Međutim, takav pristup kvantifikaciji osnovnog principa "jednakosti financijskih efekata" neraskidivo je vezan uz konkretni analitički kontekst uklapanja vrijednosnih papira u tržišnu ravnotežu u odnosnom trenutku pa će u slučaju korištenja tog principa u definiranju ili modificiranju nekog bilateralnog financijskog odnosa (npr., odnosa banke i klijenta) uvođenje dodatnih (tržišnih) parametara samo nepotrebno zakomplicirati računsku tehniku.

Rekli smo da je osnovni razlog nužnosti uključivanja takvog pristupa vrednovanju financijskog instrumenta unutar njegovog životnog vijeka mogućnost promjene ravnoteže na tržištu kapitala u odnosu na onu koja je bila prisutna u trenutku emisije tog papira na primarnom tržištu. Sam koncept sadašnje vrijednosti relevantan je i za početak životnog vijeka tog instrumenta, bilo izdavaču papira kao orijentir kako mora podesiti njegove ugovorne parametre da bi primarna emisija bila uspješna, bilo potencijalnim kupcima na primarnom tržištu kao informacija o tome je li papir dobro kalibriran, odnosno uklopljen u trenutnu tržišnu ravnotežu.

U nastavku teksta ilustrira se postupak utvrđivanja sadašnje vrijednosti vrijednosnog papira (zadužnice) u trenutku njezina izdanja te unutar njezinog životnog vijeka.

Primjer 2.12. Banka je 17. kolovoza izdala 120-dnevnu kamatnu zadužnicu na iznos od 2.000 USD uz 9,3 posto jednostavnih godišnjih kamata (uz primjenu bankarskog pravila). Izračunajte sadašnju vrijednost S zadužnice na dan izdavanja ako u tom trenutku stopa vrijednosti novca iznosi 9,9.

$P_1 = 2.000$ USD
$t = 120 / 360 = 1/3$
$r_1 = 9{,}3\% = 0{,}093$
$r_2 = 9{,}9\% = 0{,}099$

$$M_1 = P_1(1 + r_1 t) = 2.000 * \left(1 + 0{,}093 * \frac{1}{3}\right) = 2.062 \text{ USD}$$

$$M_2 = M_1 \quad \text{(princip oportunitetnog troška)}$$

$$S = \frac{M_2}{1 + r_2 t} = \frac{2.062}{1 + 0{,}099 * \frac{1}{3}} = 1.996{,}13 \text{ USD}$$

Stvarna je sadašnja vrijednost zadužnice u ovom primjeru manja od njene nominalne vrijednosti, što je logična posljedica činjenice da banka za nju isplaćuje manju kamatu od stope vrijednosti novca u tom trenutku.

U prethodnom primjeru izračunavala se sadašnja vrijednost na dan izdavanja vrijednosnog papira kako bi se usporedila s njegovom nominalnom vrijednosti te tako procijenila njegova konkurentnost na financijskom tržištu u trenutku njegova izdanja. U stvarnosti je postupak, međutim, inverzan – financijski savjetnici još u procesu kreiranja vrijednosnih papira za svoje klijente – buduće dužnike po tim vrijednosnim papirima - koriste upravo informaciju o njegovoj potencijalnoj sadašnjoj vrijednosti kako bi utvrdili kolika smije biti njegova nominalna vrijednost kako bi ga mogli plasirati na tržištu (u gornjem će primjeru banka moći plasirati ovu zadužnicu samo ako razliku u visini kamate uspije nekako kompenzirati drugim pogodnostima za svoje klijente).

Pojam sadašnje vrijednosti nije vezan samo uz datum izdavanja financijskog instrumenta – može se pojaviti potreba da se sadašnja vrijednost papira izračunava i za bilo koji drugi dan unutar njegova životnog vijeka. U takvom slučaju tehnički je postupak isti kao u prethodnom primjeru, osim što će i varijabla $\boldsymbol{t}$ (vrijeme ukamaćivanja) varirati kod izračuna sadašnje vrijednosti S u odnosu na izračun konačne vrijednosti M_1. Pomoću kamatne zadužnice, to ilustrira sljedeći primjer.

Primjer 2.13. Za 3-mjesečnu kamatnu zadužnicu nominalne vrijednosti 480 USD, izdanu 24. listopada uz 10 posto jednostavnih kamata, uz primjenu bankarskog pravila izračunajte (sadašnju) vrijednost 21. prosinca ako je na taj dan stopa vrijednosti novca jednaka 11,5.

$P_1 = 480$ USD
$t_1 = (7 + 30 + 31 + 24) / 360 = 92 / 360$
$t_2 = (10 + 24) / 360 = 34 / 360$
$r_1 = 10\% = 0{,}10$
$r_2 = 11{,}5\% = 0{,}115$

$$M_1 = P_1(1 + r_1 t_1) = 480 * \left(1 + 0{,}10 * \frac{92}{360}\right) = 492{,}27 \text{ USD} = \text{M}_2$$

$$S = P_2 = \frac{M_2}{1 + r_2 t_2} = \frac{492{,}27}{1 + 0{,}115 * \frac{34}{360}} = 486{,}98 \text{ USD}$$

Ovaj rezultat znači da bi zadužnica, uz pretpostavku savršene reprezentativnosti stope vrijednosti novca, 21. prosinca mogla biti prodana na tržištu za iznos od 486,98 USD jer bi i bilo koje drugo ulaganje obavljeno na taj dan po stopi vrijednosti novca na dan dospijeća zadužnice (tj., 24. siječnja sljedeće godine) također generiralo konačnu vrijednost od 492,27 USD.

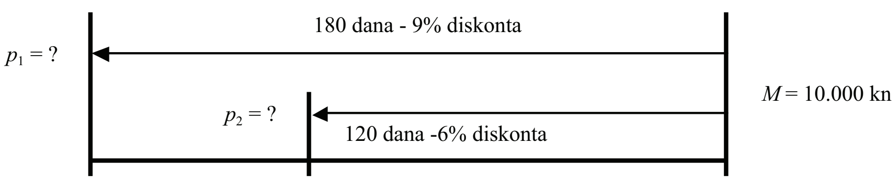
2.3.6 Rediskontiranje vrijednosnih papira

Već je naglašeno da je osnovna prednost vrijednosnih papira u odnosu na kreditno-depozitne instrumente njihova utrživost, tj., svojstvo da ih je moguće prodati na tržištu prije njihova dospijeća. U prethodnom smo odjeljku upoznali pojam sadašnje vrijednosti financijskog instrumenta kao koncepcijsku kategoriju koja pomaže pri kvantifikaciji takvih transakcija na sekundarnom tržištu. Ostavljajući po strani činjenicu da se, u uvjetima ravnoteže i potpune informiranosti tržišta, takve transakcije zaista kvantificiraju pomoću sadašnje vrijednosti, ovdje ćemo na nekoliko primjera ilustrirati sam postupak obavljanja tih transakcija, koji se kod kratkoročnih vrijednosnih papira naziva **rediskontiranjem** (engl. *rediscounting*). Time se zapravo aludira na činjenicu da je većina kratkoročnih vrijednosnih papira diskontnog karaktera (tj., podrazumijeva anticipativni obračun kamata), no, postupak kao takav jednako je primjenjiv i na kamatne (kratkoročne) vrijednosne papire.

Postupak rediskontiranja u praksi se najčešće odvija između financijskih intermedijatora ili između financijskog intermedijatora i njegovog klijenta, prema uvjetima koje (ponuđenom diskontnom stopom) intermedijator standardizira za sve svoje klijente (može se pretpostaviti temeljem informacije o stopi vrijednosti novca).

Kod rediskontiranja diskontnih zadužnica, dobit koju zapravo dobiva originalni vjerovnik (engl. *payee*) predstavlja razliku između originalne diskontirane vrijednosti p (u ovom kontekstu p_1) i tzv. rediskontirane vrijednosti p_2 koja nije ništa drugo nego diskontirana vrijednost p kod primjene originalne diskontne formule na postupak rediskontiranja.

Primjer 2.14. Neka poslovna banka u posjedu je 180-dnevne diskontne zadužnice nominalne vrijednosti 10.000 kn te diskontirane uz 9 posto. Točno 120 dana prije dospijeća zadužnice ta je banka rediskontirala (prodala) zadužnicu drugoj banci uz 6 posto diskonta. Koliko je banka - originalni vjerovnik - dobila kod rediskonta te kolika je u stvari njezina dobit od držanja zadužnice u svom portfelju?



M = 10.000 kn

t_1 = 180 dana = 180/360 $\qquad$ t_2 = 120 dana = 120/360

d_1 = 9% = 0,09 $\qquad$ d_2 = 6% = 0,06

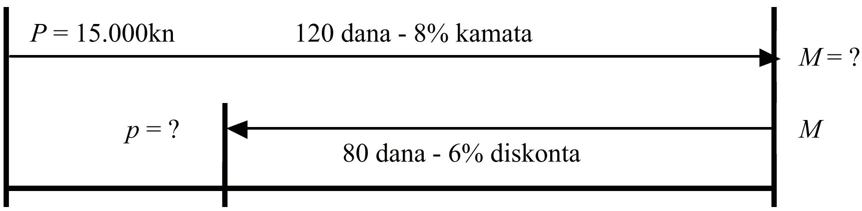
$$p_1 = M(1-d_1t_1) = 10.000*\left(1-0{,}09*\frac{180}{360}\right) = 9.550\text{ kn}$$

$$p_2 = M(1-d_2t_2) = 10.000*\left(1-0{,}06*\frac{120}{360}\right) = 9.800\text{ kn}$$

$$Dobit = p_2 - p_1 = 9.800 - 9.550 = 250\text{ kn}$$

Rediskontirati (prijevremeno prodati) se može, naravno, i kamatna zadužnica (ili drugi kratkoročni vrijednosni papir s dekurzivnim obračunom kamata), pri čemu je poznata početna (nominalna) vrijednost zadužnice *P* koja se onda ukamaćuje do konačne vrijednosti *M*. Tako dobivena konačna vrijednost potom se diskontira na željeni datum (prije dospijeća). Dobit originalnog vjerovnika u tom je slučaju razlika između diskontirane vrijednosti *p* i originalne nominalne vrijednosti *P* te kamatne zadužnice.

Primjer 2.15. Neko poduzeće posjeduje 120-dnevnu kamatnu zadužnicu nominalne vrijednosti 15.000 kn koja se ukamaćuje uz 8 posto jednostavnih godišnjih kamata. Točno 80 dana prije dospijeća to je poduzeće diskontiralo tu zadužnicu kod svoje banke uz 6 posto. Koliko je novca poduzeće zaradilo na toj zadužnici?



$P = 15.000$ kn
$r = 8\%$
$t_1 = 120$ dana $= 120/360$

$$M = P(1 + rt_1) = 10.000 * \left(1 + 0{,}08 * \frac{120}{360}\right) = 15.400 \text{ kn}$$

$d = 6\%$
$t_2 = 80$ dana $= 80/360$

$$p = M(1 - dt_2) = 15.400 * \left(1 - 0{,}06 * \frac{80}{360}\right) = 15.194{,}67$$

$$Dobit = p - P = 15.194{,}667 - 15.000 = 194{,}67 \text{ kn}$$

NAPOMENA: Vjerojatno ste uočili razliku između postupka diskontiranja kamatne zadužnice i postupka utvrđivanja njezine sadašnje vrijednosti (opisanog u primjeru 4.) - dok je postupak utvrđivanja konačne vrijednosti istovjetan (tj., u obama slučajevima primjenjuje se formula za dekurzivni kamatni račun), u drugom koraku postoji razlika: kod utvrđivanja sadašnje vrijednosti kamatne zadužnice koristi se formula za dekurzivni kamatni račun, dok se kod njezinog diskontiranja koristi formula za anticipativni kamatni račun. Ta je razlika samo formalna te proizlazi iz pretpostavke da se (u primjerima 2.12 i 2.13.) stopa vrijednosti novca "očitala" za istovjetne vrijednosne papire, tj., papire u koje je inkorporiran dekurzivni kamatni račun. Ta je pretpostavka nametnuta zbog čistoće koncepta i jednostavnosti izlaganja - moguća je i situacija u kojoj se stopa vrijednosti novca "očitava" iz diskontnih vrijednosnih papira, u kojem bi se slučaju i sadašnja vrijednost kamatnog vrijednosnog papira utvrđivala (nakon izračuna konačne vrijednosti) primjenom formule za anticipativni kamatni račun.

Sljedeći primjer ilustrira situaciju u kojoj kupac koristi mogućnost diskontiranja zadužnice kako bi iskoristio povoljan popust za prijevremeno plaćanje fakture dobavljača. Ovdje se financijska matematika povezuje s kontekstom trgovačkih marži i popusta na prijevremeno plaćanje.

Primjer 2.16. Faktura datirana 2. listopada pokriva cijenu robe u iznosu od 8.000 kn te trošak njene dopreme u iznosu od 75 kn. Uvjeti plaćanja navedeni u fakturi ukazuju da je rok za plaćanje 30 dana, ali ako se plati u roku od 10 dana dobiva se popust od 2,5 posto na cijenu kupljene robe. Ako je kupac te robe u mogućnosti diskontirati zadužnicu uz 6 posto kod svoje banke, a) koliko će iznositi nominalna vrijednost te zadužnice te b) koliko će kupac uštedjeti tom dvostrukom transakcijom (diskontiranje zadužnice i povoljno plaćanje fakture prije roka)?

NAPOMENA: Uzmite u obzir logičnu pretpostavku da kupac želi ostvariti maksimalnu uštedu, što znači da će fakturu platiti zadnji dan trajanja popusta (što je 12. listopada). Naravno, na taj će dan i diskontirati zadužnicu, i to s rokom dospijeća koji se poklapa s dospijećem plaćanja fakture (1. studenog, odnosno 20 dana od dana diskontiranja).

a) Cijena robe: 8.000,00
Popust (0,025 x 8.000) - 200,00
Neto cijena robe: 7.800,00
Trošak dopreme: + 75,00
Iznos fakture uz popust: 7.875,00

$p = 7.875$
$d = 6\%$
$t = 20/360$

$$p = M(1 - dt) \Rightarrow M = \frac{p}{(1 - dt)} = \frac{7.875}{1 - 0,06 * \frac{20}{360}} = 7.961,25 \text{ kn}$$

b) Cijena robe: 8.000,00
Trošak dopreme: + 75,00
Originalni iznos fakture: 8.075,00
Konačna vrijednost zadužnice: - 7.961,25
Ukupna ušteda: 113,75

2.3.7 Trezorski, komercijalni i blagajnički zapisi

Kao što je već spomenuto, u hrvatskom financijskom sustavu (uglavnom kreiranom prema europsko-kontinentalnom ili, kraće, njemačkom sustavu univerzalnog bankarstva) zadužnice se ne koriste kao instrument kratkoročnog financiranja (ni kamatne ni diskontne). U primjeni su, međutim, **trezorski zapisi** Ministarstva financija RH kao i **komercijalni zapisi** nekih većih poduzeća.

Ta se dva instrumenta u matematičkom smislu suštinski ne razlikuju ni međusobno, a ni u odnosu na (diskontnu) zadužnicu. Sve su to kratkoročni diskontni vrijednosni papiri koji koriste anticipativni režim jednostavnog ukamaćivanja kao i diskontne zadužnice.

Jedina bitna razlika između trezorskih i komercijalnih zapisa zapravo je u tome tko ih izdaje: trezorske zapise izdaje Ministarstvo financija RH ili neki drugi organi središnje ili lokalne uprave, dok komercijalne zapise izdaju različita poduzeća. Motiv za izdavanje obaju tipova kratkoročnih vrijednosnih papira prikupljanje je sredstava za određenu namjenu – kod Ministarstva financija RH za pokriće kratkoročne neravnoteže između proračunskih prihoda i rashoda, a kod organa lokalne uprave i poduzeća najčešće za određene infrastrukturne ili druge investicijske projekte.

Postoji i treća "vrsta" zapisa, a to su **blagajnički zapisi** koje izdaje središnja banka (u Hrvatskoj je to Hrvatska narodna banka). I oni su u svojoj matematičkoj suštini jednaki trezorskim i komercijalnim zapisima, no, motiv njihova izdanja bitno je različit od motiva izdavanja trezorskih ili komercijalnih banaka. Središnja je banka emisijska banka (dakle, ona emitira novac) pa se čini da nema smisla govoriti o tome da ona emisijom vrijednosnih papira prikuplja novac za financiranje nekih svojih projekata. Ipak, formalno je upravo tako, no, jedini "projekt" koji ona na taj način "financira" jest projekt koji je ujedno i njezina osnovna zakonska uloga, a to je očuvanje stabilnosti cijena u zemlji te domaće valute prema ostalim valutama.

Emisijom vrijednosnih papira središnja banka povlači određenu količinu novca iz optjecaja i tako smanjuje njegovu ponudu na tržištu novca. To će učiniti procijeni li da je u tom trenutku ponuda novca iznad potražnje za njim, što može dovesti do pada njegove vrijednosti u odnosu na ostale valute. Ako je situacija suprotna, tj., ako je potražnja za novcem veća od ponude, središnja će banka otkupit,i svoje ranije emitirane zapise i tako "ubrizgati" dopunsku injekciju novca na tržište kako bi stabilizirala ponudu i potražnju. Tako pojednostavljeno opisan proces upravljanja likvidnošću financijskog sustava predstavlja jednu od bitnih sastavnica monetarne politike koju u svakoj zemlji vodi njezina središnja banka pa proizlazi da su krtkoročni vrijednosni papiri (npr., blagajnički zapisi) zapravo jedan od osnovnih instrumenata monetarne ,politike.

Primjer 2.17. Poslovna banka upisala je kunske blagajničke zapise Hrvatske narodne banke u nominalnoj vrijednosti od 14.600 kn s rokom dospijeća od 90 dana. Ako je ta poslovna banka na dan upisa platila diskontiranu vrijednost blagajničkih zapisa od 14.150 kn, koliku je diskontnu stopu Hrvatska narodna banka postigla na aukciji za te zapise?

NAPOMENA: Hrvatska narodna banka kod obračuna diskonta na blagajničke zapise koristi englesku metodu računanja vremena ukamaćivanja.

M = 14.600 kn
p = 14.150 kn
t = 90 / 365 = 0,246575

$$D = M - p = 14.600 - 14.150 = 450 \text{ kn}$$

$$d = \frac{D}{Mt} = \frac{450}{14.600 * \frac{90}{365}} = 0{,}125 = 12{,}5\%$$

Hrvatska narodna banka postigla je, dakle, kamatnu stopu od 12,5, što je ujedno i cijena koju mora platiti za svoj "projekt" povlačenja novca (u iznosu od 14.600 kn) iz optjecaja.

Treba naglasiti da je od proljeća 2005. godine Hrvatska narodna banka prestala emitirati svoje kratkoročne vrijednosne papire – blagajničke zapise - te umjesto njih kao jedan od osnovnih instrumenata monetarne politike koristiti od strane Ministarstva financija RH već izdane trezorske zapise čijom kupnjom i prodajom utječe na ravnotežu na tržištu novca (takve transakcije tuđim kratkoročnim vrijednosnim papirima u svrhu vođenja monetarne politike u literaturi se nazivaju "operacijama na otvorenom tržištu" i smatraju se jednim od najsuvremenijih instrumenata monetarne politike, prvenstveno zbog svoje transparentnosti i naglašene fleksibilnosti[5]).

2.3.8 Zadaci za vježbu

1. Konačna vrijednost 3-mjesečne kamatne zadužnice na dan dospijeća iznosi 1.050,00 kn. Ako je godišnja kamatna stopa jednaka 20 posto, izračunajte nominalnu vrijednost zadužnice. U izračunu primijenite njemačku metodu.

Rješenje: P = 1.000,00 kuna

---

[5] Kupoprodajnim transakcijama može se operirati i na deviznom tržištu, što također predstavlja čest instrument vođenja monetarne politike.

2. Dana 15. lipnja izdana je 6-mjesečna kamatna zadužnica po godišnjoj kamatnoj stopi od 10 posto, nominalne vrijednosti 2.000,00 kn. Kolika je sadašnja vrijednost te kamatne zadužnice na datum 10. listopada ako u tom trenutku na tržištu novca vrijedi kamatna stopa od 13 posto. Primijenite francusku metodu (bankarsko pravilo).

Rješenje: S = 2.052,75 kuna

3. Poduzeće posjeduje više kamatnih zadužnica čije su nominalne vrijednosti, datumi dospijeća i kamatne stope različite, kao što se vidi prema priloženom:

Nominalna vrijednost	Datum dospijeća	Kamatna stopa
1.000,00 kn	14. 05. 2010.	5%
2.000,00 kn	20. 06. 2010.	4%
1.500,00 kn	12. 07. 2010.	6%

Cilj je poduzeća zamijeniti sve tri kamatne zadužnice samo jednom ekvivalentnom zadužnicom. Nominalna vrijednost zamjenske kamatne zadužnice mora biti jednaka sumi nominalnih vrijednosti svih pojedinačnih zadužnica.

Rješenje: P = 4.500,00 kuna; r = 4,88%; t = 37,59 ≈ 38 dana

Ekvivalentna zamjenska zadužnica ima nominalnu vrijednost od 4.500,00 kn, na koju se obračunava godišnja kamatna stopa od 4,88 posto, a dospijeva 38 dana nakon 14. svibnja, odnosno 21. lipnja iste godine.

4. Diskontirana vrijednost 35-dnevne diskontne zadužnice iznosi 5.000.000,00 kn. Izračunajte nominalnu vrijednost te diskontne zadužnice i ukupni diskont ako se na nju obračunava godišnja diskontna stopa od 26,6 posto. U izračunu primijenite englesku metodu obračuna kamata.

Rješenje: M = 5.130.873,18 kuna; D = 130.873,18 kuna

5. Poduzeće X posjeduje 90-dnevnu diskontnu zadužnicu koja ima nominalnu vrijednost 10.000,00 kn uz godišnju diskontnu stopu od 15 posto. Točno 40 dana prije dospijeća zadužnice, poduzeće Y svom je poslovnom partneru, poduzeću X, ponudilo otkup te iste zadužnice. Poduzeće X rediskontiralo je (prijevremeno prodalo) zadužnicu poduzeću Y uz diskontnu stopu od 9 posto. Izračunajte kolika će biti dobit poduzeća X od držanja zadužnice u svome vlasništvu?

Rješenje: Dobit = 275,00 kuna

6. Poduzeće X posjeduje 90-dnevnu kamatnu zadužnicu koja ima nominalnu vrijednost 10.000,00 kn uz godišnju kamatnu stopu od 15 posto. Točno 40 dana prije dospijeća zadužnice, poduzeće Y svom je poslovnom partneru, poduzeću X, ponudilo otkup te iste zadužnice. Poduzeće X diskontiralo je (prijevremeno prodalo) zadužnicu poduzeću Y uz diskontnu stopu od 9 posto. Izračunajte kolika će biti dobit poduzeća X od držanja zadužnice u svome vlasništvu?

Rješenje: Dobit = 271,25 kuna

Problemski zadatak

Poslovna banka u svrhu vlastitog financiranja donijela je odluku o izdavanju i prodaji kunskih diskontnih zadužnica s rokom dospijeća od 35, 65 i 365 dana. Aukcija zadužnica obavljena je dana 15. listopada 2002. godine sa sljedećim rezultatom (tj., ponudama komitenata koje je poslovna banka prihvatila):

Rok upisa	Prihvaćene ponude	Godišnja diskontna stopa	Datum roka dospijeća
35 dana	32.400.000 kn	21,57%	19. 11. 2002.
65 dana	17.500.000 kn	23,36%	19. 12. 2002.
365 dana	6.700.000 kn	25,77%	15. 10. 2003.

Ponude za kupnju diskontnih zadužnica prihvaćene su samo od strane onih komitenata koji su zadovoljili opće uvjete poslovanja na financijskim tržištima (tj., koji su na propisani način i u odgovarajućem roku predali svoje zahtjeve za kupnju zadužnica).

Ukupna <u>nominalna vrijednost</u> prodanih diskontnih zadužnica iznosi 56.600.000 kuna (riječ je o zbroju svih prihvaćenih ponuda). Na prikupljena novčana sredstva banka obračunava jednostavnu anticipativnu diskontnu stopu uz primjenu engleske metode.

Na temelju navedenih podataka treba izračunati sljedeće:

a) ukupnu diskontiranu vrijednost zadužnica, što predstavlja ukupna novčana sredstva koja je poslovna banka prikupila od svojih komitenata prilikom njihova izdavanja;

b) razliku između nominalne i diskontirane vrijednosti zadužnica koja predstavlja novčani iznos ukupnog diskonta, odnosno zaradu komitenata od ulaganja u kunske diskontne zadužnice poslovne banke;

c) zaradu poslovne banke koju će ona ostvariti uspije li plasirati prikupljena novčana sredstva na ime diskontnih zadužnica s rokom dospijeća od 35 dana po godišnjoj jednostavnoj dekurzivnoj kamatnoj stopi od 23,25 posto;

d) dobit investicijskog fonda X koji je od poslovne banke kupio 65-dnevnu diskontnu zadužnicu nominalne vrijednosti 1.000.000,00 kn te ju je točno 20 dana prije njezina dospijeća odlučio prijevremeno prodati (rediskontirati) investicijskom fondu Y uz godišnju diskontnu stopu od 20,50 posto.

3 poglavlje

Složeni kamatni račun

mr. sc. Igor Jemrić

3 Složeni kamatni račun

3.1 Uvod

Već je u prvom poglavlju rečeno da kamatni račun može biti jednostavan ili složen. Podsjetimo se: ako se kamata obračunava za svako elementarno razdoblje ukamaćivanja na istu glavnicu, radi se o **jednostavnom kamatnom računu,** a takve se kamate zovu jednostavne kamate (engl. *simple interest*). Ako se pak za svako elementarno razdoblje ukamaćivanja kamate obračunavaju i pripisuju glavnici tako da se već u sljedećem elementarnom razdoblju ukamaćivanja kamata obračunava na tako uvećanu glavnicu, govorimo o **složenom kamatnom računu**, odnosno o složenim kamatama (engl. *compound interest*). Kod takvog načina ukamaćivanja, tijekom ukupnog razdoblja ukamaćivanja obračunava se i kamata na kamatu, odnosno, osim kapitalizacije (tj., ukamaćivanja) glavnice, obavlja se i **kapitalizacija kamate**.

Složeni kamatni račun obično se primjenjuje kod dugoročnih financijskih poslova (u trajanju preko godine dana) - na primjer, kod dugoročnih zajmova (stambenih i hipotekarnih zajmova), oročenih depozita, itd.

Kao i kod jednostavnog kamatnog računa, i složeni račun može podrazumijevati **dekurzivni obračun** kamata (podsjetimo se, to je obračun kod kojeg se kamata obračunava na kraju elementarnog razdoblja ukamaćivanja, a primjenjuje se na glavnicu s početka elementarnog razdoblja ukamaćivanja) ili **anticipativni obračun** (tj., obračun kod kojeg se kamata obračunava na početku elementarnog razdoblja ukamaćivanja, a primjenjuje se na glavnicu s kraja tog razdoblja).

Te dvije varijante složenog kamatnog računa prikazane su odvojeno u nastavku ovog poglavlja, pri čemu se osnovna ideja složenog kamatnog računa objašnjava dekurzivnim obračunom, dok se u dijelu koji se odnosi na anticipativni obračun izlažu samo njegove specifičnosti u odnosu na dekurzivni obračun.

3.2 Dekurzivni složeni obračun kamata

Matematički, ideja složenog ukamaćivanja nije ništa novo u odnosu na jednostavno ukamaćivanje, već zapravo predstavlja niz jednostavnih ukamaćivanja, kod kojeg početna vrijednost glavnice u svakom sljedećem razdoblju ukamaćivanja, zapravo predstavlja konačnu vrijednost glavnice (dakle, početnu vrijednost uvećanu za kamatu) iz prethodnog razdoblja. Sljedeći primjer ilustrira tu analogiju:

Primjer 3.1 Pretpostavimo da je Luka položio 4.000 kn u banku na 2 godine, uz 5 posto jednostavnih (dekurzivnih) godišnjih kamata. On će na kraju ukupnog razdoblja ukamaćivanja imati:

$$M = P + I = P(1 + rt) = 4.000 * (1 + 2 * 0{,}05) = 4.000 * 1{,}1 = 4.400\ kn$$

Jednostavne kamate za to razdoblje iznose $I = M - P = 400$ kuna.

Izračunajmo sada kolike bi bile kamate da je Luka istih 4.000 kn položio u banku samo na 6 mjeseci:

$$M = P + I = P(1 + rt) = 4.000 * (1 + 0{,}5 * 0{,}05) = 4.000 * 1{,}025 = 4.100\ kn$$

Luka je, dakle, za 6 mjeseci zaradio 100 kuna.

Konačno, pretpostavimo da je Luka, nakon što je prošlo prvih 6 mjeseci, kamatu koju je dobio dodao glavnici te ponovo oročio na sljedećih 6 mjeseci, da bi isti postupak ponovio svakih 6 mjeseci tijekom 2 godine. Kolika će tada biti konačna vrijednost njegova uloga nakon 2 godine i kolike su ukupne kamate koje je zaradio u te dvije godine?

1. polugodište: $P_1 = 4.000$ kn

$$M_1 = 4.000 * (1 + 0{,}5 * 0{,}05) = 4.000 * 1{,}025 = 4.100\ kn$$

2. polugodište: $P_2 = 4.100$ kn

$$M_2 = 4.100 * (1 + 0{,}5 * 0{,}05) = 4.100 * 1{,}025 = 4.202{,}50\ kn$$

3. polugodište: P_3 = 4.202,50 kn

$$M_3 = 4.202,5 * (1 + 0,5 * 0,05) = 4.202,5 * 1,025 = 4.307,56\ kn$$

4. polugodište: P_4 = 4.307,56 kn

$$M_4 = 4.307,56 * (1 + 0,5 * 0,05) = 4.307,56 * 1,025 = 4.415,25\ kn$$

Ukupna kamata: $I_4 = M_4 - P_1$ = 4.415,25 - 4.000 = 415,25 kn.

Kada bi, dakle, Luka podizao svoj novac svakih pola godine te ga, zajedno s pripadnim jednostavnim kamatama, ponovno ulagao u banku, ostvario bi kamatu od 415,25 kn, što je 15,25 kn više nego da je novac ostavio netaknut u banci tijekom pune dvije godine.

Većina proračunskih tablica (primjerice, Excel ili Open Office Calc) omogućava rješavanje različitih problema vezanih uz financijsku matematiku na razini unaprijed pripremljenih posebnih funkcija. Tako je u Excelu potrebno omogućiti takve funkcije preko izbornika Alati u okviru kojeg se nalaze Dodaci. Odabirom toga izbornika otvorit će se prozor Dodaci u kojem je potrebno označiti Skup alata za analizu.

U programu Open Office Calc nije potrebna nikakva priprema jer su sve opcije potrebne za financijsku analizu automatski omogućene.

Problem 3.1 možemo riješiti upotrebom funkcije buduće vrijednosti koja za potrebe rješavanja takvih problema ima sljedeću sintaksu:

FV (kamatna stopa; broj razdoblja ukamaćivanja;
0; -sadašnja vrijednost; 0)

Primijetite da funkcija omogućava upotrebu dvaju dodatnih parametara koji se za sada ne koriste te je stoga dovoljno upisati nule ili ostaviti praznine odvojene zarezima. Osim toga, budući da proračunske tablice u rezultatima ove funkcije očekuju financijske odljeve, koristimo negativnu sadašnju vrijednost kako bismo izbjegli buduću vrijednost negativnost predznaka.

Da bismo riješili primjer 3.1. potrebno je upisati zadane parametre i iskoristiti njihove vrijednosti kako bismo pronašli rješenje problema. Pritom je potrebno voditi računa o razdobljima ukamaćivanja (u primjeru su to polugodišta) i referentnom razdoblju kamatne stope (u primjeru je to godina):

	A	B	C	D
1	3.1.	P=	4.000,00	kn
2		r=	5%	godišnje
3		n=	2	godine
4				
5			4.415,25	

U ćeliju C6 upisali smo izraz

=FV(C2/2;C3*2;0;-C1;0)

kojim smo od proračunske tablice zatražili izračun buduće vrijednosti uloga od 4.000 kuna uz kamatnu stopu 2,5 posto polugodišnje u razdoblju od 4 polugodišta.

Eksperiment opisan u gornjem primjeru predstavlja niz sukcesivnih polaganja glavnice (u pravilnim vremenskim razmacima od pola godine) uz njihovo jednostavno ukamaćivanje, pri čemu se svaki novi polog uvećava za kamatu dobivenu na prethodni polog. Taj eksperiment nije ništa drugo nego simulacija složenog ukamaćivanja uz polugodišnji obračun kamata.

Složeno ukamaćivanje ne obračunava se na takav postupan način ilustriran u gornjem primjeru, no, može poslužiti kao korisna ilustracija za razumijevanje formule za izravni izračun složenih kamata. U tu svrhu, podsjetimo se da se kod jednostavnog ukamaćivanja kamate I mogu izračunati kao umnožak početne vrijednosti glavnice P, kamatne stope r i vremena trajanja ukamaćivanja t,

$$I = Prt$$

a konačna (ukamaćena) vrijednost glavnice M kao:

$$M = P(1 + rt)$$

Ova formula korištena je i u primjeru pri prvom obračunu jednostavnih kamata:

$$M_1 = P_1(1 + rt)$$

Ista je formula korištena i pri drugom obračunu, ali na glavnicu P_2 koja je uvećana, i to upravo primjenom te iste formule ($P_2 = M_1$). Konačna je vrijednost M_2 početne glavnice P_1 na kraju drugog polugodišnjeg razdoblja dakle:

$$M_2 = P_2(1 + rt) = P_1(1 + rt)(1 + rt) = P_1(1 + rt)^2$$

Ista logika vrijedi i za svaki sljedeći obračun kamata pa je:

$$M_3 = P_1(1 + rt)^3 \;,\;\; M_4 = P_1(1 + rt)^4 \;,\; \ldots$$

odnosno, općenito, za ukupno vrijeme trajanja ukamaćivanja, iskazano kao n sukcesivnih razdoblja ukamaćivanja:

$$M_n = P(1 + rt)^n$$

Napomena: U gornjoj formuli izostavljen je indeks uz oznaku glavnice P jer se podrazumijeva da se radi o početnoj vrijednosti glavnice (na početku vremena trajanja ukamaćivanja). U prethodnim koracima taj je indeks korišten samo da naglasi iterativni karakter složenog ukamaćivanja.

Podsjetimo se sada da je rečeno da formule za jednostavni kamatni račun vrijede samo ako je vrijeme ukamaćivanja t iskazano kao broj vremenskih jedinica na koje se odnosi kamatna stopa r. U kontekstu složenog ukamaćivanja ta se tvrdnja malo komplicira, odnosno uvodi se treći vremenski parametar u proces ukamaćivanja, a to je već u uvodu u kamatni račun spomenuto **elementarno razdoblje ukamaćivanja** (engl. *conversion period* ili samo *period*). Da ponovimo, elementarno razdoblje ukamaćivanja vremensko je razdoblje između dvaju obračuna kamata, odnosno vremensko razdoblje na kraju kojeg se (virtualno) obavlja ukamaćivanje glavnice s početka tog istog razdoblja (u primjeru 1. to je razdoblje od pola godine, tj., razdoblje nakon kojeg je Luka sukcesivno podizao i ponovno polagao svoj ulog).

Imajući na umu pojam elementarnog razdoblja ukamaćivanja, gornja tvrdnja o načinu iskazivanja ukupnog vremena ukamaćivanja (koja to vrijeme povezuje s vremenom za koje je definirana kamatna stopa) sada poprima oblik: "Vrijeme ukamaćivanja *t* mora biti iskazano u broju elementarnih razdoblja ukamaćivanja, a na to isto razdoblje mora se odnositi i kamatna stopa *r*." No, kako se varijabla vremena ukamaćivanja *t* ovdje pojavljuje upravo (i samo) u duljini jednog elementarnog razdoblja ukamaćivanja (jer u protivnom eksperiment sukcesivnih pologa ne bi predstavljao simulaciju složenog ukamaćivanja), ona se može izostaviti, čime dobivamo osnovnu formulu složenog kamatnog računa:

$$M_n = P(1+r)^n$$

Eliminacijom varijable *t* iz formule za složeni kamatni račun (pri čemu njezinu ulogu reprezentacije ukupnog vremena ukamaćivanja preuzima varijabla *n* kao broj elementarnih razdoblja ukamaćivanja) i briga o usklađivanju relevantnih vremenskih razdoblja svodi se na tvrdnju da se kamatna stopa uključena u formulu za složeni kamatni račun mora odnositi na elementarno razdoblje ukamaćivanja.

Gornja formula predstavlja, dakle, pravilo prema kojem se početna vrijednost glavnice *P* (u vremenu od *n* elementarnih razdoblja ukamaćivanja) ukamaćuje složenim kamatnim računom (uz primjenu kamatne stope *r*, odnosno **dekurzivnog kamatnog faktora** $(1+r)$) na konačnu vrijednost M_n.

Već iz tog opisa osnovne formule složenog kamatnog računa vidljivo je da je pojam elementarnog razdoblja ukamaćivanja kvalitativno bitan sastojak svakog složenog kamatnog računa. Ono je, međutim, i kvantitativno bitan parametar jer je upravo njegova duljina jedna od bitnih odrednica iznosa ukupnih kamata koju će donijeti određena glavnica u određenom razdoblju. Već je dosad ilustrirano u primjeru 1. da složeno ukamaćivanje generira *(ceteris paribus)* veću kamatu od jednostavnog ukamaćivanja. Kada bismo isti eksperiment iz primjera 1. ponovili uz pretpostavku da Luka podiže svoj novac krajem svakog mjeseca, razlika u ukupnim kamatama (u korist složenog ukamaćivanja) bila bi još izraženija:

Primjer 3.2 Pretpostavimo da se Luka ponašao kao i u prethodnom primjeru, osim što je svoj ulog podizao i ponovo ulagao krajem svakog mjeseca. Kolike su sada ukupne kamate na kraju druge godine?

Da bismo podvukli ilustraciju, izračunat ćemo ponovno (ovaj put primjenom osnovne formule složenog kamatnog računa) i ukupne kamate koje se dobivaju pod uvjetima zadanim u zadatku c).

a) polugodišnji obračun kamata

$$P = 4.000\ kn$$

$$r = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025$$

$$n = 2 * 2 = 4$$

$$M_4 = P(1+r)^4 = 4.000 * 1{,}025^4 = 4.415{,}25\ kn$$

$$I_4 = M_4 - P = 4.412{,}25 - 4.000 = 415{,}25$$

b) mjesečni obračun kamata

$$P = 4.000\ kn$$

$$r = \frac{0{,}05}{12} = 0{,}004166$$

$$n = 2 * 12 = 24$$

$$M_{24} = P(1+r)^{24} = 4.000 * 1{,}004166^{24} = 4.419{,}77\ kn$$

$$I_4 = M_4 - P = 4.419{,}77 - 4.000 = 419{,}77$$

Isti primjer možemo riješiti i pomoću proračunske tablice:

	A	B	C	D
1	3.2.	P=	4.000,00	kn
2		r=	5%	godišnje
3		n=	2	godine
4				
5	a)	r=	2,5%	polugodišnje
6		n=	4	polugodišta
7				
8			4.415,25	
9				
10	b)	r=	0,41667%	mjesečno
11		n=	24	mjeseci
12				
13			4.419,77	

U ćeliju C9 upisali smo izraz

=FV(C5;C6;0;-C1;0),

dok smo u ćeliju C14 upisali

=FV(C10;C11;0;-C1;0).

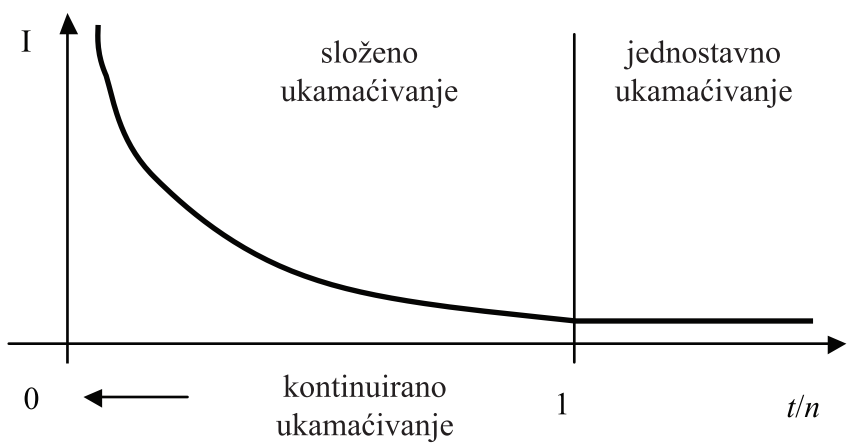
Primijetite da smo prethodno korigirali kamatnu stopu i broj elementarnih razdoblja na način da smo u slučaju a) podijelili godišnju kamatnu stopu s 2 (u jednoj godini dva su polugodišta), a broj godina pomnožili s 2 (svaka godina ima po dva polugodišta). Isti pristup primijenili smo i kod mjesečnog ukamaćivanja.

Napominjemo da smo u ovom, kao i svim ostalim primjerima, rješenja zadataka iz proračunske tablice označili podebljanim vrijednostima.

Ubrzavanje ritma ukamaćivanja (tj., skraćivanje elementarnog razdoblja ukamaćivanja s pola godine na mjesec dana) dovelo je do povećanja ukupnih kamata za 419,77 - 415,25 = 4,52 kn.

Nije, dakle, važna samo činjenica da se kod složenog ukamaćivanja ukupno vrijeme njegovog trajanja dijeli na elementarna podrazdoblja, već je važno i kolika su ta podrazdoblja. U tom smislu, naoko istovjetni režimi složenih ukamaćivanja razlikovat će se u svojim financijskim efektima čak i ako je jedina razlika među njima ritam ukamaćivanja (tj., duljina elementarnog razdoblja ukamaćivanja). U pravilu, što je elementarno razdoblje ukamaćivanja kraće, to će neki ulog (ukoliko su svi ostali parametri jednaki) donijeti veću kamatu.

Ako bismo promatrali čitav "pramen" takvih kamatnih režima, jednakih prema svim parametrima osim duljine elementarnog razdoblja ukamaćivanja, zanimljivo je promotriti koji bi bili granični elementi tog „pramena":



a) na jednoj granici (onoj s najduljim razdobljem ukamaćivanja) nalazit će se jednostavno ukamaćivanje (s istim ostalim elementima) jer svako elementarno razdoblje ukamaćivanja koje je dugo barem koliko i vrijeme trajanja ukamaćivanja kao posljedicu ima samo jedan obračun kamata, a to znači da se radi o jednostavnom ukamaćivanju;

b) na drugoj granici nalazi se kamatni režim s najkraćim elementarnim razdobljem ukamaćivanja, a to podrazumijeva uvođenje infinitezimalnog računa, odnosno infinitezimalne ("beskonačno male") duljine elementarnog razdoblja ukamaćivanja. Takav koncept koji pretpostavlja pripis kamate u svakom beskonačno kratkom djeliću vremena naziva se **kontinuiranim ukamaćivanjem** i on, konzekventno već opisanoj vezi između duljine elementarnog razdoblja ukamaćivanja i visine ukupnih kamata, generira najveće ukupne kamate u čitavom tom zamišljenom pramenu kamatnih režima. Takav se račun, međutim, zbog svoje nepraktičnosti ne primjenjuje u financijskim sustavima, ali katkad dobro opisuje fenomene prirodnog prirasta, nesklone bilo kakvim diskontinuitetima ili pokušajima opisivanja ekonomskih sustava po analogiji s prirodnim sustavima, uglavnom u okviru matematičke ekonomije. Osnovne konture koncepta kontinuiranog složenog ukamaćivanja izložene su na kraju ovog poglavlja.

U sljedećem primjeru ilustrirat ćemo primjenu osnovne formule za dekurzivni složeni kamatni račun na izračun početne vrijednosti glavnice.

Primjer 3.3 Koliki iznos štediša treba uložiti danas u banku da bi na kraju 12. godine imao pravo podići 8.000 kn ako je obračun kamata složen, godišnji i dekurzivan, a banka odobrava 5,1 posto kamata godišnje?

U primjeru se zapravo traži početna vrijednost glavnice.

$$r = 5{,}1 = 0{,}051$$

$$n = 12$$

$$M_{12} = 8.000$$

$$M_n = P(1+r)^n \Rightarrow P = \frac{M_n}{(1+r)^n}$$

$$P = \frac{8.000}{(1+0{,}051)^{12}} = 4.404{,}10\ kn$$

Jedna od funkcija proračunske tablice omogućava rješavanje istog problema pronalaska sadašnje vrijednosti. Sintaksa je ove funkcije sljedeća:

PV (kamatna stopa; broj razdoblja ukamaćivanja;
0; -buduća vrijednost; 0)

Kao i kod funkcije buduće vrijednosti, i ovdje postoje dodatni parametri koji se zasad ne koriste te je stoga dovoljno upisati nule ili ostaviti praznine odvojene zarezima. Koristimo negativnu buduću vrijednost kako bismo izbjegli sadašnju vrijednost negativnog predznaka.

Da bismo riješili primjer 3.3., upisujemo sljedeću tablicu:

	A	B	C	D
1	3.3.	M12=	8.000,00	kn
2		r=	5,10%	godišnje
3		n=	12	godina
4				
5			4.404,10	

U ćeliju C6 upisali smo izraz

=PV(C2;C3;;-C1;)

kojim smo od proračunske tablice zatražili izračun sadašnje vrijednosti iznosa od 8.000 kuna uz kamatnu stopu 5,1 posto godišnje u razdoblju od 12 godina.

3.2.1 Sinkronizacija asinkronih glavnica

U ovom odjeljku ilustrira se način sinkronizacije inicijalno asinkronih financijskih transakcija. Česte su situacije u kojima je potrebno na određeni način konvertirati neki financijski ugovor koji u sebi sadrži ugovoreni ritam obavljanja financijskih transakcija u neki drugi ugovor koji će sadržavati i drugi ritam transakcija. Varijante takvih situacija nebrojene su, no, ovdje se ilustriraju tri osnovna slučaja: prvo, slučaj u kojem određeni broj glavnica (s različitim dospijećima) treba svesti na njihovu zajedničku početnu vrijednost, zatim slučaj u kojem te iste glavnice treba svesti na njihovu zajedničku konačnu vrijednost te slučaj u kojem te glavnice treba svesti na neku zajedničku vrijednost u određenom trenutku unutar životnog vijeka tog financijskog ugovora. Konačno, kao četvrta varijanta daje se primjer u kojem treba utvrditi vrijeme u kojem dospijeva unaprijed zadana zajednička vrijednost tih asinkronih glavnica.

Primjer 3.4 Da bi započela poslovanje na novom tržištu, podružnica neke banke primila je od svoje matice depozit. Tom prilikom dogovoreno je da će podružnica matici taj depozit isplatiti u trima ratama, i to u iznosima:

20.000 kn nakon dvije godine
30.000 kn nakon tri godine
25.000 kn nakon pet godina.

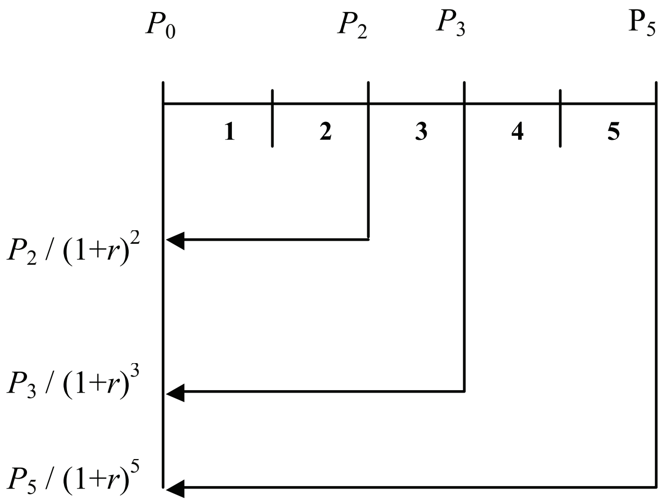
Ako se podružnica pridržava tako ugovorenih rokova, matica joj ne naplaćuje nikakvu kamatu. Međutim, na svako kašnjenje u odnosu na dogovoreni ritam isplata matica zaračunava 4 posto složenih godišnjih kamata uz godišnji i dekurzivni obračun, dok joj na svaku prijevremenu isplatu priznaje bonus u vrijednosti 2 posto složenih godišnjih kamata uz isti obračun.

Imajući u vidu ugovorene uvjete, kojim iznosom podružnica može podmiriti svoj dug prema matici:

a) danas
b) krajem šeste godine
c) krajem treće godine

U ovom se primjeru sva tri dugovanja (inicijalno asinkrona) svode na isti datum (tj., sinkroniziraju). Taj se postupak svodi na izračunavanje početne vrijednosti glavnice za svako od tih asinkronih dugovanja, ukoliko je datum na koji se ona sinkroniziraju ispred datuma njihova originalnog dospijeća, odnosno na izračunavanje konačne vrijednosti glavnice, ukoliko je taj datum nakon datuma njihovog originalnog dospijeća.

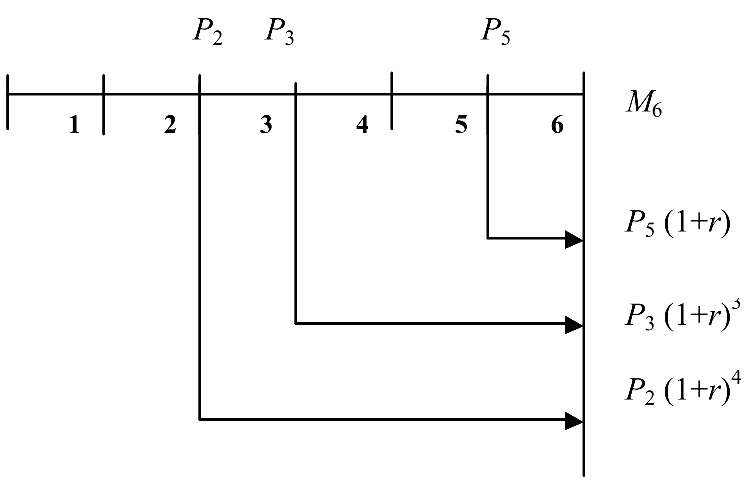
a) $P_2 = 20.000$ kn $\quad r = 2\ \% = 0{,}02$
$P_3 = 30.000$ kn
$P_5 = 25.000$ kn $\quad P_0 = ?$



$$P_0 = \frac{P_2}{(1+r)^2} + \frac{P_3}{(1+r)^3} + \frac{P_5}{(1+r)^5}$$

$$P_0 = \frac{20.000}{1{,}02^2} + \frac{30.000}{1{,}02^3} + \frac{25.000}{1{,}02^5} = 19.223{,}38 + 28.269{,}67 + 22.643{,}27 = 70.136{,}32\ kn$$

b) P_2 = 20.000 kn $\qquad r = 4\% = 0{,}04$
P_3 = 30.000 kn
P_5 = 25.000 kn $\qquad M_6 = ?$

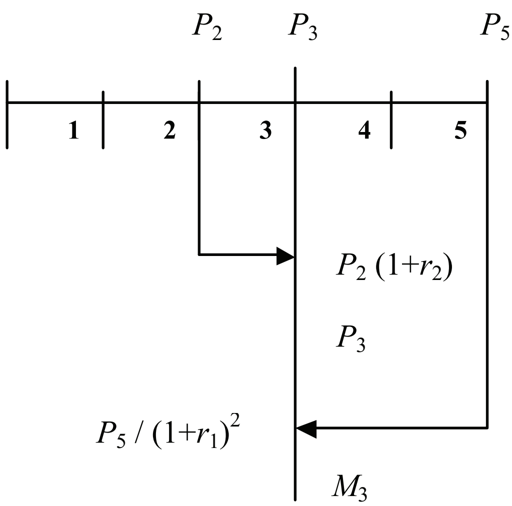


$$M_6 = P_2(1+r)^4 + P_3(1+r)^3 + P_5(1+r)$$

$$M_6 = 20.000 * 1{,}04^4 + 30.000 * 1{,}04^3 + 25.000 * 1{,}04 =$$

$$= 23.397{,}17 + 33.745{,}92 + 26.000 = 83.143{,}09 \; kn$$

c) P_2 = 20.000 kn r_1 = 2% = 0,02
P_3 = 30.000 kn r_2 = 4% = 0,04
P_5 = 25.000 kn M_3 = ?



$$M_3 = P_2(1+r_1) + P_3 + \frac{P_5}{(1+r_2)^2}$$

$$M_3 = 20.000 * 1{,}02 + 30.000 + \frac{25.000}{1{,}04^2} = 20.400 + 30.000 + 23.113{,}91 = 73.513{,}91 \; kn$$

Rješenje u proračunskoj tablici možemo dobiti kombiniranjem funkcija sadašnje (PV) i buduće (FV) vrijednosti. Tako ćemo u slučaju a) izračunati sadašnje vrijednosti iznosa iz točno određenih budućih razdoblja, a u slučaju b) buduće vrijednosti istih tih iznosa.

U slučaju c) potrebno je kombinirati i jednu i drugu funkciju jer se u jednom slučaju traži buduća vrijednost jednog elementarnog razdoblja od promatrane točke u vremenu, dok se u drugom slučaju traži sadašnja vrijednost budućeg iznosa s kraja drugog elementarnog razdoblja od promatrane točke u vremenu.

Zbog jednostavnijeg izračuna, ali i zbog poopćavanja postupka rješavanja takvih primjera, sve vrijednosti varijabli koje su nam potrebne za rješenje problema zapisat ćemo u tabličnom obliku.

	A	B	C	D	E
1	3.4.				
2	a)	promatrani trenutak =		0	
3		r=	2%		
4					
5		Buduća vrijednost	Sadašnja vrijednost	Kraj razdoblja	n
6		20.000,00	19.223,38	2	2
7		30.000,00	28.269,67	3	3
8		25.000,00	22.643,27	5	5
9					
10		Iznos=	70.136,32		
11					
12	b)	promatrani trenutak =		6	
13		r=	4%		
14					
15		Buduća vrijednost	Sadašnja vrijednost	Kraj razdoblja	n
16		23.397,17	20.000,00	2	4
17		33.745,92	30.000,00	3	3
18		26.000,00	25.000,00	5	1

19					
20		Iznos=	83.143,09		
21					
22	b)	promatrani trenutak =		3	
23		r1=	2%		
24		r2=	4%		
25					
26		Buduća vrijednost	Sadašnja vrijednost	Kraj razdoblja	n
27		20.000,00	20.400,00	2	1
28		30.000,00	30.000,00	3	0
29		23.113,91	25.000,00	5	2
30					
31		Iznos=	73.513,91		

U primjeru a) izračunali smo sadašnje vrijednosti poznatih budućih vrijednosti upotrebom zadane kamatne stope od 2 posto i izračunatim brojem razdoblja između trenutaka sadašnje i buduće vrijednosti. Budući da vrijeme ne može poprimiti negativnu vrijednost, tražili smo apsolutne razlike dvaju trenutaka u vremenu pomoću funkcije ABS koja ima sljedeću sintaksu:

ABS(iznos),

pri čemu je iznos vrijednost čiju apsolutnu vrijednost tražimo. U našem primjeru, u ćeliju E6 stoga je potrebno upisati

ABS(D3-D6)

te, analogno, ponoviti isti način izračuna broja elementarnih razdoblja u svim ostalim redovima.

Prilikom rješavanja ovog problema potrebno je voditi računa o tome je li potrebno izračunati sadašnju (PV) ili buduću (FV) vrijednost nekog iznosa.

Primjer 3.5 Prema podacima iz prethodnog primjera, odredite u kojem će trenutku (mjereno od danas) podružnica banke jednokratno isplatiti depozit matici ako će isplata iznositi točno 100.000 kn?

NAPOMENE:

1) Da bi se zadatak riješio, nužno je ugovorene asinkrone isplate svesti na neki zajednički datum, npr., kraj 6. godine (za taj datum postoji rješenje u prethodnom primjeru).
2) S obzirom da pretpostavljeni iznos isplate premašuje već izračunatu vrijednost isplate krajem 6. godine (rješenje zadatka «b» u prethodnom primjeru iznosi 83.143,09 kn), logično je da će traženi datum biti još kasniji pa možemo pretpostaviti da će za svaku od inicijalno ugovorenih isplata banka plaćati kamatu na kašnjenje, dok je informacija o bonusu za prijevremeno plaćanje u ovom zadatku očito irelevantna.

$P_0 = 83.143,09$ kn
$r = 4\% = 0,04$

$$M_{6+x} = P_0(1+r)^x = 100.000$$

$$83.143,09 * 1,04^x = 100.000$$

$$1,04^x = \frac{100.000}{83.143,09} = 1,2027$$

$$x \log 1,04 = \log 1,2027$$

$$x = \frac{\log 1,2027}{\log 1,04} = 4,7069 \text{ godina}$$

Naravno, dobiveni rezultat treba mjeriti od trenutka na koji smo se pozicionirali prilikom sinkronizacije tih asinkronih dospijeća (ovdje smo odabrali kraj 6. godine) pa je odgovor 6 + 4,7 godina, odnosno 10 godina, 8 mjeseci i 12 dana.

NAPOMENA: U ovom zadatku nismo mogli kao sinkronizirane početne vrijednosti odabrati rješenja a) ili c) prethodnog zadatka jer oba uključuju diskontiranje glavnica (zbog prijevremenog plaćanja), koje se u ovom primjeru obavlja po drugačijoj kamatnoj stopi (2 posto) od stope kašnjenja (4 posto) pa ne odgovaraju ekonomskoj prirodi događaja koji se odnosi na ovaj zadatak.

Prilikom rješavanja istog problema u proračunskoj tablici poslužit ćemo se funkcijom LOG koja ima sljedeću sintaksu:

LOG(iznos;baza),

pri čemu je *iznos* vrijednost čiji logaritam tražimo, dok je *baza* vrijednost za bazu logaritma (ako je izostavimo, podrazumijeva je baza 10).

	A	B	C	D
1	3.5	P0=	70.136,32	kn
2		Pn=	100.000,00	kn
3		r=	4,00%	
4				
5			9,0445	

U našem primjeru, u ćeliju C5 potrebno je upisati

=LOG(C2/C1;10)/LOG(1+C3;10).

3.2.2 Vremensko usklađivanje osnovnih elemenata složenog kamatnog računa

U prethodnom dijelu spomenuto je da se elementi složenog kamatnog računa mogu smatrati vremenski usklađenim ako je **nominalna kamatna stopa** (ona koja je zadana u financijskom ugovoru ili propisana kao rezultat poslovne politike financijske institucije uključene u transakciju) definirana upravo za elementarno razdoblje ukamaćivanja. Tada ukupno vrijeme ukamaćivanja (iskazano kao broj elementarnih razdoblja n) ukazuje na to koliko se puta obavlja obračun i pripis kamata glavnici, i to baš po toj stopi. Postavlja se, međutim, pitanje, što ako nominalna kamatna stopa nije definirana za elementarno razdoblje ukamaćivanja već za neko drugo razdoblje? Uz (logičnu) pretpostavku da se to elementarno razdoblje ukamaćivanja ne može mijenjati (to bi značilo i promjenu ritma obračuna kamate, na što banke svakako nisu spremne osim ako se radi o izuzetno velikom i kvalitetnom komitentu s vrlo jakom pregovaračkom snagom), proizlazi da se kamatna stopa, definirana za neko drugo razdoblje, mora najprije svesti na onu kamatnu stopu koja će se odnositi upravo na elementarno razdoblje ukamaćivanja.

Takvo svođenje nominalne kamatne stope na onu koja se odnosi na elementarno razdoblje ukamaćivanja može se obaviti dvojako, čime se dobivaju različite zamjenske kamatne stope - **relativna i konformna kamatna stopa**.

3.2.2.1 Relativna kamatna stopa

Kao prvi način transformacije nominalne kamatne stope u termine elementarnog razdoblja ukamaćivanja moguće je vremensko razdoblje t_n, na koje se odnosi nominalna kamatna stopa r_N , iskazati u broju elementarnih razdoblja ukamaćivanja **t**, čime se dobiva faktor korekcije m:

$$m = \frac{t_N}{t}$$

Zatim se tim brojem dijeli nominalna kamatna stopa te se tako dobiva tzv. **relativna kamatna stopa** r_R:

$$r_R = \frac{r_N}{m}$$

Primjer 3.6 Odredite relativne kamatne stope ako je zadano sljedeće:

a) nominalna godišnja kamatna stopa $r_N = 6$ te godišnje ukamaćivanje;

b) nominalna godišnja kamatna stopa $r_N = 6$ te polugodišnje ukamaćivanje;

c) nominalna polugodišnja kamatna stopa $r_N = 6$ te godišnje ukamaćivanje.

a) $t_N = t \Rightarrow m = 1 \Rightarrow r_R = r_N = 6$

b) $t_N = 2\mathrm{t} \Rightarrow m = 2 \Rightarrow r_R = \dfrac{r_N}{2} = 3$

c) $t_N = \dfrac{1}{2}t \Rightarrow m = \dfrac{1}{2} \Rightarrow r_R = \dfrac{r_N}{\frac{1}{2}} = 12$

Iz prethodnog primjera vidljivo je da će relativna kamatna stopa biti manja od nominalne ako je elementarno razdoblje ukamaćivanja kraće od razdoblja na koje se odnosi nominalna kamatna stopa (tj., ako je $m > 1$), odnosno obrnuto - relativna kamatna stopa bit će veća od nominalne ako je elementarno razdoblje ukamaćivanja dulje od razdoblja na koje se odnosi kamatna stopa (tj., ako je $m < 1$).

Primjer 3.7 Koliko iznosi konačna vrijednost glavnice od 20.000 kn nakon pet godina ako je propisana godišnja kamatna stopa jednaka 6 te ako je obračun kamata složen, dekurzivan i a) godišnji, b) polugodišnji? Napomena: Koristite relativnu kamatnu stopu.

$P = 20.000$ kn
$r_N = 6\% = 0{,}06$

a) $m = 1 \Rightarrow r_R = r_N = 6\%;\ \ n = 5$

$$M_5 = P(1+r)^n = 20.000 * (1+0{,}06)^5 = 26.764{,}51 \text{ kn}$$

b) $m = 2 \Rightarrow r_R = \frac{r_N}{2} = 3\%;\ \ n = m * n' = 2 * 5 = 10$

$$M_{10} = P(1+r)^n = 20.000 * (1+0{,}03)^{10} = 26.878{,}33 \text{ kn}$$

Vidimo da je konačna vrijednost glavnice uz primjenu relativne kamatne stope veća nego uz primjenu nominalne kamatne stope ako je $m > 1$.

Primjer 3.8 Koliko iznosi konačna vrijednost glavnice od 20.000 kn nakon pet godina ako je propisana polugodišnja kamatna stopa jednaka 6 te ako je obračun kamata složen, dekurzivan i a) godišnji, b) polugodišnji? Napomena: Koristite relativnu kamatnu stopu.

$P = 20.000$ kn
$r_N = 6\% = 0{,}06$

a) $m = \frac{1}{2} \Rightarrow r_R = 2\mathrm{r}_N = 12\%;\ \ n = m * n' = \frac{1}{2} * 10 = 5$

$$M_5 = P(1+r)^n = 20.000 * (1+0{,}12)^5 = 35.246{,}83 \text{ kn}$$

b) $m = 1 \Rightarrow r_R = r_N = 6\%;\ \ n = 10$

$$M_{10} = P(1+r)^n = 20.000 * (1+0{,}06)^{10} = 35.816{,}95 \text{ kn}$$

Konačna vrijednost glavnice uz primjenu relativne kamatne stope manja je nego uz primjenu nominalne kamatne stope ako je $m < 1$.

3.2.2.2 Konformna kamatna stopa

Na temelju prethodnih dvaju primjera vidljivo je da je konačna vrijednost glavnice uz primjenu relativne kamatne stope različita od te iste konačne vrijednosti (tj., u istom trenutku) koja bi se dobila uz primjenu nominalne kamatne stope (uz adekvatnu prilagodbu ritma ukamaćivanja). To opažanje dovodi nas do drugog načina pretvorbe nominalne kamatne stope u kamatnu stopu koja će se odnositi na elementarno razdoblje ukamaćivanja.

Taj način osigurava da takva zamjenska kamatna stopa bude ekvivalentna, i to u smislu očuvanja tzv. **principa ekvivalencije kapitala**, koji kaže da su dva procesa ukamaćivanja ekvivalentna ako u oba slučaja ista glavnica (tj. investirani kapital) u istom vremenskom roku generira istu ukupnu kam,atu. Primjenom, dakle, tako dobivene kamatne stope koja se naziva **konformnom kamatnom stopom**, konačne vrijednosti glavnica uz njezinu primjenu bit će jednake onima uz primjenu nominalne kamatne stope, neovisno o konkretnoj vrijednosti parametra ***m***.

Formula za konformnu kamatnu stopu izvodi se upravo iz primjene principa ekvivalencije kapitala (tj., izjednačavanjem ukupnih kamata uz primjenu nominalne i konformne kamatne stope). Njezin izvod može se naći u propisanoj literaturi, a za zadanu nominalnu kamatnu stopu r_N i faktor vremenskog usklađivanja m, završna formula za konformnu kamatnu stopu r_K glasi:

$$r_K = (1 + r_N)^{1/m} - 1$$

Primjer 3.9 Odredite konformne kamatne stope ako je zadano sljedeće:

a) nominalna godišnja kamatna stopa r_N = 8% te godišnje ukamaćivanje,

b) nominalna godišnja kamatna stopa r_N = 8% te polugodišnje ukamaćivanje i

c) nominalna polugodišnja kamatna stopa r_N = 8% te godišnje ukamaćivanje.

a) $t_N = t \Rightarrow m = 1 \Rightarrow r_K = r_N = 8$

b) $t_N = 2\text{t} \Rightarrow m = 2 \Rightarrow r_K = \left(1 + r_N\right)^{1\text{m}} - 1 = \left(1 + 0{,}08\right)^{12} - 1 = 1{,}0932$

c) $t_N = \dfrac{1}{2} t \Rightarrow m = \dfrac{1}{2} \Rightarrow r_K = \left(1 + r_N\right)^{1\text{m}} - 1 = \left(1 + 0{,}08\right)^{2} - 1 = 16{,}64$

NAPOMENA: I kod konformne kamatne stope, kao i kod relativne kamatne stope, vrijedi da će ona biti manja od nominalne ako je elementarno razdoblje ukamaćivanja kraće od razdoblja na koje se odnosi nominalna kamatna stopa (tj., ako je $m > 1$), odnosno da će biti veća od nominalne ako je elementarno razdoblje ukamaćivanja dulje od razdoblja na koje se odnosi kamatna stopa (tj. ako je $m < 1$).

Primjer 3.10 Koliko iznosi konačna vrijednost glavnice od 12.000 kn nakon šest godina ako je propisana godišnja kamatna stopa jednaka 8 posto te ako je obračun kamata složen, dekurzivan i a) godišnji, b) tromjesečni? Napomena: Koristite konformnu kamatnu stopu.

$P = 12.000$ kn
$r_N = 8\% = 0{,}08$

a) godišnji obračun kamata

$$m = 1 \Rightarrow r_K = r_N = 8\%;\ \ \mathrm{n} = 6$$

$$M_6 = P(1+\mathrm{r})^6 = 12.000 * (1+0{,}08)^6 = 19.042{,}49 \text{ kn}$$

b) tromjesečni obračun kamata

$$m = 4 \Rightarrow r_K = \left(1+r_N\right)^{1\mathrm{m}} - 1 = \left(1+0{,}08\right)^{14} - 1 = 0{,}019427$$

$$M_{12} = P(1+r_k)^{12} = 12.000 * (1+0{,}019427)^{12} = 19.042{,}49 \text{ kn}$$

Konačna vrijednost glavnice ista je neovisno o tome primjenjuje li se nominalna ili konformna kamatna stopa.

NAPOMENA: Obratite pozornost na preciznost kod iskazivanja kamatne stope jer kod formule za složeni kamatni račun ona se javlja pod eksponentom pa i najmanja razlika može izazvati veliku nepreciznost. Na primjer, kada bismo u gornjem zadatku baratali konformnom stopom od 1,94 posto (umjesto 1,9427 posto), rezultat bi iznosio 19.030,59 kn, što se razlikuje od točnog rezultata za čak 11,90 kn.

Primjer 3.11 Koliko iznosi konačna vrijednost glavnice od 15.000 kn nakon pet godina ako je propisana polugodišnja kamatna stopa jednaka 8 posto te ako je obračun kamata složen, dekurzivan i a) godišnji, b) polugodišnji? Napomena: Koristite konformnu kamatnu stopu.

$P = 15.000$ kn
$r_N = 8\% = 0{,}08$

a) godišnji obračun kamata

$$m = \frac{1}{2} \Rightarrow r_K = \left(1 + r_N\right)^{1m} - 1 = \left(1 + 0{,}08\right)^2 - 1 = 0{,}1664; \quad n = m * n' = \frac{1}{2} * 10 = 5$$

$$M_5 = P(1 + \mathrm{r})^5 = 15.000 * (1 + 0{,}1664)^5 = 32.383{,}88 \text{ kn}$$

b) polugodišnji obračun kamata

$$m = 1 \Rightarrow r_K = r_N = 0{,}08; \quad n = 10$$

$$M_{10} = P(1 + r_K)^{10} = 15.000 * (1 + 0{,}08)^{10} = 32.383{,}88 \text{ kn}$$

I u ovom slučaju konačna vrijednost glavnice nepromjenjiva je neovisno o tome koristi li se nominalna ili konformna kamatna stopa (što je i smisao konformne kamatne stope).

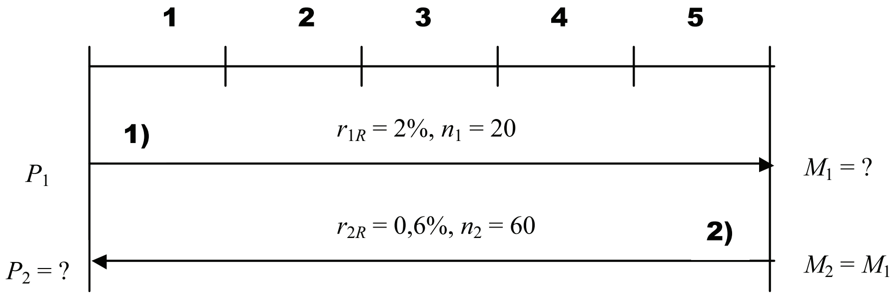
Kao zaključak vezan uz vremensko usklađivanje kamatnih stopa s ritmom ukamaćivanja, možemo reći da kod složenog kamatnog računa postoje dva načina tog usklađivanja. Prvi, koji rezultira relativnom kamatnom stopom, svodi se na mehaničko umanjivanje (ili uvećavanje) nominalne kamatne stope, obrnuto proporcionalno odnosu vremenskih intervala na koji se ona odnosi i u kojem se obavlja ukamaćivanje. Iako prilično neprecizan, taj je način zbog svoje matematičke jednostavnosti izrazito popularan u financijskom svijetu (i u Hrvatskoj i u inozemstvu).

To se, međutim, ne može reći za drugi način koji zamjensku stopu konstruira temeljem zahtjeva za očuvanjem principa ekvivalencije kapitala. Takva zamjenska stopa, nazvana konformnom kamatnom stopom, osigurava jednakost ukupnih kamata na iste polazne glavnice, neovisno o vrsti kamatne stope koja se primjenjuje. Premda vrlo precizna i konceptualno čista, ona je matematički prilično nespretna pa se stoga njezina primjena uglavnom ograničava na sudstvo i (neke) središnje banke, dok je poslovne banke i druge privatne financijske institucije u pravilu izbjegavaju.

U sljedećem primjeru, uz relativnu kamatnu stopu, ilustrira se i koncept izračunavanja **sadašnje vrijednosti ulaganja** temeljem eksternih informacija s tržišta kapitala, tj., prihvaćanjem takvih informacija kao **stope vrijednosti novca**. Ovaj koncept već je ilustriran u okviru izlaganja jednostavnog kamatnog računa, a ovdje se taj isti pristup smješta u kontekst složenog ukamaćivanja. Istovremeno, u ovom primjeru spominju se i **investicijski fondovi** kao posebna vrsta financijskih posrednika. Inicijalno karakteristični za anglosaksonske financijske sustave, nastali su razvojem ideje da se kolektivnim nastupom više pojedinačnih, prema ekonomskoj snazi zanemarivih ulagača na tržištu, eliminira (ili barem u većoj mjeri umanji) rizik njihovog izravnog ulaganja na burzi vrijednosnih papira. Umjesto prikupljanja klasičnih depozita, investicijski fondovi prodaju (emitiraju) vlasničke udjele čija razina likvidnosti uvelike ovisi o vrsti investicijskog fonda. Postoje, naime, zatvoreni i otvoreni investicijski fondovi - dok su kod zatvorenih fondova vlasnički udjeli puno sličniji klasičnim dionicama (emitira se konačan broj, a mogu se unovčiti samo na tržištu kapitala), kod otvorenih investicijskih fondova ti su udjeli promptno zamjenjivi za novac, što ih čini bliskim supstitutima depozita po viđenju. Međutim, za razliku od klasičnih depozita, vrijednost tih udjela nije konstantna, već ovisi o tržišnim performansama ulagačkog portfelja tog investicijskog fonda. U tom smislu, u sljedećem primjeru govori se o procijenjenom, a ne sigurnom prinosu od takvih vlasničkih udjela u investicijskom fondu.

Na kraju napominjemo da problematiku primjene proračunskih tablica u svrhu rješavanja takvih problema ilustriramo na primjeri 3.16 u sklopu anticipativnog kamatnog računa.

Primjer 3.12 Srećko danas posjeduje udjele u nekom investicijskom fondu u nominalnoj vrijednosti 20.000 kn, za koje je financijski savjetnik procijenio da će u sljedećih pet godina donositi prinose koji su ekvivalentni 8 posto složenih godišnjih kamata (od nominalne vrijednosti) uz kvartalni dekurzivni obračun. Ako štedionice na sredstva oročena na pet godina danas plaćaju 7,2 posto složenih godišnjih kamata uz mjesečni dekurzivni obračun, koja je najmanja cijena po kojoj bi Srećko trebao danas prodati svoje vlasničke udjele u investicijskom fondu te dobiveni novac položiti u štedionicu? Napomena: Koristite relativnu kamatnu stopu.



1) Izračun konačne vrijednosti vlasničkih uloga u investicijskom fondu

$P_1 = 20.000$
$m_1 = 4$
$r_{1N} = 8\%$
$r_{1R} = 8\% / 4 = 2\% = 0{,}02$
$n' = 5$
$n_1 = n' * m_1 = 5*4 = 20$

$$M_1 = P_1(1+\mathrm{r}_{1\mathrm{R}})^{\mathrm{n}1} = 20.000 * (1+0{,}02)^{20} = 29.718{,}95 \text{ kn}$$

2) Izračun sadašnje vrijednosti vlasničkih uloga u investicijskom fondu

$M_2 = M_1 = 29.718{,}95$ kn
$m_2 = 12$
$r_{2N} = 7{,}2\%$
$r_{2R} = 7{,}2\% / 12 = 0{,}6\% = 0{,}006$
$n' = 5$
$n_2 = n' * m_2 = 5*12 = 60$

$$P_2 = \frac{M_2}{(1+r_{2R})^{n2}} = \frac{29.718{,}948}{(1+0{,}006)^{20}} = 20.756{,}52 \text{ kn}$$

Računajući, dakle, sadašnju vrijednost Srećkovih vlasničkih udjela temeljem njihovog oportunitetnog troška (u smislu stope vrijednosti novca, tj., prihoda koji bi Srećko ostvario da nije uložio u udjele, već deponirao u štedionicu), možemo tvrditi da bi se Srećku isplatilo prodati vlasničke udjele u investicijskom fondu za svaku cijenu veću od 20.756,52 kn.

Problem možemo riješiti kombiniranjem funkcija FV i PV u proračunskoj tablici. Pritom je potrebno voditi računa o pravilnom određivanju elementarnog razdoblja te o redoslijedu utvrđivanja vrijednosti potrebnih za pronalaženje granične cijene.

	A	B	C	D
1	3.12	P1=	20.000,00	kn
2		m1=	4	kvartala
3		r1=	8%	
4		n1=	5	godina
5				
6			29.718,95	
7				
8		P2=	29.718,95	kn
9		m2=	12	mjeseci
10		r2=	7%	
11		n2=	5	godina
12				
13			20.756,52	

Ćelije C6 i C13 sadrže rješenja ovog primjera. U prvu je potrebno upisati

=FV(C3/C2;C2*C4;;-C1;),

dok je za izračun granične cijene potrebno utvrditi sadašnju vrijednost prema izrazu

=PV(C10/C9;C9*C11;;-C8;).

3.2.3 Zadaci za vježbu

1. Izračunajte iznos konačne vrijednosti glavnice i složenih kamata koje će nam banka isplatiti ako glavnicu od 20.000,00 kn oročimo u banci na 2 godine uz 10 posto godišnjih kamata. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: M_2 = 24.200,00 kuna ; I = 4.200,00 kuna

2. Koju je godišnju kamatnu stopu banka primjenjivala ako je štediša na kraju 3. godine na svom računu u banci imao 30.000,00 kn od kojih je na ime složenih kamata obračunato 7.500,00 kn? Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: r = 10,06%

3. Uz koju se godišnju kamatnu stopu u razdoblju od 5 godina neki ulog poveća (zajedno sa složenim kamatama) za 150 posto? Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: r = 20,11%

4. Za koliko će se godina neki ulog u banci učetverostručiti ako banka primjenjuje godišnju kamatnu stopu od 8 posto? Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: n = 18 godina + 0 mjeseci + 4 dana ….

5. Poduzeće treba vjerovniku isplatiti svoja dugovanja koja dospijevaju u sljedećim vremenskim razdobljima:

P_0 = 25.000,00 kn danas,
P_2 = 10.000,00 kn na kraju 2. godine,
P_4 = 20.000,00 kn na kraju 4. godine i
P_9 = 15.000,00 kn na kraju 9. godine.

Kojim jednokratnim iznosom poduzeće može podmiriti navedena dugovanja vjerovniku:

a) danas
b) krajem 3. godine
c) krajem 9. godine?

Vjerovnik na dugovanja poduzeća obračunava godišnju kamatnu stopu od 6 posto. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: M_0 = 58.620,31 kuna ; M_3 = 69.817,73 kuna ; M_9 = 99.037,78 kuna

6. Kolika je početna vrijednost glavnice ako je njezina konačna vrijednost na kraju 5. godine jednaka 100.000,00 kn? Za prve dvije godine primjenjivala se polugodišnja kamatna stopa od 6 posto, za sljedeće dvije godine stopa je iznosila 5 posto, a u zadnjoj godini stopa je bila jednaka 4 posto. Obračun kamata je složen, polugodišnji i dekurzivan.

Rješenje: P = 60.249,38 kuna

7. S kolikim iznosom u banci raspolaže štediša na kraju 4. godine ako je danas uložio u banku iznos od 5.000,00 kn? Nakon jedne godine i 3 mjeseca od danas, štediša je iz banke podigao iznos od 2.500,00 kn da bi nakon 2 godine i 9 mjeseci od danas uplatio na račun iznos od 500,00 kn. Banka je za sve četiri godine obračunavala kvartalnu kamatnu stopu od 2 posto. Obračun kamata je složen, kvartalni i dekurzivan.

Rješenje: M_{16} = 4.307,53 kuna

8. Neka osoba danas je uložila iznos od 10.000,00 kn u banku. Koliki će iznos na svojoj štednoj knjižici ta osoba imati na kraju 3. godine ako je banka zaračunavala prve godine 8 posto godišnjih kamata, druge godine 10 posto godišnjih kamata te posljednje, treće godine, 12 posto godišnjih kamata? Obračun kamata je složen, kvartalni i dekurzivan.

Napomena: Zadatak riješite korištenjem relativne i konformne kamatne stope.

Rješenje: a) korištenje relativne kamatne stope: M_{12} = 13.447,61 kuna; b) korištenje konformne kamatne stope: M_{12} = 13.305,62 kuna

Problemski zadatak

Privatno poduzeće Albatros odlučilo je investirati novčani iznos od 1.000.000 kuna u izgradnju novog poslovnog objekta. Poduzeće je u projekt izgradnje investiralo vlastita novčana sredstva u iznosu od 700.000 kuna, dok je za preostali dio novčanih sredstava od 300.000 kuna odlučilo financirati tuđim, tj., posuđenim kapitalom. Financijski manager poduzeća Albatros odlučio je uzeti u razmatranje određeni broj ponuda za financiranje sa tržišta novca i kapitala. U uži izbor kao prihvatljive opcije za financiranje poduzeća ušle su sljedeće dvije ponude:

a) fizička osoba, tj., privatni investitor, spreman je danas posuditi novčani iznos od 300.000 kuna uz polugodišnju dekurzivnu složenu kamatnu stopu od 2 posto, polugodišnji obračun kamata i rok od 3 godine, što podrazumijeva jednokratni povrat kamata i glavnice duga na kraju treće godine;

b) pravna osoba, tj., financijska institucija, spremna je danas posuditi novčani iznos od 300.000 kuna uz dvogodišnji obračun kamata i rok od 4 godine. Prema postignutom dogovoru, poduzeće Albatros na kraju druge godine bilo bi dužno vratiti 120.000 kuna, a na kraju četvrte godine 210.000 kuna glavnice duga koja je uvećana za alikvotni, tj., pripadajući dio kamata.

Na temelju navedenih podataka treba izračunati sljedeće:

e) Novčani iznos duga (konačnu vrijednost glavnice) što će ga poduzeće Albatros vratiti privatnom investitoru na kraju treće godine.

f) Visinu dvogodišnje dekurzivne složene kamatne stope koju primjenjuje financijska institucija u svom modelu financiranja poduzeća Albatros.

g) Koja je od navedenih ponuda bolja za financiranje poduzeća ako za trenutak usporedbe uzmemo kraj osme godine, uz pretpostavku da su u izračunu zadržani početni parametri (visina kamatnih stopa i načini obračuna kamata) za obje ponude?

3.3 Anticipativni složeni obračun kamata

U uvodnom dijelu predavanja podrazumijevao se dekurzivni obračun kamata, tj., obračun kod kojeg se kamata obračunava na kraju elementarnog razdoblja ukamaćivanja, a primjenjuje se na glavnicu s početka elementarnog razdoblja ukamaćivanja. Međutim, baš kao i kod jednostavnog kamatnog računa, i kod složenog kamatnog računa moguće je propisati i anticipativni obračun kod kojeg se kamata obračunava na početku elementarnog razdoblja ukamaćivanja, a primjenjuje se na glavnicu s kraja tog razdoblja.

Same formule za anticipativni složeni kamatni račun izvode se analogno formulama za dekurzivni račun, dakle, polazeći od iste ideje da složeno ukamaćivanje nije ništa drugo nego pravilni niz sukcesivnih jednostavnih ukamaćivanja. Međutim, ovdje se polazi od osnovne formule za jednostavne kamate koja vrijedi za anticipativno (a ne dekurzivno) ukamaćivanje pa se i formule za složeni kamatni račun u ovoj varijanti razlikuju od onih navedenih u dosadašnjem dijelu predavanja.

Konkretno, za početnu vrijednost glavnice P kod anticipativnog obračuna kamata njezina konačna vrijednost, M_n, nakon n elementarnih razdoblja ukamaćivanja uz kamatnu stopu r, izračunava se prema formuli:

$$M_n = \frac{P}{(1-r)^n}$$

pri čemu se izraz

$$\frac{1}{(1-r)}$$

koji se u prethodnoj formuli nalazi pod eksponentom n, naziva **anticipativnim kamatnim faktorom**, za razliku od izraza $(1 + r)$ koji se na njegovom mjestu pojavljuje kod dekurzivnog obračuna složenih kamata, a koji se naziva **dekurzivnim kamatnim faktorom**.

Sljedeća tri primjera ilustriraju način funkcioniranja anticipativnog kamatnog računa te njegovu usporedbu (prema kvantitativnim efektima) s dekurzivnim kamatnim računom.

Primjer 3.13 Kolika je konačna vrijednost glavnice od 50.000 kn na kraju osme godine uz 4 posto kamata godišnje ako je obračun kamata složen te a) anticipativan i b) dekurzivan?

$P = 50.000$
$r = 4\% = 0{,}04$
$n = 8$

a) anticipativni složeni obračun kamata:

$$M_8 = \frac{50.000}{(1-0,04)^8} = 69.310,68$$

b) dekurzivni složeni obračun kamata:

$$M_8 = 50.000 * (1+0,04)^8 = 68.428,45$$

Usporedbom gornjih rezultata uočavamo da i kod složenog ukamaćivanja anticipativni obračun kamata generira *(ceteris paribus)* veće kamate nego dekurzivni obračun.

Primjer 3.14 Za koliko će se godina neka glavnica položena u banku upeterostručiti ako ta banka odobrava 8,12 posto anticipativnih godišnjih kamata uz složeni i godišnji obračun kamata?

$$M_n = \frac{P}{(1-r)^n}$$

$$(1-r)^n = \frac{P}{M_n}$$

$$\log(1-r)^n = \log\left(\frac{P}{M_n}\right)$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{P}{M_n}\right)}{\log(1-r)} = \frac{\log\left(\frac{1}{5}\right)}{\log(1-0,0812)} = 19,005$$

Primjer 3.15 Koliko danas treba uložiti u banku da bi tijekom sedam godina vrijednost toga uloga narasla na 10.000 kn ako ta banka (uz godišnji složeni obračun) obračunava 6,3 posto anticipativnih godišnjih kamata?

$M_8 = 10.000$
$r = 6,3\% = 0,063$
$n = 7$

$$M_n = \frac{P}{(1-r)^n}$$

$$M_n(1-r)^n = P$$

$$P = 10.000 * (1-0,063)^{10} = 6.341,28 \text{ kn}$$

3.3.1 Anticipativna konformna kamatna stopa

Naravno, i kod anticipativnog obračuna kamata nužno je vremenski uskladiti njegove elemente ukoliko se razdoblje na koje se odnosi nominalna kamatna stopa ne podudara s elementarnim razdobljem ukamaćivanja. To znači da i kod ovog obračuna u tom slučaju treba izračunavati relativnu ili konformnu kamatnu stopu. No, dok se relativna kamatna stopa izračunava na isti način kao i kod dekurzivnog obračuna kamata, formula za anticipativnu konformnu kamatnu stopu razlikuje se od njezine dekurzivne varijante, što je opet posljedica inzistiranja na jednakosti ukupnih kamata (koje se ovdje računaju po drugačijoj formuli) kao primjeni principa ekvivalencije kapitala.

Formula za anticipativnu konformnu kamatnu stopu glasi:

$$r_K = 1 - (1 - r_N)^{1/m}$$

Primjer 3.16 Koliko iznosi konačna vrijednost glavnice od 15.000 kn nakon sedam godina ako je propisana godišnja kamatna stopa jednaka 5,2 posto te ako je obračun kamata složen, anticipativan i a) godišnji, b) polugodišnji? Napomena: U drugom dijelu zadatka koristite: b1) relativnu i b2) konformnu kamatnu stopu.

P = 15.000 kn
r_N = 5,2% = 0,052

a) $m = 1 \Rightarrow r_K = r_N = 0,052; \;\; n = 7$

$$M_7 = \frac{P}{(1-r)^7} = \frac{15.000}{(1-0,052)^7} = 21.798,82$$

b1) $m=2 \Rightarrow r_R = \dfrac{r_N}{2} = 0{,}026;\ n = m * n' = 2*7 = 14$ polugodišta

$$M_{14} = \frac{P}{(1-r_R)^{14}} = \frac{15.000}{(1-0{,}026)^{14}} = 21.690{,}32$$

b2) $m=2 \Rightarrow r_K = 1-(1-0{,}052)^{\frac{1}{2}} = 0{,}026347;\ n = m * n' = 2*7 = 14$ polugodišta

$$M_{14} = \frac{P}{(1-r_K)^{14}} = \frac{15.000}{(1-0{,}026347)^{14}} = 21.798{,}82$$

Uočimo da je i kod anticipativnog obračuna konačna vrijednost glavnice jednaka neovisno o tome primjenjuje li se nominalna ili konformna kamatna stopa, dok primjena relativne kamatne stope rezultira drugačijom konačnom vrijednošću glavnice.

3.3.2 Ekvivalentna dekurzivna (anticipativna) kamatna stopa

U kontekstu jednostavnog kamatnog računa govorilo se o ekvivalentnoj (u smislu jediničnog kamatnog prinosa) kamatnoj stopi jednog kamatnog obračuna (anticipativnog ili dekurzivnog) prema drugom (dekurzivnom ili anticipativnom, respektivno). Isti koncept može se primijeniti i kod složenog kamatnog računa, a rezultirajuće su formule sljedeće:

a) ako je zadana anticipativna kamatna stopa r_a, tada se ekvivalentna dekurzivna kamatna stopa r_d izračunava prema formuli:

$$r_d = \frac{r_a}{1-r_a}$$

b) ako je zadana dekurzivna kamatna stopa r_d, tada se ekvivalentna anticipativna kamatna stopa r_a izračunava prema formuli:

$$r_a = \frac{r_d}{1+r_d}$$

Primjer 3.17 Ako je danas ulog od 8.000 kn oročen u banci na pet godina, kolika je vrijednost toga uloga po dospijeću ako su godišnje kamate 6 posto, a obračun kamata godišnji, složen i a) dekurzivan i b) anticipativan. Napomena: Oba dijela zadatka izračunajte: 1) izravno i 2) neizravno, tj., pomoću ekvivalentnih kamatnih stopa.

P = 8.000 kn
n = 5 godina

a) r_d = 6% = 0,06
b) r_a = 6% = 0,06

a1) $$M_5 = P(1+r_d)^5 = 8.000 * (1+0,06)^5 = 10.705,81$$

a2) $$r'_a = \frac{r_d}{1+r_d} = \frac{0,06}{1+0,06} = 0,0566038$$

$$M_5 = \frac{P}{(1-r'_a)^5} = \frac{8.000}{(1-0,0566038)^5} = 10.705,81$$

b1) $$M_5 = \frac{P}{(1-r_a)^5} = \frac{8.000}{(1-0,06)^5} = 10.900,61$$

b2) $$r'_d = \frac{r_a}{1-r_a} = \frac{0,06}{1-0,06} = 0,0638298$$

$$M_5 = P(1+r'_d)^5 = 8.000 * (1+0,0638298)^5 = 10.900,61$$

Proračunske tablice u potpunosti se baziraju na dekurzivnom kamatnom računu pa je pri upotrebi ugrađenih financijskih funkcija za rješavanje problema koji se temelje na anticipativnom obračunu neophodno za svaku anticipativnu kamatnu stopu izračunati ekvivalentnu dekurzivnu.

U primjeru 3.16, koji rješavamo u nastavku, stoga je prvo potrebno pronaći odgovarajuću dekurzivnu kamatnu stopu pomoću izraza

0,052/(1-0,052)

čiju ćemo vrijednost uvrstiti u funkciju FV, kao što je prikazano u nastavku.

	A	B	C	D
1	3.16	P=	15.000,00	kn
2		r=	5,2%	
3				
4	a)	rd=	5,485%	
5		n=	7	godina
6		M=	21.798,82	kn
7				
8	b)	rd=	2,669%	
9		n=	14	polugodišta
10		M=	21.690,32	kn
11				
12	b)	rd=	2,706%	
13		n=	14	polugodišta
14		M=	21.798,82	kn

Ćelije C6, C10 i C13 sadrže rješenja ovoga primjera koja su dobivena pomoću funkcije buduće vrijednosti

= FV(C4;C5;;-C1;)

= FV(C8;C9;;-C1;)

=FV(C12;C13;;-C1;)

Kao što vidimo, u primjerima b) i c) potrebno je koristiti ekvivalentne kamatne stope koje smo dobili preračunavanjem anticipativne u dekurzivnu kamatnu stopu. Pritom je potrebno voditi računa o uvjetima zadatka koji je definirao upotrebu relativne, odnosno konformne anticipativne kamatne stope. Stoga u izraz za ekvivalentnu dekurzivnu stopu moramo uvrstiti relativnu anticipativnu, odnosno konformnu anticipativnu stopu, koje odgovaraju polugodišnjim razdobljima ukamaćivanja i nominalnoj godišnjoj anticipativnoj stopi.

U slučaju b) stoga računamo ekvivalentnu anticipativnu stopu kao

=(C2/2)/(1-C2/2)

dok u slučaju c) koristimo izraz

=(1-(1-C2)^(1/2))/((1-C2)^(1/2))

pri čemu se znak “^” koristi kao oznaka potenciranja (podsjetimo se, recipročna vrijednost potencije zapravo predstavlja korijen pa je tako potencija 0,5 zapravo drugi korijen).

3.4 Kontinuirano ukamaćivanje

Kontinuirano ukamaćivanje (engl. *continuous capitalization*) poseban je oblik obračuna kamata kod kojeg se kamate obračunavaju i pripisuju glavnici neprekidno (kontinuirano). Kod ovog ukamaćivanja ne postoje određeni vremenski intervali na kraju kojih bi se obavljao (barem virtualno) obračun i pripis kamata za čitavu duljinu intervala. Da budemo matematički precizniji, takvi intervali postoje, ali su beskonačno maleni pa se i formule za takvo ukamaćivanje dobivaju kao rezultat limes procesa provedenog nad formulama za “obično” (diskontinuirano) ukamaćivanje, uz uvjet da duljina elementarnog razdoblja ukamaćivanja teži nuli (odnosno, tehnički preciznije rečeno, da broj elementarnih razdoblja ukamaćivanja u jednoj godini teži beskonačnosti).

Rezultat takvog postupka sljedeća je formula za konačnu vrijednost glavnice u uvjetima kontinuiranog ukamaćivanja:

$$M = Pe^{nr}$$

pri čemu je e oznaka za iracionalni broj koji predstavlja bazu prirodnog logaritma (e = 2,718281...), a ostale oznake odgovaraju onima iz formula za diskontinuirano ukamaćivanje, uz napomenu da se oznaka n odnosi na broj vremenskih razdoblja na koje se odnosi kamatna stopa r (radi se najčešće o godišnjim kamatnim stopama pa tada i *n* predstavlja broj godina).

NAPOMENA: Potpuni izvod gornje formule (uz opis provedenog limes procesa) može se pronaći u Barnett (2006).

Kontinuirano ukamaćivanje predstavlja, dakle, ekstrem u variranju duljine elementarnog razdoblja ukamaćivanja (na suprotnoj strani u tom postupku nalazi se jednostavno ukamaćivanje). Kako visina ukupnih kamata na neku glavnicu ovisi i o toj duljini (obrnuto joj je proporcionalna), možemo zaključiti da od svih oblika obračuna kamata upravo kontinuirano ukamaćivanje generira *(ceteris paribus)* najveće moguće ukupne kamate. To ilustrira sljedeći primjer.

Primjer 3.18 Glavnica od 8.000 kn ukamaćuje se 5 godina uz 6 posto dekurzivnih godišnjih kamata. Kolika je konačna vrijednost te glavnice ako je obračun kamata: a) godišnji i jednostavan, b) godišnji i složen i c) kontinuiran?

a) $P = 8.000$
$t = 5$
$r = 6\% = 0{,}06$

$$M_5 = P(1 + rt) = 8.000 * (1 + 0{,}06 * 5) = 10.400$$

b) $P = 8.000$
$t = 5$
$r = 6\% = 0{,}06$

$$M_5 = P(1 + rt) = 8.000 * (1 + 0{,}06 * 5) = 10.705{,}81$$

c) $P = 8.000$
$t = 5$
$r = 6\% = 0{,}06$

$$M_5 = Pe^{nr} = 3.000 * 2{,}718281^{5*0{,}06} = 10.798{,}87$$

Premda vrlo lukrativno (isplativo), kontinuirano ukamaćivanje zapravo se nikada ne primjenjuje u financijskom poslovanju, već svoju primjenu nalazi u analizi (kontinuiranih) bioloških, kemijskih i drugih prirodnih pojava (što objašnjava i prirodnu pretpostavku o dekurzivnom "obračunu kamata"). U ekonomiji, i to uglavnom samo teorijskoj ekonomiji, primjenu nalazi u okviru matematičkih modela koji se bave kauzalitetom između prirodnih zakonitosti (npr., prirodnog prirasta stanovništva) i onih makroekonomskih.

Primjer 3.19 Na otoku živi 20.000 stanovnika. Ako je procijenjeni natalitet (prosječni godišnji prirast broja stanovnika) na tom otoku 2,8 posto, koliko će na njemu biti stanovnika za deset godina?

P = 20.000 stanovnika
r = 2,8% = 0,028
n = 10 godina

$$M_{10} = Pe^{nr} = 20.000 * 2,718281^{10*0,028} = 26.462,60 \approx 26.463$$

Primjer 3.20 Koliki je procijenjeni prosječni godišnji prirast u stadu ovaca ako se taj broj prema procjenama u posljednjih 7 godina upeterostručio?

$$M = Pe^{nr}$$

$$5\mathrm{P} = Pe^{nr}$$

$$5 = e^{nr} \ln$$

$$\ln 5 = \ln e^{nr}$$

$$\ln 5 = nr$$

$$r = \frac{\ln 5}{n} = \frac{\ln 5}{7} = 0,23 = 23$$

Kontinuirano ukamaćivanje nije podržano na razini funkcije proračunske tablice pa je stoga za rješavanje ovoga primjera potrebno upisati prethodno definirani izraz za kamatnu stopu kao

=ln(5)/7

3.5 Zadaci za vježbu

1. Kolika je sadašnja (početna) vrijednost uloga koji na kraju pete godine iznosi 200.000,00 kn ako je kamatna stopa jednaka 10 posto godišnje? Obračun kamata je složen, polugodišnji i anticipativan.

NAPOMENA: Zadatak riješite korištenjem relativne i konformne kamatne stope.

Rješenje: a) korištenje relativne kamatne stope: P = 119.747,39 kuna; b) korištenje konformne kamatne stope: P = 118.097,63 kuna

2. Glavnica od 50.000,00 kn najprije je bila uložena uz godišnju kamatnu stopu od 8 posto, a zatim uz godišnju kamatnu stopu od 10 posto da bi na kraju osme godine narasla na 104.064,68 kn. Koliko dugo je ta glavnica bila uložena uz 8 posto kamata, a koliko uz 10 posto kamata ako je obračun kamata složen, godišnji i anticipativan?

Rješenje: n_1 = 5 godina ; n_2 = 3 godine

3. Štediša je odlučio oročiti određenu sumu svog novca u poslovnoj banci. Osnovni kriterij odabira banke u kojoj će deponirati svoja novčana sredstva jest visina kamatne stope koju banka obračunava na oročena sredstva. U uži izbor ušle su dvije banke koje primjenjuju sljedeći obračun kamata:

- prva banka obračunava godišnju kamatnu stopu od 10 posto uz primjenu dekurzivnog godišnjeg obračuna kamata;
- druga banka obračunava godišnju kamatnu stopu od 9 posto uz primjenu anticipativnog godišnjeg obračuna kamata.

Koja banka nudi povoljnije uvjete oročavanja za štedišu?

Rješenje: r_{1a} = 9,09% ; r_{2d} = 9,89%. Štediša će odabrati prvu banku jer će u njoj dobiti veću kamatnu stopu na sredstva koja namjerava oročiti (bilo da se kamate obračunavaju dekurzivnim, bilo anticipativnim načinom).

4. Stanovništvo nekog grada udvostručuje se za 20 godina. Izračunajte njegov prosječni godišnji prirast.

Rješenje: $r = 3{,}47\%$

5. Izračunajte za koliko će se godina stanovništvo nekog grada utrostručiti ako je njegov prosječni godišnji prirast jednak 30 posto.

Rješenje: n = 3 godine + 7 mjeseci + 28 dana ….

6. Koja će masa u tovu za prva 4 mjeseca uz prosječni godišnji prirast od 30 posto i sljedećih 6 mjeseci uz prosječni godišnji prirast od 20% narasti na 2 tone težine?

Rješenje: P = 1,6375 tona

Problemski zadatak

Početkom 2003. godine privatni investitori (mali dioničari) osnovali su poslovnu banku LUMART BANKA d.d. kojoj je osnovni cilj poslovanja orijentacija na domaće financijsko tržište, prvenstveno putem kreditiranja malih i srednjih poduzetnika. Temeljni kapital banke iznosi 10.000.000,00 kuna, a banka je od Hrvatske narodne banke dobila dozvolu poslovanja na domaćim i inozemnim tržištima. Upravni odbor banke donio je odluku o redovnom početku poslovanja na način da se banka financira iz eksternih izvora, tj., pribavljanjem novčanih sredstava kod drugih poslovnih banaka u zemlji i inozemstvu. Banka je prihvatila dvije kreditne ponude, jedne domaće i jedne strane banke:

a) iznos od 20.000.000,00 kuna, rok otplate kredita je 10 godina, obračun kamata je složen, polugodišnji i dekurzivan, a zadana kamatna stopa iznosi 6 posto godišnje (primijeniti relativnu kamatnu stopu);
b) iznos od 2.000.000,00 eura (1 EUR = 7,5 HRK), rok otplate kredita je 8 godina, obračun kamata je složen, kvartalni i anticipativan, a zadana kamatna stopa iznosi 5 posto godišnje (primijeniti relativnu kamatnu stopu). Utjecaj fluktuacije tečaja zanemaruje se, što znači da je tečaj fiksan čitavo vrijeme otplate kredita (1 EUR = 7,5 HRK).

Temeljem prikupljenih sredstava, banka će na domaćem tržištu odobravati kratkoročne kredite prema sljedećim uvjetima:

- rok otplate 1 godina
- glavnica kredita vraća se jednokratno na kraju godine

- nepromjenjiva kamatna stopa 10 posto godišnje (primijeniti konformnu kamatnu stopu)
- obračun kamata je složen, mjesečni i dekurzivan, a kamata i glavnica naplaćuju se jednokratno na kraju godine.

Na temelju navedenih podataka treba izračunati sljedeće:

a) Koliki će novčani iznos LUMART BANKA d.d. dugovati domaćoj banci na kraju 1. i na kraju 10. godine (ponuda pod a)?

b) Koliki će novčani iznos LUMART BANKA d.d. dugovati inozemnoj banci na kraju 1. i na kraju 8. godine (ponuda pod b)?

c) Koliki će novčani iznos LUMART BANKA d.d. zaraditi od svojih kratkoročnih kreditnih aranžmana na kraju 1. godine ako plasira sva prikupljena sredstva od domaće banke (ponuda pod a)?

d) Koliki će novčani iznos LUMART BANKA d.d. zaraditi od svojih kratkoročnih kreditnih aranžmana na kraju 1. godine ako plasira sva prikupljena sredstva od inozemne banke (ponuda pod b)?

e) Koja je od navedenih ponuda povoljnija za LUMART BANKU d.d., tj., koliko iznosi maksimalni profit od kamata (kao razlika između prihoda od odobrenih i rashoda od podignutih kreditnih aranžmana) koji može ostvariti LUMART BANKA d.d. na kraju 1. godine (izraženo u kunama, tj., u apsolutnim iznosima)?

3.6 Periodične (prenumerando i postnumerando) uplate i isplate

3.6.1 Uvod

Periodične uplate ili isplate (engl. *annuity*) kao ilustracija primjene složenog kamatnog računa odnose se na situacije u kojima ne treba odrediti početnu (ili sadašnju) ili konačnu vrijednost jednokratne uplate (pologa, upisa vrijednosnog papira i sl.) već taj isti problem treba riješiti za višekratne uplate (ili isplate) koje se obavljaju periodički, tj., u nekom zadanom (ravnomjernom) vremenskom ritmu unutar ukupnog vremena ukamaćivanja.

Brojni su primjeri ovakvih matematičkih situacija u praksi: isplata (ukupne svote) mirovinskog osiguranja u trenutku umirovljenja (a koje se temelji na mjesečnim uplatama tog osiguranja tijekom radnog vijeka osiguranika), isplata plaća, otplate kredita, rentna štednja i životno osiguranje samo su neki od njih.

Svako, dakle, redovito obavljanje uplata (ili isplata) u zadanom vremenskom ritmu smatra se takvim tipom problema. Ipak, postoje određene matematički relevantne razlike među njima, koje se koriste za njihovu klasifikaciju. Tako se, na primjer, ovisno o raspoloživosti informacija o trajanju režima periodičnih uplata (ili isplata), one dijele na **sigurne periodične uplate (ili isplate)**, tj., one sa sigurnim vremenskim početkom i završetkom (engl. *annuity certain*) i tzv. **uvjetne periodične uplate (ili isplate),** tj., one kod kojih početni i/ili završni trenutak u vremenu nije poznat (engl. *contingent annuity*). Otplata zajma putem mjesečnih otplatnih rata tipičan je primjer sigurnih periodičnih plaćanja, dok se kao primjer uvjetnih periodičnih isplata može navesti isplata mirovina u okviru državne sheme socijalnog i mirovinskog osiguranja (u Hrvatskoj su to tzv. prvi i drugi stup mirovinskog osiguranja).

Nadalje, periodične uplate (ili isplate) razlikovat će se ovisno o tome obavljaju li se one na početku ili na kraju svakog razdoblja. U prvom slučaju radi se o tzv. **prenumerando uplatama (ili isplatama)** (engl. *annuity due*), a u drugom slučaju o tzv. **postnumerando uplatama (ili isplatama)** (engl. *ordinary annuity*).

Matematičke implikacije ima i činjenica da se neke periodičke uplate (ili isplate) ukamaćuju jednostavnim kamatama (engl. *simple annuity*), dok se druge ukamaćuju složenim kamatama (engl. *investment annuity*).

S obzirom da je za izučavanje uvjetnih financijskih transakcija potrebno poznavanje elemenata teorije vjerojatnosti, što izlazi izvan okvira ovog kolegija, ovdje će se promatrati samo sigurne uplate i isplate. Pritom se obrađuju samo matematički najjednostavnije situacije, a to su one u kojima su te višekratne uplate (ili isplate) jednake u svojim nominalnim iznosima. U tom slučaju, očigledno je da se radi o nekom pravilnom nizu iznosa (čiji se susjedni elementi razlikuju samo u kamatnom faktoru) pa će se i formule za izračunavanje početne i konačne vrijednosti takvih uplata (ili isplata) oslanjati na poznatu formulu za sumu prvih n članova geometrijskog niza.

Takva vrsta svođenja ritmičkih financijskih transakcija na vrijednost u nekom jedinstvenom trenutku već je spomenuta u okviru potrošačkog kredita koji se otplaćuje u jednakim mjesečnim ratama. No, kako se kod te vrste kredita obračunavaju jednostavne kamate, pripadna formula za ukupne kamate oslanja se na sumiranje aritmetičkog niza, dok se ovdje periodične uplate (ili isplate) ukamaćuju složeno pa se, konzekventno, i formule baziraju na geometrijskom nizu.

NAPOMENA: Kao i u dosadašnjim poglavljima, i ovdje se daju samo završne formule, dok je za njihovo izvođenje potrebno koristiti propisanu literaturu.

3.6.2 Konačna vrijednost periodičnih uplata ili isplata

Tipičan problem vezan uz periodične uplate jest izračunavanje njihove **konačne vrijednosti** (engl. *amount of an annuity*) na kraju režima uplaćivanja. Kod rentne štednje, na primjer, upravo je to iznos koji će štediša moći podići sa svog računa po isteku režima te štednje.

Za konstantne godišnje uplate (ili isplate) R tijekom n godina ukamaćivanja po složenoj godišnjoj stopi r, konačna vrijednost prenumerando uplata (ili isplata) M_n izračunava se prema formuli:

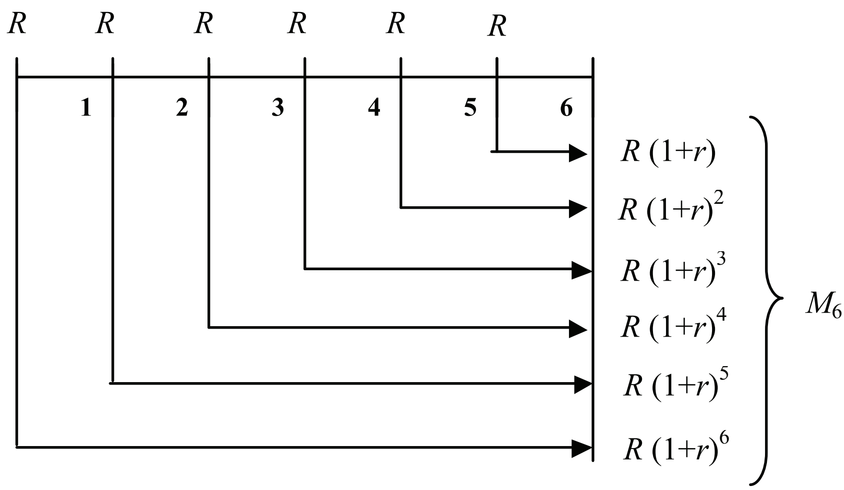
$$M_n = \frac{R(1+r)((1+r)^n - 1)}{r}$$

dok se (za iste elemente) konačna vrijednost postnumerando uplata (ili isplata) M'_n izračunava prema formuli:

$$M'_n = \frac{R((1+r)^n - 1)}{r}$$

Primjer 3.21 Osoba početkom svake godine ulaže na račun rentne štednje u banci po 1.000 kn. Koliko će biti stanje na tom računu na kraju šeste godine ako je obračun kamata složen, godišnji i dekurzivan, a banka obračunava 7 posto godišnjih kamata?

U ovom primjeru zapravo se traži konačna vrijednost prenumerando otvorene štednje s jednakim uplatama. Zbog jednostavnijeg razumijevanja zadatka, ilustrirat ćemo kako bismo zadatak riješili pomoću već poznatog postupka složenog dekurzivnog ukamaćivanja, imajući na umu kako svaka nova uplata ima jedno elementarno razdoblje ukamaćivanja manje od prethodne. Važno je uočiti da sve uplate imaju istu točku promatranja buduće vrijednosti.



R = 1.000
r = 7% = 0,07
n = 6 godina

$$M_6 = \frac{R(1+r)((1+r)^6 - 1)}{r} = \frac{1.000 * (1+0{,}07)((1+0{,}07)^6 - 1)}{0{,}07} = \frac{535{,}7815}{0{,}07} = 7.654{,}02\ kn$$

Periodične transakcije u proračunskim tablicama podržane su već spomenutim funkcijama buduće (FV) i sadašnje (PV) vrijednosti. U svrhu izračuna vrijednosti periodičnih transakcija, osim uobičajenih vrijednosti parametara, moramo osigurati trenutak elementarnog razdoblja u kojem se one obavljaju (početak ili kraj elementarnog razdoblja).

U ovom primjeru imamo periodične uplate koje se obavljaju početkom svake godine i tražimo s koliko sredstava na računu možemo raspolagati na kraju promatranog razdoblja štednje. Stoga koristimo dopunjeni oblik funkcije FV čija je sintaksa

FV (kamatna stopa; broj razdoblja ukamaćivanja;
-iznos uplate; -sadašnja vrijednost; trenutak)

pri čemu je uz iznos periodične transakcije, označen izrazom *iznos uplate,* posebno važan parametar *trenutak* kod kojeg su predviđene dvije vrijednosti: nula (0) za periodične transakcije na kraju razdoblja i jedan (1) za periodične transakcije na početku razdoblja.

Imamo li na umu sve izneseno, buduću vrijednost prenumerando uplata iz primjera možemo izračunati pomoću izraza

=FV(0,07;6;-1000;0;1)

koji će nam kao rezultat vratiti traženu vrijednost 7.654,02.

Primjer 3.22 Poduzeće je izdalo obveznice s konačnom vrijednosti od 150.000 kn, s dospijećem za 18 godina. Ako banka tog poduzeća obračunava složene dekurzivne kamate po godišnjoj stopi od 7 posto, koliki iznos poduzeće treba uplaćivati u banku početkom svake godine da bi na kraju 18. godine moglo podići iznos potreban za isplatu obveznica?

U ovom primjeru potrebno je utvrditi iznos periodične uplate ako je poznata njihova konačna vrijednost (engl. *sinking fund problem*).

n = 18 godina
r = 7% = 0,07
M_{18} = 150.000 kn

$$M_n = \frac{R(1+r)((1+r)^n - 1)}{r} \Rightarrow R = \frac{M_n r}{(1+r)((1+r)^n - 1)}$$

$$R = \frac{M_{18} r}{(1+r)((1+r)^{18} - 1)} = \frac{150.000 * 0,07}{(1+0,07)((1+0,07)^{18} - 1)} = \frac{10.500}{2,5465} = 4.123,26\ kn$$

Iznos periodične transakcije također možemo izračunati upotrebom jedne od funkcija proračunske tablice. U ovom slučaju radi se o funkciji PMT koja ima sljedeću sintaksu

PMT (kamatna stopa; broj razdoblja ukamaćivanja;
-sadašnja vrijednost; -buduća vrijednost; trenutak)

pri čemu je, u ovom slučaju, dovoljno navesti samo buduću vrijednost koju poduzeće želi osigurati prenumerando uplatama (parametar *trenutak* stoga će imate vrijednost 1).

Za potrebe rješavanja ovog primjera stoga je potrebno upisati izraz

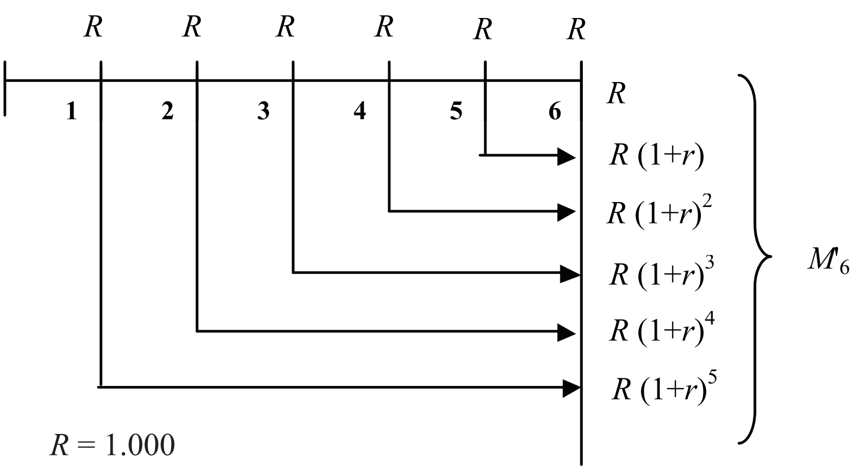
=PMT(0,07;18;;-150000;1)

koji će nam kao rezultat vratiti traženu vrijednost 4.123,26.

Primjer 3.23 Tijekom prvih 6 godina netko krajem svake godine na štedni račun ulaže po 1.000 kn. Ako banka obračunava 7 posto složenih godišnjih kamata, uz njihov godišnji dekurzivni obračun, koliko će biti stanje na tom računu a) krajem šeste godine i b) krajem desete godine?

U ovom primjeru traži se konačna vrijednost postnumerando uplata.

a) Konačna vrijednost postnumerando uplata na kraju šeste godine.

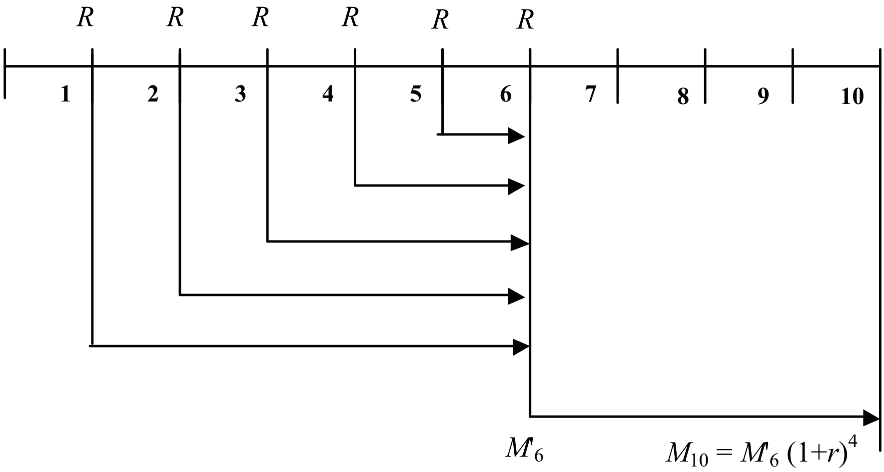


R = 1.000
r = 7% = 0,07
n = 6 godina

$$M_6^{'} = \frac{R((1+r)^6-1)}{r} = \frac{1.000*((1+0,07)^6-1)}{0,07} = \frac{500,7304}{0,07} = 7.153,29\ kn$$

b) Konačna vrijednost postnumerando uplata na kraju desete godine.

Ova vrijednost može se izračunati složenim dekurzivnim ukamaćivanjem iznosa dobivenog u dijelu a) ovog primjera i to u razdoblju koje počinje na kraju šeste godine i završava na kraju desete.



$$M_6^{'} = 7.153,29\ kn$$

$$M_{10} = M_6(1+r)^{10-6} = M_6(1+r)^4 = 7.153,29 * (1+0,07)^4 = 9.376,51\ kn$$

Rješenja ovog primjera izračunat ćemo i pomoću proračunske tablice. U dijelu primjera a) tražimo konačnu vrijednost postnumerando uplata koje su se odvijale tijekom 6 elementarnih razdoblja pomoću izraza

=FV(0,07;6;-1000;;0)

dok se u dijelu b) traži konačna vrijednost postnumerando uplata na kraju 10. elementarnog razdoblja pri čemu su se te uplate odvijale tijekom prvih 6 elementarnih razdoblja

=FV(7%;4;;FV(0,07;6;1000;;0);)

3.6.3 Početna vrijednost periodičnih uplata ili isplata

Dok se uz periodične uplate obično veže problem utvrđivanja njihove konačne vrijednosti na kraju režima uplaćivanja, za situacije koje se odnose na periodične isplate (mirovine, rente i sl.) karakterističniji je problem izračunavanja **početne vrijednosti** tih isplata (engl. *present value of an annuity*), tj., njihove ukupne vrijednosti na početku režima isplaćivanja.

Za konstantne godišnje uplate (ili isplate) R tijekom n godina ukamaćivanja po složenoj godišnjoj stopi r, početna vrijednost postnumerando uplata (ili isplata) P_n izračunava se prema formuli:

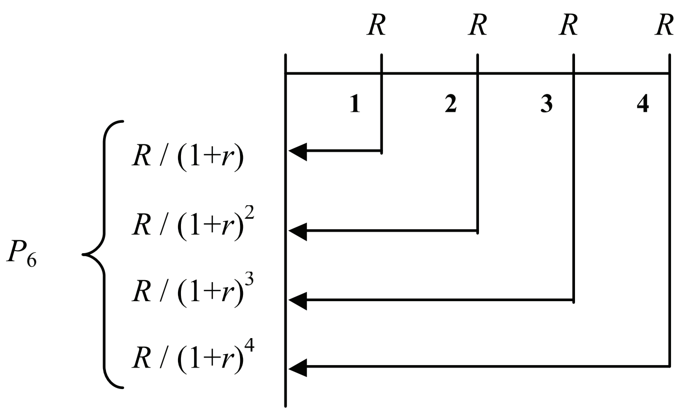
$$P_n = \frac{R((1+r)^n - 1)}{r(1+r)^n}$$

dok se (za iste elemente) početna vrijednost prenumerando uplata (ili isplata) P'_n izračunava prema formuli:

$$P_n^{'} = \frac{R((1+r)^n - 1)}{r(1+r)^{n-1}}$$

Primjer 3.24 Kojim bi iznosom neko poduzeće moglo podmiriti svoj dug danas, ako ga je prema originalnom planu otplate trebalo vratiti uplatama od 100.000 kn krajem svake godine tijekom sljedeće četiri godine, a ugovor je podrazumijevao godišnji dekurzivni obračun kamata po godišnjoj stopi od 6 posto?

U ovom primjeru traži se početna vrijednost postnumerando uplata.



R = 100.000 kn
n = 4 godine
r = 6% = 0,06

$$P_n = \frac{R((1+r)^n - 1)}{r(1+r)^n} = \frac{100.000 * ((1+0,06)^4 - 1)}{0,06 * (1+0,06)^4} = \frac{26.247,696}{0,0757} = 346.510,60\ kn$$

Slično kao i kod konačne vrijednosti periodičnih uplata, moguće je pomoću proračunske tablice utvrditi i početnu vrijednost periodičnih isplata. U ovom primjeru imamo periodične isplate koje se obavljaju krajem svake godine pa nas zanima s koliko sredstava na računu smo raspolagali na početku promatranog razdoblja postnumerando isplata. Koristimo dopunjeni oblik funkcije PV čija je sintaksa

PV (kamatna stopa, broj razdoblja ukamaćivanja,
-iznos isplate, -buduća vrijednost, trenutak)

pri čemu je iznos periodične transakcije definiran parametrom *iznos isplate*, dok se parametrom *trenutak* definiraju periodične isplate na kraju razdoblja (nula), odnosno periodične transakcije na početku razdoblja (jedan).

Stoga, sadašnju vrijednost postnumerando isplata iz primjera možemo izračunati pomoću izraza

=PV(0,06;4;-100000;;0)

koji će nam kao rezultat vratiti traženu vrijednost 346.510,56.

Primjer 3.25 Banka godišnje obračunava složene dekurzivne kamate po godišnjoj stopi od 6 posto. Ako je štediša u tu banku danas položio mjesečnu plaću koja iznosi 7.500 kn, koliko će dugo moći podizati po 1.000 kn krajem svake godine?

P_n = 7.360 kn
R = 1.000 kn
r = 6% = 0,06

$$P_n = \frac{R((1+r)^n - 1)}{r(1+r)^n} = \frac{1.000 * ((1+0,06)^n - 1)}{0,06 * (1+0,06)^n} = 7.500$$

$$7,5 * 0,06 = 1 - \frac{1}{1,06^n}$$

$$1,06^n = \frac{1}{1 - 7,5 * 0,06} = \frac{1}{0,55}$$

$$\log 1,06^n = \log \frac{1}{0,55}$$

$$n \log 1,06 = -\log 0,55$$

$$n = \frac{-\log 0,55}{\log 1,06} = 10,26$$

Izračun razlike:

$$P_{10} = \frac{1.000 * ((1+0,06)^{10} - 1)}{0,06 * (1+0,06)^{10}} = 7.360,09kn$$

Razlika (ako se isplaćuje danas) = 7.500 - 7.360,09 = 139,91 kn.

Razlika (ako se isplaćuje sa zadnjom rentom) = 139,91 x 1,0610 = 250,56 kn.

Možemo zaključiti kako će štediša moći podizati po 1.000 kn krajem svake od sljedećih 10 godina, s tim da mu banka ili odmah isplati iznos od 139,91 kn ili mu posljednju isplatu uveća za 250,56 kn.

Proračunsku tablicu koristit ćemo dvostruko. Prvo ćemo riješiti logaritamsku jednadžbu kojom se pronalazi broj elementarnih razdoblja postnumerando isplata

=-LOG(1-7500*0,06/1000)/LOG(1,06)

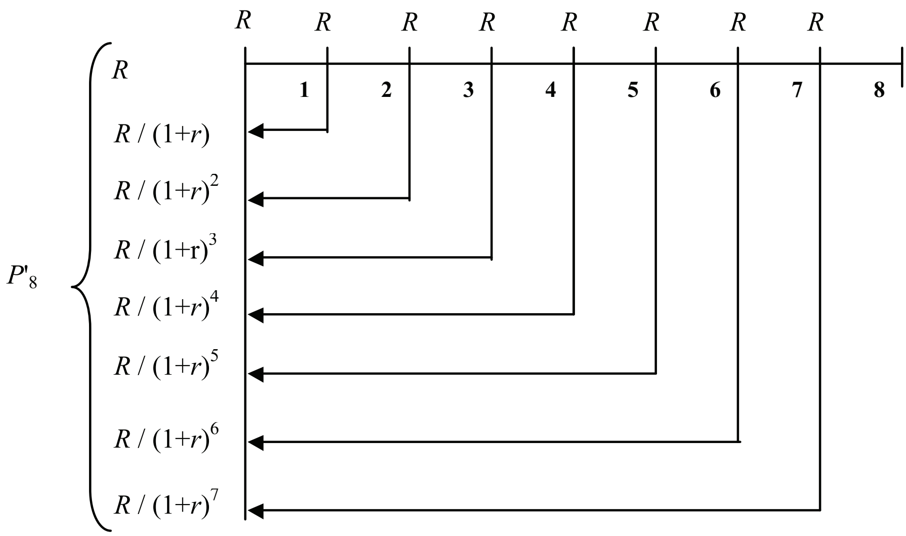
a zatim tražimo početnu vrijednost iz koje u razdoblju od 10 elementarnih razdoblja možemo isplaćivati postnumerando isplate u iznosu od 1000 kn

=PV(0,06;10;-1000;;0)

Ostatak zadatka potrebno je izračunati u skladu s ranije iznesenim rješenjem.

Primjer 3.26 Ako banka uz godišnji, složeni i dekurzivani obračun kamata odobrava godišnju kamatnu stopu od 7 posto, koji iznos mora biti danas raspoloživ u banci da bi se moglo početkom svake godine u razdoblju od sljedećih pet godina podizati po 10.000 kn?

U ovom primjeru traži se početna vrijednost prenumerando uplata.



R = 10.000 kn
r = 7% = 0,07
n = 5 godina

$$P_n' = \frac{R((1+r)^n-1)}{r(1+r)^{n-1}} = \frac{10.000*((1+0,07)^5-1)}{0,07*(1+0,07)^{5-1}} = \frac{4.025,5173}{0,0918} = 43.872,11\ kn$$

Rješenje ovog primjera u proračunskoj tablici možemo pronaći jednostavnim upisivanjem izraza

=PV(0,07;5;-10000;;1)

3.6.4 Vječna renta

Vječna renta naziv je za poseban problem periodičnih isplata, kod kojeg je vrijeme trajanja režima periodičnog isplaćivanja beskonačno dugo. Naravno, formule za izračunavanje početne vrijednosti takvih isplata (renti) dobivaju se kao rezultat limes procesa nad formulom za početnu vrijednost konačnog broja periodičnih isplata (prema konvenciji uzima se varijanta za postnumerando isplate) kada varijabla *n* (vrijeme trajanja režima izraženo u broju razdoblja isplaćivanja) teži beskonačnosti.

Rezultat je ovog limes procesa formula za početnu vrijednost vječne rente (simboli odgovaraju onima iz formule za početnu vrijednost konačnog broja periodičnih isplata):

$$P_\infty = \frac{R}{r}$$

NAPOMENA: Izvod gornje formule može se pronaći u Barnett (2006).

Primjer 3.27 Ulagač raspolaže s 1.000.000 kn gotovine koje može uložiti na burzi u kuponske obveznice s rokom dospijeća od 10 godina, a koje nose prinos od 6 posto godišnje. Istovremeno, ulagač ima mogućnost kupiti za 1.000.000 kn preferencijalne dionice kojima se ostvaruje ukupna fiksna dividenda od 70.000 kn na kraju svake godine. Koji je od dvaju financijskih instrumenata povoljniji za ulagača?

NAPOMENA: Obveznice kao tipični dugoročni dužnički vrijednosni papir te dionice kao vlasnički vrijednosni papir obrađuju se u zasebnom poglavlju.

Kuponske obveznice nose prinos od 6 posto što znači da prinos preferencijalnih dionica treba biti veći.

R = 70.000 kn
P_∞ = 1.000.000 kn

$$P_\infty = \frac{R}{r} \Rightarrow r = \frac{R}{P_\infty} = \frac{70.000}{1.000.000} = 0{,}07$$

Ulagaču se više isplati ulagati u preferencijalne dionice jer tako ostvaruje godišnju dobit 1posto veću nego da je isti iznos uložio u obveznice.

3.6.5 Zadaci za vježbu

1. Komitent poslovne banke početkom svake godine u razdoblju od 7 godina (počevši od danas) na svoj štedni račun uplaćivao je jednake godišnje iznose od 1.000,00 kn. Koliko iznosi početna (današnja) vrijednost periodičkih uplata komitenta ako je obračun kamata složen, godišnji i dekurzivan, a banka primjenjuje kamatnu stopu od 12 posto godišnje?

Rješenje: P'_7 = 5.111,41 kuna

2. Štediša je odlučio da će na početku svake godine u razdoblju od 8 godina uplaćivati iznos od 1.000,00 kn na svoj štedni račun u banci. Ako banka obračunava kamate u iznosu od 10 posto godišnje, a obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan, izračunajte konačnu vrijednost periodičkih uplata na računu štediše na kraju 8. godine.

Rješenje: M_8 = 12.579,48 kuna

3. Neka je osoba krajem svake godine u razdoblju od 5 godina (počevši od danas) na svoj štedni račun u banci uplaćivala jednake godišnje iznose od 5.000,00 kn. Na početku 7. godine (od danas) sa svog računa podigla je iznos od 20.000,00 kn. S kolikim iznosom na svom štednom računu ta osoba raspolaže na kraju 10. godine ako je obračun kamata složen, godišnji i dekurzivan, a banka primjenjuje kamatnu stopu od 8 posto godišnje?

Rješenje: M_{10} = 15.890,02 kuna

4. Koliki su novčani iznosi uplaćivani na štedni račun krajem prvih 8 godina ako se zna da su u sljedećem razdoblju (od 9. do 14. godine) sa štednog računa mogli biti isplaćivani novčani iznosi od 2.000,00 kn krajem svake godine? Banka je obračunavala za prvih 8 godina godišnju kamatnu stopu od 8 posto, a za razdoblje od 9. do 14. godine godišnju kamatnu stopu od 6 posto. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: R_1 = 924,60 kuna

5. Koliki je novčani iznos štediša trebao uložiti u banku na početku razdoblja da bi mu nakon 4 godine (od danas) banka mogla početi isplaćivati novčane iznose od 10.000,00 kn u razdoblju od sljedećih 5 godina početkom svake godine? Prve četiri godine banka je obračunavala kamatnu stopu od 6 posto godišnje, a sljedećih 5 godina 7 posto godišnje. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: P_0 = 34.750,74 kuna

6. Kolika mora biti početna vrijednost vječne rente koju je štediša danas uplatio u banku ako želi trajno primati konstantne godišnje iznose (rente) od 5.000,00 kn? Banka primjenjuje godišnju kamatnu stopu od 10 posto, a obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: P_∞ = 50.000,00

Problemski zadatak

Gospođa Ivković, počevši od 1. siječnja 1990. godine, krajem svakog mjeseca (u razdoblju od sljedećih 15 godina, ukupno 180 mjesečnih rata) uplaćivala je na ime police životnog osiguranja jednake novčane iznose od 300,00 kuna mjesečno. Prosječni godišnji prinos koji je domaća osiguravajuća tvrtka SATURN d.d. postigla na štednju koju je gospođa Ivković realizirala policom životnog osiguranja iznosi 8 posto (zbog pojednostavljenja kalkulacije u zadatku, pretpostavimo da je riječ o visini fiksne godišnje kamatne stope koja se u alikvotnom dijelu obračunavala na njezine novčane uloge svakog mjeseca). Ostvareni je prinos prije svega rezultat ulaganja njezinih sredstava u vrijednosne papire na domaćim i svjetskim financijskim tržištima od strane osiguravajuće tvrtke. Nakon što joj je 31. prosinca 2004. godine istekla polica, gospođa Ivković odlučila je da neće jednokratno podići ukupni iznos svoje štednje sa police životnog osiguranja, već će početkom svakog mjeseca u razdoblju od sljedećih 5 godina podizati konstantne novčane iznose. Na taj način ona želi osigurati stabilnost svojih financijskih primanja u razdoblju od 1. siječnja 2005. godine, do 31. prosinca 2009. godine s obzirom da se sprema u starosnu mirovinu s datumom 1. ožujka 2005. godine.

Na temelju navedenih podataka treba izračunati sljedeće:

a) Kolikim novčanim iznosom gospođa Ivković raspolaže na svom štednom računu police životnog osiguranja zaključno sa datumom 31. prosincem 2004. godine ako je obračun kamata bio složen, mjesečni i dekurzivan (primijeniti relativnu kamatnu stopu)?

b) Kolike će novčane iznose gospođa Ivković mjesečno primati u narednih 5 godina (2005. - 2009.) uz pretpostavku da kamatna stopa ostaje ista (8 posto godišnje), a obračun kamata je složen, mjesečni i dekurzivan (primijeniti relativnu kamatnu stopu)?

c) Kolika bi bila vrijednost konstantne mjesečne rente (vječna renta) koju bi gospođa Ivković primala trajno (krajem svakog mjeseca), počevši od 1. siječnja 2005. godine uz pretpostavku da su početni iznos glavnice, visina kamatne stope i ostali zadani parametri jednaki onima pod b)?

4 poglavlje

Primjene složenog kamatnog računa

mr. sc. Igor Jemrić
mr. sc. Branimir Gruić

4 Primjene složenog kamatnog računa

4.1 Uvod

Kao i kod jednostavnog kamatnog računa, i za složeni kamatni račun ilustrirat ćemo njegovu primjenu na nekim jednostavnijim financijskim instrumentima, imajući i dalje u vidu njihovu osnovnu podjelu na depozitno-kreditne instrumente koje prije svega obilježava njihova netransferabilnost (neprenosivost), karakteristična za kontinentalno-europski razvoj financijskih sustava, te vrijednosne papire, transferabilne financijske instrumente tipične za anglosaksonski razvoj financijskih sustava.

4.2 Depozitno-kreditni instrumenti

U kontekstu primjena jednostavnog kamatnog računa, u kontekstu kontinentalno-europske fizionomije financijske intermedijacije, kao ilustracija korišteni su tipični kratkoročni depozitno-kreditni instrumenti - štedni depoziti po viđenju te potrošački kredit. Nasuprot tome, složeni kamatni račun u pravilu se koristi kod dugoročnih financijskih instrumenata – oročenih depozita te dugoročnih (stambenih, hipotekarnih, itd.) zajmova pa ćemo u tom segmentu financijskih tržišta tražiti i našu ilustraciju složenog kamatnog računa.

4.3 Oročena štednja i potvrde o depozitu

Općenito, može se iskazati tvrdnja da se na oročenu štednju (tj., oročene depozite) obračunava složena kamata, naročito ako se radi o duljem razdoblju oročenja. U tom smislu, svaki oblik oročene štednje dobra je ilustracija složenog kamatnog računa, no, zbog njegove jednostavnosti (jednokratna uplata - jednokratna isplata), ovdje ćemo izostaviti te najjednostavnije dugoročne depozitne instrumente i usredotočiti se na poseban oblik štednje – tzv. **otvorenu štednju** koja omogućuje višekratne uplate tijekom oročenja. Time je odabran vid dugoročne štednje koji je računski najsličniji štednom ulogu po viđenju (odabranom za ilustraciju jednostavnog kamatnog računa) jer dopušta promjene stanja na računu unutar razdoblja oročenja, ne samo temeljem složenog ukamaćivanja, već i temeljem naknadnih transakcija (uplata). Pritom, kao ritam ukamaćivanja odabran je (arbitrarno) dnevni obračun kamata, a kao vremenski prilagođena kamatna stopa odabrana je relativna kamatna stopa (svojstvena poslovnom bankarstvu).

Primjer 4.1 Izračunajte stanje na računu otvorene štednje na kraju drugog tromjesečja 2006. godine te ukupnu kamatu ostvarenu tijekom tog tromjesečja ako banka zaračunava 5 posto složenih godišnjih kamata uz dnevni dekurzivni obračun i primjenu bankarskog pravila, a transakcije tijekom tog tromjesečja bile su sljedeće:

Datum	Uplata	Stanje
31.03.2006.		2.500
20.04.2006.	300	
25.05.2006.	500	
10.06.2006.	500	

$$m = 360,\ r_N = 5\% = 0{,}05,\ r_R = 0{,}05/360 = 0{,}000139$$

Stanje na računu otvorene štednje na dan 30.06. dobit ćemo ukamaćivanjem slijeda stanja između dviju sukcesivnih transakcija od prvog do posljednjeg dana obračunskog razdoblja:

Datum	S (stanje)	n (dani)	$(1+r_R)^n$	$S_t(1+r_R)^n$
31.03.2006.	2.500,00	20	1,00278	2.506,95
20.04.2006.	2.806,95	35	1,00487	2.820,63
25.05.2006.	3.320,63	16	1,00222	3.328,02
10.06.2006.	3.828,02	20	1,00278	3.838,67

Ukupne kamate I = 3.838,67 - (2.500,00 + 1.300,00) = 38,67 kn

U sljedećem primjeru oročena štednja povezuje se s novim financijskim instrumentom, tzv. **potvrdom o depozitu** (engl. *certificate of deposit*

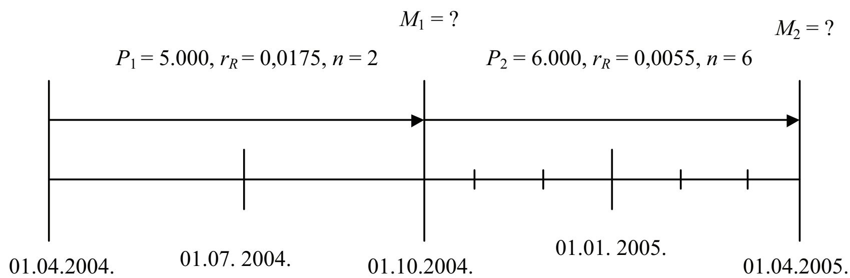
$M_2 = ?$

ili skraćeno, CD). Premda se zapravo radi o vrijednosnom papiru, on se ne može povijesno strogo vezati uz anglosaksonski razvoj financijskih sustava, već predstavlja pokušaj povezivanja kontinentalno-europskog tipa financijske intermedijacije s anglosaksonskim tipom, a kao rezultat potrebe da se depoziti kod banaka, originalno netransferabilni (neprenosivi), pretvore u nešto što će se moći lakše prenositi s jednog vlasnika na drugog.

Kod potvrda o depozitu radi se o vrlo likvidnim vrijednosnim papirima (pod pojmom likvidnosti podrazumijeva se jednostavnost zamjene za gotov novac, što u kontekstu CD-a znači mogućnost jednostavne prodaje na tržištu vrijednosnica) koje banke izdaju svojim deponentima kako bi ovi mogli trgovati svojim depozitima i bez uvjeta njihova podizanja s računa. Time se klasičnim depozitima pridružuje osnovno svojstvo vrijednosnih papira – transferabilnost.

Osnovne su financijske karakteristike tih vrijednosnih papira te da su oni uglavnom kratkoročni (s rokom dospijeća do godine dana) te da se kod njih, za razliku od zadužnica, primjenjuje složeno ukamaćivanje, što je kuriozitet vezan upravo uz povijest njihova nastanka (proizlaze iz oročenih depozita za koje je svojstveno složeno ukamaćivanje). Nadalje, kao i kod svih instrumenata poslovne sfere financijske intermedijacije, i kod potvrda o depozitu također se za potrebe vremenskog usklađivanja koristi koncept relativne kamatne stope.

Primjer 4.2 U banci koja na štedne uloge obračunava 7 posto godišnjih kamata uz tromjesečni dekurzivni obračun, Filip je otvorio štedni račun 1. travnja 2004. godine, položivši na njega 5.000 kuna. Račun je zatvorio 1. listopada iste godine te podignutom iznosu dodao određenu svotu kako bi kupio CD (potvrdu o depozitu) koji glasi na 6.000 kuna, dospijeva za 6 mjeseci te donosi 6,6 posto složenih kamata uz dekurzivni mjesečni obračun. Odredite: a) koliko je novca Filip morao dodati 1. listopada, b) kolika je konačna vrijednost Filipovog CD-a u trenutku njegova dospijeća 1. travnja 2005. godine te c) kolika je ukupna kamata koju je Filip ostvario tijekom te godine?



a) Iznos koji je potrebno doplatiti predstavlja razliku stanja štednog računa na dan 1. listopada 2004. i cijene CD-a.

$P_1 = 5.000$

$m = 4$

$r_N = 7$

$r_R = \dfrac{0,07}{4} = 0,0175$

$n = 2$ tromjesečja

$$M_1 = P_1(1+r_R)^n = 5.000 * (1+0,0175)^2 = 5.176,53\ kn$$

$$P_2 - M_1 = 6.000 - 5.176,53 = 823,47\ kn$$

b) Konačna vrijednost CD-a u trenutku dospijeća računa se na dan 1. travnja 2005.

$P_2 = 6.000$

$m = 12$

$r_N = 6,6\%$

$r_R = \dfrac{0,066}{12} = 0,0055$

$n = 6$ mjeseci

$$M_2 = P_2(1+r_R)^n = 6.000 * (1+0,0055)^6 = 6.200,74\ kn$$

c) Ukupni iznos kamata suma je ostvarenih kamata na osnovi prvog i drugog instrumenta.

$$I = (M_1 - P_1) + (M_2 - P_2) = (5.176{,}53 - 5.000) + (6.200{,}74 - 6.000) = 377{,}27\ kn$$

Na kraju ovog kratkog uvida u depozitne instrumente spomenimo još jednu novu klasu financijskih instrumenata koji u jedom svom dijelu zadržavaju karakteristike depozitnih instrumenata, a to su tzv. **štedno-ulagački proizvodi**. Radi se o instrumentima, odnedavno prisutnim i u hrvatskom financijskom sustavu, koji predstavljaju ne samo relaksaciju rudimentarne matematičke strukture klasičnih oročenih depozita (što čine sheme otvorene, kumulativne i rentne štednje), već predstavljaju kombinaciju elemenata kontinentalno-europskih instrumenata (depozita) i anglosaksonskih instrumenata (vrijednosnih papira). Depozitne karakteristike zadržavaju u svom glavničnom dijelu (u smislu jamstva isplate inicijalnog uloga), ali često i u dijelu kamata (u formi jamčenog minimalnog kamatnog prinosa), dok se kamatni dio (ukupan ili u iznosu koji premašuje jamčenu minimalnu kamatu) veže uz kretanje kotacija određenih portfelja vrijednosnih papira na tržištu. Pritom se ovaj anglosaksonski dio najčešće ne veže uz konkretne vrijednosne papire već uz udjele u investicijskim fondovima, najčešće onih u vlasništvu istog intermedijatora koji nudi i taj štedno-ulagački proizvod.

Sam izračun ukupnog (očekivanog) prinosa takvih instrumenata znatno je složeniji od istog postupka kod čistih depozitnih instrumenata jer se, osim kamatnog dijela prinosa (koji se može jednoznačno izračunati iz ugovornih elemenata), odnosi i na prinose vezane uz tržišne performanse vrijednosnih papira koji čine ulagački portfelj konkretnog investicijskog fonda uz čije je udjele vezan prinos tog depozitno-ulagačkog proizvoda. Te buduće tržišne performanse aktive investicijskog fonda za čitavo razdoblje životnog vijeka tog proizvoda nisu unaprijed poznate pa se i očekivani prinos može računati samo korištenjem stohastičkih tehnika, što prelazi okvire ovog udžbenika[6].

---

[6] Ova klasa instrumenata još je jedan primjer već ranije spomenute činjenice da današnji (naročito europski) financijski sustavi predstavljaju, u svim svojim segmentima, isprepletenu kombinaciju kontinentalno-europske i anglosaksonske ideje organizacije financijske intermedijacije. Međutim, treba spomenuti i da se u najnovije vrijeme, nošene klimom trenutno aktualne svjetske financijske krize, javljaju i ideje o nužnosti razdvajanja tih dvaju pristupa jer je u kriznim uvjetima investicijsko bankarstvo (predominantno vezano uz anglosaksonske instrumente) prilično poljuljalo povjerenje i u s njim povezano tradicionalno depozitno-kreditno bankarstvo, a taj segment sustava izuzetno je ranjiv u pogledu potencijalnog gubitka povjerenja svojih klijenata.

4.4 Zajam

Jedna od najuobičajenijih ilustracija primjene formula vezanih uz početnu ili konačnu vrijednost periodičnih uplata ili isplata (obrađenih u prethodnom odjeljku) jest otplata zajma. U kontinentalnoj europskoj (ili, kako se često zove - njemačkoj) varijanti razvoja financijskih sustava (a kojima, svakako, ne samo geografski već i strukturno, pripada i hrvatski financijski sustav), **zajam** je jedan od osnovnih financijskih instrumenata putem kojih banke (kao univerzalne financijske institucije) obavljaju onaj dio svoje osnovne funkcije - financijske intermedijacije - koji se odnosi na plasman financijskih sredstava investicijski naklonjenim sektorima ekonomije. Tek su se u posljednje vrijeme i na europskom kontinentu počeli razvijati, u anglosaksonskom financijskom svijetu već dugo dobro uhodani, izravni oblici pribavljanja sredstava od strane investitora na organiziranim tržištima kapitala (burzama). Pritom su put na kontinent najprije prokrčili klasični supstituti zajma - dužnički vrijednosni papiri (prvenstveno obveznice), a potom i moderniji, složeni instrumenti koji u sebi sadrže i tzv. izvedenice (derivate) kao odgovarajuće instrumente zaštite od različitih oblika (kamatnih, valutnih i drugih) rizika.

Ipak, zajam (barem u Hrvatskoj) još uvijek drži primat u tom aspektu novčarskog posredništva pa je uputno upoznati se s osnovnim financijskim računom koji u različitim varijantama uključuju planovi njegove otplate.

U ovom će se, dakle, odjeljku govoriti o planovima otplate zajma (engl. *amortization plan*) i različitim mogućnostima (pristupima) pri njihovom sastavljanju. Prikaz ćemo ograničiti na dugoročne zajmove (investicijski zajmovi, hipotekarni zajmovi, itd.) koji podrazumijevaju složeno ukamaćivanje pa će se i načini izračuna pojedinih elemenata plana otplate bazirati na formulama za periodične uplate ili isplate kod složenog kamatnog računa (dakle, formule iz prethodnog odjeljka). Podsjetimo se, jedna je od varijanti primjene istog koncepta u kontekstu jednostavnog kamatnog računa već obrađena u odjeljku pod naslovom “Potrošački kredit”.

Uz ovakvo sužavanje okvira samo na složeno ukamaćivanje, ograničit ćemo se i na tehnički najjednostavniji slučaj otplate zajma, a to je slučaj u kojem je:

- vremenski razmak između dvije otplatne rate (anuiteta) konstantan, a uz to i upravo jednak elementarnom razdoblju ukamaćivanja pripadnog složenog kamatnog računa te
- ugovorena kamatna stopa konstantna tijekom čitavog razdoblja otplate zajma.

Odstupanje od ograničavajućih pretpostavki idejno ne donosi ništa novo, ali u tehničkom smislu bitno komplicira računski aspekt sastavljanja plana otplate zajma pa se stoga izostavlja iz ovog pregleda.

Ovaj odjeljak sadrži, dakle, prikaz samo osnovnih ideja konstrukcije otplatnih planova. U tom smislu, on sadrži prikaz sastavljanja tih planova u sljedećim varijantama:

a) otplata zajma u jednakim anuitetima,
b) otplata zajma u unaprijed zadanim jednakim anuitetima te
c) otplata zajma u anuitetima koji sadrže jednake otplatne kvote.

Pritom se sve te varijante prikazuju samo uz pretpostavku dekurzivnog kamatnog računa. Naravno, one su moguće i uz primjenu formula za anticipativni složeni kamatni račun, za što se primjeri mogu naći u Relić (1996), no ovdje su izostavljeni zbog ograničenosti nastavnog vremena.

Za svaku od gore navedenih varijanti u nastavku se iskazuju formule za izračun anuiteta (otplatne rate) za zadani iznos zajma (primjenom, dakako, formula za početnu vrijednost postnumerando periodičnih uplata, odnosno, posredno, za konačnu sumu elemenata geometrijskog niza), zatim način sastavljanja **otplatne tablice** (**plana otplate**, **otplatne osnove**) te načine njegove kontrole. Otplatna tablica sastoji se od redaka od kojih se svaki odnosi na kraj jednog elementarnog razdoblja ukamaćivanja te od stupaca koji sadrže osnovne elemente za pripadno razdoblje, a to su: **anuitet** (periodična otplatna rata, odnosno iznos koji zajmoprimac plaća na kraju tog razdoblja), zatim sastavni dijelovi tog anuiteta, a to su **kamate** obračunate za to razdoblje i **otplatna kvota**, tj., dio glavnice zajma koji se vraća putem tog anuiteta. Konačno, četvrti element koji treba utvrditi za to razdoblje jest **ostatak duga** (glavnice zajma) koji ostaje za povrat nakon isteka tog elementarnog razdoblja ukamaćivanja. Pri sastavljanju pripadnih formula koriste se sljedeće oznake:

$$P = P_0 \text{ - iznos zajma,}$$

a_k - anuitet (periodična otplatna rata) koji se plaća na kraju k-tog razdoblja,
I_k - iznos kamata na kraju k-tog razdoblja,
R_k - otplatna kvota na kraju k-tog razdoblja,
P_k - ostatak duga na kraju k-tog razdoblja,
n - broj razdoblja otplate zajma i
r - ugovorena kamatna stopa.

Kod svakog plana otplate zajma otplatna će tablica imati ovaj oblik:

Kraj *k*-tog razdoblja	**Anuitet a_k**	**Kamate I_k**	**Otplatna kvota R_k**	**Ostatak duga P_k**
0				
1				
2				
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
n				

a) Otplata zajma u jednakim anuitetima - složeni dekurzivni obračun kamata

U ovom se modelu pretpostavlja da se zajam otplaćuje u jednakim anuitetima, što omogućava izravnu primjenu formule za početnu vrijednost postnumerando periodičnih uplata. Za inicijalnu visinu zajma P iznos takvog jednakog anuiteta a izračunava se prema formuli:

$$a = \frac{\Pr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

Kod ovog modela izrada otplatne tablice obavlja se na sljedeći način:

1) u retku "0" unosi se samo iznos zajma P kao "ostatak duga" P_0,
2) u stupac anuiteta unosi se $a_k = a$ (izračunat prema gornjoj formuli) za kraj svakog razdoblja od "1" do "n",
3) za svako razdoblje izračunavaju se:
   - kamate I_k prema formuli:

$$I_k = P_{k-1} r$$

prema kojoj se kao glavnica ukamaćuje ostatak duga iz prethodnog razdoblja,

   - otplatna kvota R_k kao razlika iznosa anuiteta a i kamata I_k:

$$R_k = a - I_k$$

   - ostatak duga P_k kao razlika ostatka duga iz prethodnog razdoblja i otplatne kvote R_k tog razdoblja:

$$P_k = P_{k-1} - R_k$$

Tijekom izrade otplatne tablice dobivene je međurezultate moguće kontrolirati na sljedeći način:

1) veze između pojedinih otplatnih kvota moraju zadovoljavati odnose:

$$R_k = R_{k-1}(1+r)$$

odnosno

$$R_k = R_1(1+r)^{k-1}$$

2) ostatak duga na kraju svakog razdoblja mora zadovoljavati sljedeću vezu s iznosom anuiteta:

$$P_k = \frac{a((1+r)^{n-k} - 1)}{r(1+r)^{n-k}}$$

Uz to, posljednji ostatak duga mora (naravno) biti jednak nuli ($P_n = 0$), a pretposljednji mora biti jednak zadnjoj otplatnoj kvoti: $R_n = P_{n-1}$.

Nakon izrade otplatne tablice, moguće su i sljedeće dopunske kontrole:

1) zbroj otplatnih kvota mora biti jednak iznosu zajma:

$$P = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

2) zbroj anuiteta mora biti jednak zbroju kamata i otplatnih kvota:

$$\sum_{k=1}^{n} a = na = \sum_{k=1}^{n} I_k + P$$

Primjer 4.3 Zajam od 150.000 kn odobren je poduzeću na 4 godine uz 10 posto godišnjih složenih dekurzivnih kamata uz plaćanje jednakim anuitetima na kraju svake godine. Sastavite plan otplate toga zajma i obavite potrebne kontrole njegove ispravnosti.

P = 150.000 kn
r = 10% = 0,1
n = 4

Izračun anuiteta:

$$a = \frac{\Pr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{150.000 * 0{,}1 * (1+0{,}1)^4}{(1+0{,}1)^4 - 1} = \frac{21.961{,}5}{0{,}4641} = 47.320{,}62 \quad \text{kn}$$

Otplatna tablica:

Kraj *k*-tog razdoblja	**Anuitet *a***	**Kamate I_k**	**Otplatna kvota R_k**	**Ostatak duga P_k**
0				150.000,00
1	47.320,62	15.000,00	32.320,62	117.679,38
2	47.320,62	11.767,94	35.552,68	82.126,70
3	47.320,62	8.212,67	39.107,95	43.018,75
4	47.320,62	4.301,88	43.018,75	0,00

Kontrole tijekom izrade tablice:

Otplatne kvote:

$$R_k = R_{k-1}(1+r) = R_1(1+r)^{k-1}$$

npr. $k = 3 \rightarrow 39.107{,}95 = 35.552{,}68 * 1{,}1 = 32.320{,}62 * 1{,}1^2$

Ostatak duga:

$$P_k = \frac{a((1+r)^{n-k}-1)}{r(1+r)^{n-k}}$$

npr. $k = 2 \rightarrow 82.126{,}70 = \dfrac{47.320{,}62 * ((1+0{,}1)^{4-2}-1)}{0{,}1 * (1+0{,}1)^{4-2}}$

Kontrole nakon izrade tablice:

Zbroj otplatnih kvota:

$$P = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

$$150.000 = 32.320{,}62 + 35.552{,}68 + 39.107{,}95 + 43.018{,}75$$

Zbroj anuiteta:

$$\sum_{k=1}^{n} a = na = \sum_{k=1}^{n} I_k + P$$

$$4 * 47.320{,}62 = (15.000{,}00 + 11.767{,}94 + 8.212{,}67 + 4.301{,}88) + 150.000$$

Proračunska tablica sadrži set funkcija koje omogućavaju izračun parametara zajma ovisno o tome što je poznato, odnosno što želimo utvrditi. U ovom primjeru potrebno je utvrditi konstantni anuitet za poznatu kamatnu stopu, razdoblje otplate i iznos zajma. Koristimo funkciju PMT čija je sintaksa

PMT (kamatna stopa, broj razdoblja otplate,
-sadašnja vrijednost, buduća vrijednost, trenutak)

pri čemu su *kamatna stopa* i *broj razdoblja* otplate zajma samoobjašnjavajući, *sadašnja vrijednost* iznos je zajma, *buduća vrijednost* iznos je koji se želi postići nakon otplate zadnjeg anuiteta, dok se parametrom *trenutak* definiraju plaćanja anuiteta na kraju razdoblja (nula), odnosno na početku razdoblja (jedan).

Rješenje ovog primjera nalazi se u tablici u nastavku

	A	B	C	D
1	4.3	P=	150.000,00	kn
2		r=	10,0%	
3		n=	4	godine
4				
5		a=	47.320,62 kn	

pri čemu je za iznos anuiteta potrebno unijeti izraz

=PMT(C2;C3;-C1;;)

koji će nam kao rezultat vratiti 47.320,62.

b) Otplata zajma u unaprijed dogovorenim jednakim anuitetima

Ovaj model zasniva se na pretpostavci da su tijekom čitavog razdoblja otplate zajma anuiteti ne samo jednaki, već je i njihov iznos unaprijed zadan. Takav je model posljedica logike razmišljanja poslovnih banaka da se treba maksimalno približiti komitentu i njegovim platežnim sposobnostima, odnosno prilagoditi uvjete naplate ponuđenog zajma njegovim željama i mogućnostima.

Ovdje se, dakle, anuitet ne izračunava prema nekoj zadanoj formuli, već je egzogeno definiran, a otplatna tablica izrađuje se sukcesivno, tako da se za svako pojedino razdoblje utvrđuju kamata, otplatna kvota i ostatak duga (na isti način kao i kod prethodnog modela). Taj se postupak ponavlja sve dok ostatak duga na kraju nekog razdoblja ne postane manji od ugovorenog anuiteta. Tada se redoslijed izračunavanja elemenata za sljedeće (posljednje) razdoblje mijenja: ostatak duga iz prethodnog razdoblja izjednačava se s posljednjom otplatnom kvotom kojoj se potom dodaje pripadna kamata za to razdoblje da bi se dobio iznos posljednjeg anuiteta. Taj iznos (koji se naziva **nepotpunim** ili **krnjim anuitetom**) općenito neće odgovarati unaprijed zadanoj visini anuiteta, ali to nije moguće izbjeći zbog diskretnog karaktera obračuna kamata i periodičnosti otplate.

Primjer 4.4 Poduzeće traži zajam od 150.000 kn uz 10 posto godišnjih složenih i dekurzivnih kamata, a poznato je da to poduzeće može krajem svake godine plaćati jednak anuitet u iznosu od 50.000 kn. Sastavite otplatnu tablicu toga zajma.

$P = 150.000$ kn
$r = 10\% = 0,1$
$a = 50.000$ kn

$n = ?$

Otplatna tablica:

Kraj *k*-tog razdoblja	Anuitet a	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga P_k
0				150.000,00
1	50.000,00	15.000,00	35.000,00	115.000,00
2	50.000,00	11.500,00	38.500,00	76.500,00
3	50.000,00	7.650,00	42.350,00	34.150,00
4	37.565,00	3.415,00	34.150,00	0,00

Postupak za $k = 1$:

$$I_1 = 150.000 \ * \ 0,1 \ = \ 15.000$$

$$R_1 = a - I_1 = 50.000 - 15.000 \ = \ 35.000$$

$$P_1 = P_0 - R_1 = 150.000 - 35.000 \ = \ 115.000$$

Analogni postupak provodi se i za $k = 2$ i $k = 3$. Međutim, s obzirom da je $P_3 < a$ (34.150 < 50.000), postupak za $k = 4$ mijenja se na sljedeći način:

$$R_4 = P_3 = 34.150$$

$$I_4 = P_3 r = 34.150 * 0{,}1 = 3.415$$

$$a_4 = R_4 + I_4 = 34.150 + 3.415 = 37.565$$

NAPOMENA: Broj razdoblja otplate kao realna varijabla može se i izravno izračunati iz formule za jednaki anuitet (prikazanoj u okviru modela a), pri čemu se cjelobrojni dio takvog rezultata odnosi na broj razdoblja otplate unaprijed zadanih jednakih anuiteta, a necjelobrojni dio ukazuje na postojanje dopunskog razdoblja na kraju kojeg treba platiti nepotpuni ili krnji anuitet. U propisanoj literaturi može se naći i gotova formula za njegovo izračunavanje (bez korištenja elemenata otplatne tablice).

U proračunskim tablicama nije izravno podržana mogućnost ugovaranja željenog anuiteta. Stoga je potrebno simulirati postupak opisan otplatnom tablicom i pojašnjenjima za svaki pojedini korak.

c) Otplata zajma u anuitetima koji sadrže jednake otplatne kvote

Ovaj posljednji model zasniva se na želji da se periodičnim otplatama zajma (anuitetima) osigura ravnomjeran ritam otplate glavnice. Naravno, zbog periodičnog smanjenja te glavnice (nakon svake periodične otplate), kamata za svako sljedeće razdoblje postupno će se smanjivati, što uzrokuje da takav uvjet jednakosti otplatnih kvota nužno dovodi do varijabilnog iznosa anuiteta (podsjetimo se, anuitet za svako razdoblje suma je pripadne otplatne kvote (u ovom slučaju fiksne) i pripadnog iznosa kamate (u ovom slučaju varijabilnog)).

S obzirom da je otplatna kvota dio glavnice koji se otplaćuje svakim anuitetom, u situaciji u kojoj se taj proces otplate svodi na poznati broj (n) jednakih dijelova glavnice (kao što je ovdje slučaj), takva otplatna kvota R_k za svako razdoblje k jednaka je i utvrđuje se prema jednostavnoj formuli:

$$R_k = R = \frac{P}{n}$$

Otplatna tablica u ovom se slučaju sastavlja u sljedećim koracima:

1) u redak “0” unosi se samo iznos zajma P kao “ostatak duga” P_0;
2) u stupac otplatnih kvota unosi se $R_k = R$ (izračunat prema gornjoj formuli) za kraj svakog razdoblja od “1” do “n”;
3) za svako razdoblje izračunavaju se:

- ostatak duga P_k kao razlika ostatka duga iz prethodnog razdoblja i otplatne kvote R_k tog razdoblja: $P_k = P_{k-1} - R_k$,
- kamate I_k prema formuli: $I_k = P_{k-1}\, r$ (kao glavnica ukamaćuje se, dakle, ostatak duga iz prethodnog razdoblja),
- anuitet a_k kao zbroj iznosa otplatne kvote R i kamata I_k: $a_k = R + I_k$.

I kod ovog modela, tijekom izrade otplatne tablice dobivene međurezultate moguće je kontrolirati na sljedeći način:

1) za svako razdoblje k, ostatak duga P_k mora zadovoljavati vezu:

$$P_k = P\left(1 - \frac{k}{n}\right)$$

2) za svako razdoblje $k = 1, 2, \ldots, n$, iznos njegovog promjenjivog anuiteta a_k mora biti povezan s ukupnim iznosom zajma na sljedeći način:

$$a_k = \frac{P}{n}\big(r(n - k + 1) + 1\big)$$

Nakon izrade otplatne tablice, moguće su i sljedeće dopunske kontrole:

1) zbroj otplatnih kvota mora biti jednak iznosu zajma:

$$P = nR$$

2) zbroj anuiteta mora biti jednak zbroju kamata i otplatnih kvota:

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n} I_k + P$$

Primjer 4.5 Zajam od 150.000 kn odobren je poduzeću na 4 godine uz 10 posto složenih dekurzivnih kamata godišnje te uz plaćanje promjenjivih anuiteta krajem svake godine, u kojima su otplatne kvote jednake. Sastavite otplatnu tablicu.

$P = 150.000$ kn
$r = 10\% = 0,1$
$n = 4$

Izračun otplatne kvote:

$$R = \frac{P}{n} = \frac{150.000}{4} = 37.500$$

Otplatna tablica:

Kraj *k*-tog razdoblja	Anuitet a	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga P_k
0				150.000,00
1	52.500,00	15.000,00	37.500,00	112.500,00
2	48.750,00	11.250,00	37.500,00	75.000,00
3	45.000,00	7.500,00	37.500,00	37.500,00
4	41.250,00	3.750,00	37.500,00	0,00

Postupak za $k = 1$:

$$I_1 = 15.000 = 150.000 * 0,1$$

$$P_1 = P_0 - R_1 = 150.000 - 37.500 = 112.500$$

$$a_1 = R + I_1 = 37.500 + 15.000 = 52.500$$

Analogni postupak ponavlja se i za $k = 2$, 3 i 4.

Kontrole tijekom izrade tablice:

Ostatak duga:

$$P_k = P\left(1 - \frac{k}{n}\right)$$

npr. $k = 2 \rightarrow 75.000 = 150.000 * \left(1 - \frac{2}{4}\right)$

Iznos anuiteta:

$$a_k = \frac{P}{n}\left(r\left(n - k + 1\right) + 1\right)$$

npr. $k = 2 \rightarrow 48.750 = \frac{150.000}{4}\left(0{,}1 * \left(4 - 2 + 1\right) + 1\right)$

Kontrole nakon izrade tablice:

Zbroj otplatnih kvota:

$$P = nR$$

$$150.000 = 4 * 37.500$$

Zbroj anuiteta:

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n} I_k + P$$

52.500 + 48.750 + 45.000 + 41.250 =

= (15.000 + 11.250 + 7.500,00 + 3.750,00) + 150.000

Kao i u prethodnom slučaju, u proračunskim tablicama nije izravno podržana mogućnost ugovaranja željenog anuiteta. Stoga je i ovdje potrebno simulirati postupak opisan otplatnom tablicom i pojašnjenjima za svaki pojedini korak.

4.4.1 Interkalarna kamata

U dosadašnjem pregledu osnovnih modela planova otplate zajmova pretpostavljalo se da vrijeme puštanja zajma u tečaj (tj., trenutak njegove isplate korisniku) koincidira s početkom periodičnog otplatnog režima. Upravo stoga, kao početni korak pri sastavljanju otplatne tablice, navodi se identifikacija iznosa odobrenog zajma P kao početnog dugovanja (tj., početnog “ostatka duga” P_0):

$$P_0 = P$$

Tehnički, to znači da se podrazumijeva da se zajam pušta u tečaj točno na kraju “nultog” razdoblja otplate (tj. onog koje prethodi prvom razdoblju u kojem dospijeva prva otplatna, rata). U praksi, međutim, to ne mora biti slučaj (zapravo, gotovo nikada i nije), već se zajam najčešće pušta u tečaj u trenutku koji najbolje odgovara i korisniku i davatelju zajma, neovisno o tome u kojem se dijelu nultog razdoblja otplate taj trenutak nalazi.

Kao posljedica toga, pojavljuje se situacija u kojoj davatelj zajma (npr., banka) tijekom preostalog dijela nultog razdoblja otplate (od trenutka isplate do trenutka početka otplatnog režima) u stvari kreditira korisnika zajma, i to čitavim iznosom odobrenog zajma, a da ta činjenica nije uključena u izračun ukupnih kamata na taj zajam primjenom bilo kojeg dosad izloženog načina izrade otplatnih planova.

Banke nisu spremne ignorirati takvu činjenicu jer bi to značilo odustajanje od legitimnih prihoda od posudbe novca, već kao dodatak postupku izrade plana otplate korisniku zajma obračunavaju i tu kamatu koju nazivaju **interkalarnom kamatom** I_0.

Interkalarna kamata I_0, dakle, kamata je koju banka obračunava na ukupan iznos odobrenog zajma P za razdoblje t_0 od datuma njegovog puštanja u tečaj do datuma s kojim počinje prvo razdoblje njegove otplate. Ako je, na primjer, zajam u iznosu od 100.000 kn odobren na 3 godine uz dekurzivnu mjesečnu otplatu i pušten u tečaj 12. siječnja, interkalarna kamata obračunavat će se na iznos od 100.000 kn za razdoblje od 12. do 31. siječnja jer se 1. veljače kao početak prvog sljedećeg mjeseca smatra početkom trogodišnjeg otplatnog režima.

Napomena: Ovdje se podrazumijeva da otplatni režim počinje upravo početkom prvog sljedećeg otplatnog razdoblja (mjeseca), što ne mora biti slučaj. U praksi su česte situacije u kojima banke svojim komitentima dopuštaju odgodu početka otplatnog režima odobrenog zajma i znatno dulje od preostalog dijela otplatnog razdoblja u kojem je zajam pušten u tečaj. Takva odgoda naziva se **razdobljem počeka** (engl. *grace period*), a kod takvih zajmova interkalarna kamata plaća se na čitavo razdoblje počeka n_0 (ovdje je oznaka t_0 zamijenjena oznakom n_0 jer razdoblje počeka u pravilu obuhvaća više elementarnih razdoblja ukamaćivanja pa se podrazumijeva primjena složenog kamatnog računa).

U gornjem primjeru namjerno nije specificirana ugovorena kamatna stopa kako bi se naglasilo da je ugovaranje kamatne stope po kojoj se obračunava interkalarna kamata neovisno od ugovaranja kamatne stope koja će se primjenjivati u izradi osnovnog plana otplate. U praksi je, međutim, ipak najčešći slučaj da te dvije kamatne stope koincidiraju, baš kao i izbor načina obračuna kamata - npr., ako osnovni plan otplate podrazumijeva složeni dekurzivni kamatni račun, ta će se pretpostavka protegnuti i na izračun interkalarne kamate (složeni kamatni račun primjenjivat će se, naravno, samo u slučaju postojanja razdoblja počeka).

Vezano uz njezino dospijeće i naplatu, odnosno povezivanje s osnovnim planom otplate, interkalarna kamata obično se utvrđuje na jedan od sljedećih načina:

- interkalarna kamata isplaćuje se odjednom, s dospijećem u trenutku početka otplatnog režima ili
- interkalarna kamata pripisuje se iznosu odobrenog zajma u trenutku početka otplatnog režima.

Kod prvog se načina, dakle, interkalarna kamata računa i isplaćuje odvojeno od osnovnog plana otplate te na njega ni na koji način ne utječe, dok se kod drugog načina ona također računa odvojeno od osnovnog plana otplate, ali se tako izračunata u trenutku početka režima otplate pripisuje iznosu odobrenog zajma kako bi se dobio stvarni početni "ostatak duga" P_0:

$$P_0 = P + I_0$$

Primjer 4.6 Zajam od 150.000 kn odobren je poduzeću na 4 godine uz 10 posto složenih dekurzivnih kamata godišnje te uz plaćanje promjenjivih anuiteta krajem svake godine, u kojima su otplatne kvote jednake. Ako je zajam pušten u tečaj 1. listopada, izračunajte interkalarnu kamatu i sastavite otplatnu tablicu uz pretpostavku da se:

a) interkalarna kamata obračunava po istoj kamatnoj stopi kao i redovna kamata, ali se plaća u trenutku početka otplatnog režima;

b) interkalarna kamata obračunava po istoj kamatnoj stopi kao i redovna kamata te se pripisuje iznosu odobrenog zajma i uključuje u otplatni režim.

$P = 150.000\ kn$

$r = 10$

$n = 4$

$$t_0 = \frac{1}{4}$$

$$I_0 = Prt_0 = 150.000 * 0{,}1 * \frac{1}{4} = 3.750\ kn$$

a) Iznos interkalarnih kamata od 3.750 kn plaća se 1. siječnja sljedeće godine (prve godine razdoblja otplate). Otplatna tablica izrađuje se u skladu s pravilima koja su definirana u prethodnom poglavlju, a koja se odnose na otplatu zajma promjenjivim anuitetima i konstantnim kvotama.

Kraj *k*-tog razdoblja	**Anuitet *a***	**Kamate I_k**	**Otplatna kvota R_k**	**Ostatak duga P_k**
0				150.000,00
1	52.500,00	15.000,00	37.500,00	112.500,00
2	48.750,00	11.250,00	37.500,00	75.000,00
3	45.000,00	7.500,00	37.500,00	37.500,00
4	41.250,00	3.750,00	37.500,00	0,00

b) Nakon obračuna interkalarne kamate, njezin se iznos pripisuje iznosu odobrenog zajma i uključuje u otplatni režim

$$P_0 = P + I_0 = 150.000 + 3.750 = 153.750\ kn$$

Kraj *k*-tog razdoblja	Anuitet *a*	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga P_k
0				153.750,00
1	53.812,50	15.375,00	38.437,50	115.312,50
2	49.968,75	11.531,25	38.437,50	76.875,00
3	46.125,00	7.687,50	38.437,50	38.437,50
4	42.281,25	3.843,75	38.437,50	0,00

Primjer 4.7 Za izgradnju nekog gospodarskog objekta koristi se zajam od 150.000 kn uz rok otplate 5 godina, godišnji dekurzivni obračun od 6 posto složenih kamata te uz plaćanje jednakim anuitetima na kraju svake godine. S obzirom da se komercijalna upotreba objekta planira tek za dvije godine, banka odobrava dvogodišnje razdoblje počeka. Ako je zajam pušten u tečaj 1. siječnja 2004. godine, izračunajte interkalarnu kamatu i sastavite otplatnu tablicu uz pretpostavku da se interkalarna kamata obračunava po stopi od 3 posto uz složeni godišnji dekurzivni obračun te da se u trenutku početka otplatnog režima ta kamata dodaje početnom iznosu dugovanja.

$$P = 150.000\ kn$$
$$r = 6$$
$$n = 5$$

Izračun interkalarne kamate:

$$n_0 = 2$$
$$r = 3$$

$$P_0 = P(1 + r_0)^{n_0} = 150.000 * (1 + 0{,}03)^2 = 159.135\ kn$$

Izračun anuiteta:

$$a = \frac{P_0 r(1+r)^n}{((1+r)^n - 1)} = \frac{159.135 * 0{,}06 * (1+0{,}06)^5}{((1+0{,}06)^5 - 1)} = \frac{12.777{,}1}{0{,}33826} = 37.708{,}08\ kn$$

Kraj *k*-tog razdoblja	Anuitet *a*	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga P_k
0 (2005.)				159.135,00
1 (2006.)	37.778,08	9.548,10	28.229,98	130.905,02
2 (2007.)	37.778,08	7.854,30	29.923,78	100.981,24
3 (2008.)	37.778,08	6.058,87	31.719,21	69.262,03
4 (2009.)	37.778,08	4.155,72	33.622,36	35.639,67
5 (2010.)	37.778,08	2.138,41	35.639,67	0,00

NAPOMENA: U otplatnoj tablici (u njezinom prvom stupcu) redni brojevi koji označavaju razdoblja otplate uvijek se referiraju prema početku otplatnog režima, ali ne nužno i prema puštanju zajma u tečaj (u ovom primjeru, trenutak puštanja zajma u tečaj odnosio bi se na početak *«minus prvog»* razdoblja).

Upotreba proračunske tablice u ovom primjeru podrazumijeva korekciju iznosa zajma za iznos interkalarne kamate nakon proteka razdoblja počeka. Nakon što definiramo parametre zajma u ovom primjeru, dovoljno je izračunati buduću vrijednost glavnice korigirane za interkalarnu kamatu te za tako utvrđeni iznos izračunati anuitet kao što je prikazano u tablici u nastavku

	A	B	C	D
1	4.7	P=	150.000,00	Kn
2		r=	6,0%	
3		n=	5	Godine
4				
5		interk.	159.135,00 kn	
6				
7		a=	37.778,08 kn	

pri čemu je za izračun glavnice uvećane za interkalarnu kamatu potrebno u ćeliju C5 upisati

=FV(0,03;2;;-C1)

dok je za iznos anuiteta potrebno u ćeliju C7 unijeti

=PMT(C2;C3;-C5)

4.4.2 Konverzija zajma

U praksi se vrlo često pojavljuju situacije u kojima, na inicijativu korisnika zajma, dolazi do dogovora između zajmodavca (banke) i korisnika zajma (njezinoga klijenta) o promjeni uvjeta otplate zajma. Pod promjenom uvjeta otplate zajma podrazumijeva se promjena bilo kojeg od bitnih elemenata ugovora o zajmu, bitnih u tom smislu da se njihova kvantitativna promjena efektuira u planu otplate toga zajma. To su iznos glavnice, rok otplate zajma, kamatna stopa (ukoliko nije inicijalno ugovorena kao varijabilna) ili pak ritam otplate zajma. Ukoliko se, dakle, uvjeti otplate mijenjaju tako da je potrebno mijenjati plan otplate, govorimo o **konverziji zajma**.

U takvim situacijama inicijalna otplatna tablica (sastavljena u trenutku odobravanja zajma) korigira se od trenutka konverzije zajma (recimo da je to kraj razdoblja c), i to tako da njegov novi plan otplate matematički konzistentno obuhvaća sve elemente novonastalih uvjeta otplate, neovisno o tome kakvi su bili inicijalni uvjeti. Matematički, postupak se sastoji od inicijalnog koraka u kojemu se utvrđuje koliki je ostatak duga P_c koji je preostao u trenutku prestanka važenja inicijalnog režima otplate te postupka sastavljanja nove otplatne tablice (kao kronološkog nastavka inicijalne tablice od trenutka konverzije), pri čemu se kao novi "početni iznos dugovanja" P'_0 koristi upravo ovaj, u inicijalnom koraku konverzije izračunati ostatak duga:

$$P_0' = P_c$$

Ostali elementi novog plana otplate (anuitet a'_1, kamata I'_1 te otplatne kvote R'_1) računaju se kombiniranjem novih elemenata iz ugovora o konverziji zajma (ako su oni izmijenjeni) i onih iz inicijalnog ugovora (ukoliko se nisu promijenili).

Napomena: Uočimo da se kod oznaka P'_1 za ostatak duga, a'_1 za anuitete, I'_1 za kamatu te R'_1 za otplatne kvote kod novog plana otplate konvertiranog zajma kronološki indeks “l” odnosi na razdoblje rednog broja $k+c$ iz inicijalnog plana otplate.

Primjer 4.8 Poduzeće je s bankom sklopilo ugovor o zajmu od 100.000 kn, koji je odobren na četiri godine uz plaćanje jednakim anuitetima na kraju svake godine te uz 6 posto godišnjih dekurzivnih kamata. Međutim, nakon dvije godine poduzeće je od banke tražilo produljenje roka otplate zajma za dvije godine. Sastavite otplatnu tablicu toga zajma prije i nakon njegove konverzije.

Izračun fiksnog anuiteta prije konverzije zajma:

$$a = \frac{P_0 r(1+r)^n}{((1+r)^n - 1)} = \frac{100.000 * 0{,}06 * (1+0{,}06)^4}{((1+0{,}06)^4 - 1)} = \frac{7574{,}8618}{0{,}262477} = 28.859{,}15\ kn$$

Kraj *k*-tog razdoblja	**Anuitet** ***a***	**Kamate** I_k	**Otplatna kvota** R_k	**Ostatak duga** P_k
0				100.000,00
1	28.859,15	6.000,00	22.859,15	77.140,85
2	28.859,15	4.628,45	24.230,70	52.910,15
3	28.859,15	3.174,61	25.684,54	27.225,61
4	28.859,15	1.633,54	27.225,61	0,00

Ostatak duga u trenutku konverzije zajma:

$$P_0^{'} = P_2 = 52.910{,}15\ kn$$

Konverzija zajma (promjena uvjeta otplate):

$$n^{'} = n - c + 2 = 4 - 2 + 2 = 4$$

Napomena: U ovom primjeru u okviru konverzije zajma promijenjen je samo rok otplate pa se varijabla n zamjenjuje varijablom n' koja se dobiva tako da se originalani rok otplate umanjuje za razdoblje c proteklo do trenutka konverzije zajma (u ovom primjeru to je razdoblje od 2 godine jer se konverzija odvija na kraju druge godine), a uvećava za duljinu ugovorom o konverziji definiranog produljenja otplatnog režima (koje u ovom primjeru iznosi 2 godine).

Izračun fiksnog anuiteta nakon konverzije zajma:

$$a = \frac{P_0 r(1+r)^{n'}}{((1+r)^{n'}-1)} = \frac{52.910,15 * 0,06 * (1+0,06)^4}{((1+0,06)^4-1)} = 15.269,42\ kn$$

Kraj *k*-tog razdoblja	Anuitet a	Kamate I_k	Otplatna kvota R_k	Ostatak duga P_k
0				100.000,00
1	28.859,15	6.000,00	22.859,15	77.140,85
2	28.859,15	4.628,45	24.230,70	52.910,15
3	15.269,42	3.174,61	12.094,81	40.815,34
4	15.269,42	2.448,92	12.820,50	27.994,84
5	15.269,42	1.679,69	13.589,73	14.405,11
6	15.269,42	864,31	14.405,11	0,00

Konverzija zajma u proračunskim tablicama podrazumijeva upotrebu nekoliko funkcija. Potrebno je utvrditi preostali iznos glavnice u trenutku konverzije i nakon toga izračunati novi iznos anuiteta, u skladu s novim parametrima zajma.

U ovom primjeru pokazat ćemo i kako se kreiraju elementi otplatne tablice zajma. U tu svrhu potrebno nam je nekoliko financijskih funkcija proračunske tablice koje donosimo u nastavku.

Iznos anuiteta utvrđuje se već prikazanom funkcijom PMT. Kao što znamo, svaki se anuitet sastoji od dijela glavnice i dijela kamata. Svaki od tih dijelova moguće je utvrditi posebnom funkcijom.

Funkcija IPMT omogućava utvrđivanje iznosa kamata koje se plaćaju u određenom trenutku. Sintaksa je ove funkcije sljedeća:

IPMT (kamatna stopa; redni broj razdoblja; broj razdoblja ukamaćivanja; -iznos zajma; -buduća vrijednost; vrsta)

pri čemu je značenje parametara kamatna stopa, a broj razdoblja ukamaćivanja, iznos zajma, buduća vrijednost i vrsta imaju ista značenja kao kod funkcije PMT, dok se parametrom redni broj razdoblja definira s obzirom na to u kojem razdoblju otplate zajma želimo utvrditi iznos kamata u anuitetu.

Sljedeća je funkcija koja omogućava potpuno kreiranje otplatne tablice zajma PPMT kojom se računa iznos glavnice koji se plaća u određenom anuitetu. Sintaksa ove funkcije ista je sintaksi prethodne:

PPMT (kamatna stopa; redni broj razdoblja; broj razdoblja ukamaćivanja; -iznos zajma; -buduća vrijednost; vrsta)

pri čemu je značenje parametara jednako značenju parametara prethodne funkcije.

Rješenje ovog primjera donosimo u nastavku.

	A	B	C	D	E	F
1	4.8	P=	100.000,00			
2						
3		Razdoblje	Anuitet	Kamata	Kvota	Ostatak
4		1	28.859,15	6.000,00	22.859,15	77.140,85
5		2	28.859,15	4.628,45	24.230,70	52.910,15
6		3	28.859,15	3.174,61	25.684,54	27.225,61
7		4	28.859,15	1.633,54	27.225,61	0,00
8						
9		P'=	52.910,15			
10						
11		Razdoblje	Anuitet	Kamata	Kvota	Ostatak
12		1	15.269,42	3.174,61	12.094,81	40.815,34
13		2	15.269,42	2.448,92	12.820,50	27.994,84
14		3	15.269,42	1.679,69	13.589,73	14.405,11
15		4	15.269,42	864,31	14.405,11	0,00

Primjerice, iznos kamata u trećem razdoblje otplate zajma potrebno je utvrditi sljedećim izrazom koji se unosi u ćeliju D6

=IPMT(0,06;B6;4;-C1)

dok se iznos glavnice u istom razdoblju računa u ćeliji E6 pomoću izraza

=PPMT(0,06;B6;4;-C1)

Za sastavljanje tablice otplate zajma potrebno je voditi računa o ostatku vrijednosti zajma koja nastaje kao razlika prethodnog ostatka vrijednosti i otplatne kvote u promatranom anuitetu.

4.5 Zadaci za vježbu

1. Uvidom u godišnji promet za 2009. godinu na kunskoj štednoj knjižici gospodina Pavlovića bilježimo sljedeće podatke:

DATUM	ISPLATA	UPLATA	STANJE
10.03.2009.		4.000 kn	4.000 kn
15.07.2009.	1.700 kn		2.300 kn
11.10.2009.	1.200 kn		1.100 kn
22.12.2009.		2.500 kn	3.600 kn

Treba izračunati iznos ukupnih kamata koje je banka obračunala prema evidentiranom prometu na štednoj knjižici gospodina Pavlovića u 2009. godini (na datum 31.12.2009. godine). Banka je obračunavala godišnju kamatnu stopu od 5 posto, a koristi francusku metodu izračunavanja vremena ukamaćivanja (bankarsko pravilo koje podrazumijeva upotrebu relativne kamatne stope). Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: I = 117,04 kuna

2. Dana 1. veljače 2009. godine investitor je kupio 250.000,00 kn vrijednu 2-mjesečnu potvrdu o depozitu (CD) na koju se primjenjuje složena godišnja kamatna stopa od 12 posto uz mjesečni dekurzivni obračun. Po dospijeću potvrde o depozitu 1. travnja 2009. godine, investitor je isti dan odlučio ponovno uložiti svoj novac u novu 6-mjesečnu potvrdu o depozitu vrijednu 270.000,00 kn na koju se primjenjuje složena godišnja kamatna stopa od 8 posto uz kvartalni obračun kamata.

Izračunajte sljedeće:

a) Kolika je vrijednost 2-mjesečne potvrde o depozitu po njezinom dospijeću 1. travnja 2009. godine?
b) Koliki je iznos investitor morao dodati 1. travnja kako bi mogao kupiti novu 6-mjesečnu potvrdu o depozitu?
c) Kolika je vrijednost 6-mjesečne potvrde o depozitu po njezinom dospijeću 1. listopada 2009. godine?
d) Koliki je ukupni iznos kamata koje je investitor zaradio ulaganjem svoga kapitala u obje potvrde o depozitu?

NAPOMENA: U ovom zadatku treba primijeniti bankarsko pravilo koje podrazumijeva upotrebu relativne kamatne stope.

Rješenje: a) M_1 = 255.025,00 kuna; b) U = 14.975,00 kuna; c) M_2 = 280.908,00 kuna; d) I = 15.933,00 kuna

3. Komitentu banke odobren je zajam u iznosu od 100.000,00 kn na rok od 5 godina uz godišnju kamatnu stopu od 10 posto. Zajam se amortizira jednakim (konstantnim) anuitetima krajem svakog polugodišta. Koliki je iznos polugodišnjeg anuiteta ako je obračun kamata složen, polugodišnji i dekurzivan?

NAPOMENA: Zadatak riješite korištenjem relativne i konformne kamatne stope.

Rješenje: a) korištenje relativne kamatne stope: a = 12.950,46 kuna; b) korištenje konformne kamatne stope: a = 12.875,67 kuna

4. Zajam se tijekom 3 godine otplaćuje jednakim anuitetima krajem svakog mjeseca uz 2 posto mjesečnih kamata. Ostatak duga na kraju petog razdoblja iznosi 26.997,34 kn. Koliki je iznos zajma ako je obračun kamata složen, mjesečni i dekurzivan?

Rješenje: P = 30.000,00 kuna

5. Zbroj prve i druge otplatne kvote nekog zajma iznosi 21.133,25 kn. Godišnja kamatna stopa iznosi 8%, a obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan. Koliki je iznos jednakih anuiteta koji dospijevaju krajem godine ako je rok otplate zajma 10 godina?

Rješenje: a = 21.934,84 kuna

6. Poduzeću je odobren zajam od 500.000,00 kn na rok od 3 godine uz plaćanje jednakih dogovorenih mjesečnih anuiteta od 16.750,00 kn krajem svakog mjeseca i poznati ostatak duga na kraju trideset i petog razdoblja od 10.491,76 kn. Na odobreni zajam obračunava se mjesečna kamatna stopa od 1 posto, a obračun kamata je složen, mjesečni i dekurzivan. Treba izračunati sljedeće:

a) iznos zadnjeg (krnjeg) anuiteta
b) iznos sveukupno plaćenih anuiteta
c) iznos sveukupno plaćenih kamata.

Rješenje: a) $a' = a_{36}$ = 10.596,68 kuna; b) $\Sigma_{k=1}^{n} a_k$ = 596.846,68 kuna; c) $\Sigma_{k=1}^{n} I_k$ = 96.846,68 kuna

7. Banka je štediši odobrila zajam u iznosu od 20.000,00 kn na rok od 4 godine uz plaćanje konstantnih godišnjih otplatnih kvota. Na kraju prve godine (tj., na kraju prvog razdoblja otplate zajma) štediša će morati platiti anuitet u iznosu od 6.500,00 kn. Ako je obračun kamata složen, godišnji i dekurzivan, izračunajte koju kamatnu stopu banka obračunava na odobreni zajam.

Rješenje: r = 7,5% godišnje

8. Zajam se amortizira promjenjivim anuitetima krajem svakog kvartala u razdoblju od 5 godina. Na zajam se obračunava godišnja kamatna stopa od 12 posto, a obračun kamata je složen, kvartalni i dekurzivan. Koliki je iznos zajma ako je deseti varijabilni anuitet jednak 13.161,07 kn?

NAPOMENA: U zadatku primijenite konformnu kamatnu stopu.

Rješenje: P = 200.000,00 kuna

9. Banka je odobrila zajam od 10.000,00 kn fizičkoj osobi na rok od 12 mjeseci i uz godišnju kamatnu stopu od 15 posto (primijenite relativnu kamatnu stopu i englesku metodu obračuna kamata). Zajam se otplaćuje jednakim (konstantnim) anuitetima krajem svakog mjeseca. Ako je zajam pušten u tečaj (isplaćen korisniku) dana 4. svibnja, sastavite otplatnu tablicu zajma te izračunajte iznos interkalarne kamate koju fizička osoba mora platiti banci uz sljedeće pretpostavke:

a) interkalarna kamata obračunava se po istoj stopi kao i redovna kamata zajma, ali se odvojeno plaća (na početku režima otplate);

b) interkalarna kamata obračunava se po istoj stopi kao i redovna kamata zajma te se pripisuje iznosu odobrenog zajma i uključuje u režim otplate.

Rješenje: $I_0 = 110{,}96$ kuna

a) Otplatna tablica zajma:

ANUITET KONSTANTAN ↔ OTPLATNE KVOTE VARIJABILNE:

$P_o=P=10.000{,}00$ KN
$r_N=15\%$ godišnje
$r_R=0{,}15/12=1{,}25\%$ = mjesečna relativna kamatna stopa
$n=1$ godina$=1\times12=12$ mjeseci $(n\times m)$
$m=12$

$P=a((1+r)^n-1) / r(1+r)^n$
$a=Pr(1+r)^n / ((1+r)^n-1)$
$I_k=P_{k-1}r_R$
$R_k=a-I_k$
$P_k=P_{k-1}-R_k$
$r_R=r_N/m$

	P_k	R_k	I_k	a
k=0	**10.000,00**	-	-	-
k=1	9.222,42	777,58	125,00	902,58
k=2	8.435,11	787,30	115,28	902,58
k=3	7.637,97	797,14	105,44	902,58
k=4	6.830,86	807,11	95,47	902,58
k=5	6.013,66	817,20	85,39	902,58
k=6	5.186,25	827,41	75,17	902,58
k=7	4.348,50	837,75	64,83	902,58
k=8	3.500,27	848,23	54,36	902,58
k=9	2.641,44	858,83	43,75	902,58
k=10	1.771,87	869,57	33,02	902,58
k=11	891,44	880,43	22,15	902,58
k=12	0,00	891,44	11,14	902,58
UKUPNO PLAĆENO:		**10.000,00**	**831,00**	**10.831,00**
		GLAVNICA	**KAMATE**	**ANUITET**

KREDIT=	**10.000,00**	**K. STOPA=**	**1,2500%**
BROJ PERIODA OBRAČUNA KAMATA=			**12**

b) Otplatna tablica zajma:

ANUITET KONSTANTAN ↔ OTPLATNE KVOTE VARIJABILNE:

$P_o=P+I_0=10.000{,}00$ KN $+ 110{,}96$ KN $= 10.110{,}96$ KN
$r_N=15\%$ godišnje
$r_R=0{,}15/12=1{,}25\%$ = mjesečna relativna kamatna stopa
$n=1$ godina$=1\times12=12$ mjeseci $(n\times m)$
$m=12$

$P=a((1+r)^n-1) / r(1+r)^n$
$a=Pr(1+r)^n / ((1+r)^n-1)$
$I_k=P_{k-1}r_R$
$R_k=a-I_k$
$P_k=P_{k-1}-R_k$
$r_R=r_N/m$

	P_k	R_k	I_k	a
k=0	**10.110,96**	-	-	-
k=1	9.324,75	786,21	126,39	912,60
k=2	8.528,71	796,04	116,56	912,60
k=3	7.722,72	805,99	106,61	912,60
k=4	6.906,66	816,06	96,53	912,60
k=5	6.080,39	826,26	86,33	912,60
k=6	5.243,80	836,59	76,00	912,60
k=7	4.396,75	847,05	65,55	912,60
k=8	3.539,11	857,64	54,96	912,60
k=9	2.670,75	868,36	44,24	912,60
k=10	1.791,54	879,21	33,38	912,60
k=11	901,33	890,20	22,39	912,60
k=12	0,00	901,33	11,27	912,60
UKUPNO PLAĆENO:		**10.110,96**	**840,22**	**10.951,18**
		GLAVNICA	**KAMATE**	**ANUITET**

KREDIT=	**10.110,96**	**K. STOPA=**	**1,2500%**
BROJ PERIODA OBRAČUNA KAMATA=			**12**

10. Privatni poduzetnik odlučio se na gradnju turističkog objekta te je prinuđen na financiranje izgradnje putem dugoročnog zajma koji će dobiti od poslovne banke. Banka mu je na datum 1. siječnja 2004. godine pustila u tečaj (isplatila) zajam na iznos od 1.000.000,00 kn uz rok otplate od 5 godina, složenu godišnju kamatnu stopu od 6 posto te model plaćanja koji podrazumijeva jednake otplatne kvote (varijabilni anuitet). Anuiteti se plaćaju na kraju svake godine, i to tako da prvi anuitet na naplatu dospijeva krajem 2007. godine (odobren je poček u trajanju od 3 godine, od 01.01.2004. do 01.01.2007.). Treba izračunati interkalarnu kamatu i sastaviti otplatnu tablicu uz pretpostavku da se interkalarna kamata obračunava po složenoj godišnjoj kamatnoj stopi od 5 posto. Ukupno dobiveni iznos interkalarne kamate pripisuje se svoti odobrenog zajma i uključuje u režim otplate.

Rješenje: I_0 = 157.625,00 kuna

Otplatna tablica zajma:

ANUITET VARIJABILAN ↔ OTPLATNE KVOTE KONSTANTNE:

P_o=P+I_0=1.000.000,00 KN + 157.625,00 KN=1.157.625,00 KN

r_N=6% godišnje

n=5 godina

P=Rn

R=P/n

$I_k=P_{k-1}r_R$

$a_k=R+I_k$

$P_k=P_{k-1}-R$

	P_k	R	I_k	a_k
k=0 (2006)	**1.157.625,00**	-	-	-
k=1 (2007)	926.100,00	231.525,00	69.457,50	300.982,50
k=2 (2008)	694.575,00	231.525,00	55.566,00	287.091,00
k=3 (2009)	463.050,00	231.525,00	41.674,50	273.199,50
k=4 (2010)	231.525,00	231.525,00	27.783,00	259.308,00
k=5 (2011)	0,00	231.525,00	13.891,50	245.416,50
UKUPNO PLAĆENO:		**1.157.625,00**	**208.372,50**	**1.365.997,50**
		GLAVNICA	**KAMATE**	**ANUITET**

KREDIT=	**1.157.625,00**	**K. STOPA=**	**6,0000%**
BROJ PERIODA OBRAČUNA KAMATA=			**5**

11. Dioničko društvo s poslovnom je bankom sklopilo ugovor o zajmu na iznos od 200.000,00 kn na rok od 5 godina. Plaćanje se vrši varijabilnim anuitetima (konstantne otplatne kvote) krajem svake godine, a složena godišnja kamatna stopa iznosi 8 posto. Treba sastaviti otplatnu tablicu toga zajma prema gore definiranim uvjetima te u situaciji kada je izvršena konverzija zajma, na jedan od sljedećih načina:

a) Promjena iznosa glavnice zajma - dioničko društvo nakon 2 godine otplate zajma (c = 2) zatražilo je povećanje iznosa glavnice zajma za dodatnih 100.000,00 kn.

b) Promjena roka otplate zajma – dioničko društvo nakon 3 godine otplate zajma ($c = 3$) zatražilo je povećanje roka otplate za dodatne 2 godine.

c) Promjena kamatne stope zajma – dioničko društvo nakon 2 godine otplate zajma ($c = 2$) zatražilo je smanjenje kamatne stope zajma s 8 na 6 posto godišnje.

d) Promjena režima otplate zajma – dioničko društvo nakon 3 godine otplate zajma ($c = 3$) zatražilo je promjenu načina plaćanja s varijabilnih anuiteta na konstantne anuitete.

Rješenje:

Otplatna tablica prije konverzije zajma:

ANUITET VARIJABILAN ↔ OTPLATNE KVOTE KONSTANTNE:

$P_o = P = 200.000,00$ KN

$r_N = 8\%$ godišnje

$n = 5$ godina

$P_0=Rn$

$R=P_0/n$

$I_k=P_k \cdot r_N$

$a_k=R+I_k$

$P_k=P_{k-1}-R$

	P_k	R	I_k	a_k
k=0	**200.000,00**	-	-	-
k=1	160.000,00	40.000,00	16.000,00	56.000,00
k=2	120.000,00	40.000,00	12.800,00	52.800,00
k=3	80.000,00	40.000,00	9.600,00	49.600,00
k=4	40.000,00	40.000,00	6.400,00	46.400,00
k=5	0,00	40.000,00	3.200,00	43.200,00
UKUPNO PLAĆENO:		**200.000,00**	**48.000,00**	**248.000,00**
		GLAVNICA	**KAMATE**	**ANUITET**

KREDIT=	**200.000,00**	**K. STOPA=**	**8,0000%**
BROJ PERIODA OBRAČUNA KAMATA=			**5**

a) Otplatna tablica poslije konverzije zajma – promjena iznosa glavnice zajma:

ANUITET VARIJABILAN ↔ OTPLATNE KVOTE KONSTANTNE:

$P'_o = P_c + 100.000,00 = 220.000,00$ KN

$r'_N = 8\%$ godišnje

$n' = n - c = 5 - 2 = 3$ godine

$P'_0=R'n'$

$R'=P'_0/n'$ $\quad$ $a'_k=R'+I'_k$

$I'_k=P'_k \cdot r'_N$ $\quad$ $P'_k=P'_{k-1}-R'$

	P'_k	R'	I'_k	a'_k
k=0	**220.000,00**	-	-	-
k=1	146.666,67	73.333,33	17.600,00	90.933,33
k=2	73.333,33	73.333,33	11.733,33	85.066,67
k=3	0,00	73.333,33	5.866,67	79.200,00
UKUPNO PLAĆENO:		**220.000,00**	**35.200,00**	**255.200,00**
		GLAVNICA	**KAMATE**	**ANUITET**

KREDIT=	**220.000,00**	**K. STOPA=**	**8,0000%**
BROJ PERIODA OBRAČUNA KAMATA=			**3**

b) Otplatna tablica poslije konverzije zajma – promjena roka otplate zajma:

ANUITET VARIJABILAN ↔ OTPLATNE KVOTE KONSTANTNE:

$P'_o = P_c$ = 80.000,00 KN

r'_N = 8% godišnje

$n' = n - c + 2 = 5 - 3 + 2 = 4$ godine

$P'_0=R'n'$

$R'=P'_0/n'$

$I'_k=P'_{k-}r'_N$

$a'_k=R'+I'_k$ $\quad P'_k=P'_{k-1}-R'$

	P'_k	R'	I'_k	a'_k
k=0	**80.000,00**	-	-	-
k=1	60.000,00	20.000,00	6.400,00	26.400,00
k=2	40.000,00	20.000,00	4.800,00	24.800,00
k=3	20.000,00	20.000,00	3.200,00	23.200,00
k=4	0,00	20.000,00	1.600,00	21.600,00
UKUPNO PLAĆENO:		**80.000,00**	**16.000,00**	**96.000,00**
		GLAVNICA	**KAMATE**	**ANUITET**

KREDIT=	**80.000,00**	**K. STOPA=**	**8,0000%**
BROJ PERIODA OBRAČUNA KAMATA=			**4**

c) Otplatna tablica poslije konverzije zajma – promjena kamatne stope zajma:

ANUITET VARIJABILAN ↔ OTPLATNE KVOTE KONSTANTNE:

$P'_o = P_c$ = 120.000,00 KN

r'_N = 6% godišnje

$n' = n - c = 5 - 2 = 3$ godine

$P'_0=R'n'$

$R'=P'_0/n'$ $\quad a'_k=R'+I'_k$

$I'_k=P'_{k-}r'_N$ $\quad P'_k=P'_{k-1}-R'$

	P'_k	R'	I'_k	a'_k
k=0	**120.000,00**	-	-	-
k=1	80.000,00	40.000,00	7.200,00	47.200,00
k=2	40.000,00	40.000,00	4.800,00	44.800,00
k=3	0,00	40.000,00	2.400,00	42.400,00
UKUPNO PLAĆENO:		**120.000,00**	**14.400,00**	**134.400,00**
		GLAVNICA	**KAMATE**	**ANUITET**

KREDIT=	**120.000,00**	**K. STOPA=**	**6,0000%**
BROJ PERIODA OBRAČUNA KAMATA=			**3**

d) Otplatna tablica poslije konverzije zajma – promjena režima otplate zajma:

ANUITET KONSTANTAN ↔ OTPLATNE KVOTE VARIJABILNE:

$P'_o = P$ = 80.000,00 KN

r'_N = 8% godišnje

$n' = n - c = 5 - 3 = 2$ godine

$P'_0=a'((1+r')^{n'}-1) / r'(1+r')^{n'}$

$a'=P'_0r'(1+r')^{n'} / ((1+r')^{n'}-1)$

$I'_k=P'_{k-1}r'_N$

$R'_k=a'-I'_k$

$P'_k=P'_{k-1}-R'_k$

	P'_k	R'_k	I'_k	a'
k=0	**80.000,00**	-	-	-
k=1	41.538,46	38.461,54	6.400,00	44.861,54
k=2	0,00	41.538,46	3.323,08	44.861,54
UKUPNO PLAĆENO:		**80.000,00**	**9.723,08**	**89.723,08**
		GLAVNICA	**KAMATE**	**ANUITET**

KREDIT=	**80.000,00**	**K. STOPA=**	**8,0000%**
BROJ PERIODA OBRAČUNA KAMATA=			**2**

Problemski zadatak 1

Poduzeće EXIM d.d. na datum 1. siječnja 2003. godine (datum početka životnog vijeka kredita) odlučilo je realizirati namjenski kredit u poslovnoj banci u iznosu od 2.000.000 kuna s ciljem izgradnje novog proizvodnog pogona. Financiranje poduzeća može se obaviti kod dvije poslovne banke kod kojih poduzeće ima otvorene žiro-račune i čiji je dugogodišnji komitent. Nakon prethodno obavljenih preliminarnih razgovora s managementom poslovnih banaka, poduzeće EXIM d.d. raspolaže sljedećim podacima vezanim uz dogovorene modele otplate zajma:

a) poslovna banka 1 nudi model otplate zajma u jednakim anuitetima na rok od 10 godina, uz godišnju dekurzivnu složenu kamatnu stopu od 5 posto i plaćanje godišnjih anuiteta od kojih prvi na naplatu dospijeva na datum 31. prosinca 2003. godine;

b) poslovna banka 2 nudi model otplate zajma u anuitetima koji sadrže jednake otplatne kvote na rok od 10 godina, uz godišnju dekurzivnu složenu kamatnu stopu od 6 posto i plaćanje godišnjih anuiteta od kojih prvi na naplatu dospijeva na datum 31. prosinca 2003. godine.

Na temelju navedenih podataka treba izračunati sljedeće:

a) Plan otplate namjenskog kredita (zajma) koji nudi poslovna banka 1.

b) Plan otplate namjenskog kredita (zajma) koji nudi poslovna banka 2.

c) Koji bi od navedenih modela otplate zajma poduzeće EXIM d.d. trebalo prihvatiti kao povoljnije rješenje financiranja?

d) Kada bi poslovna banka 2 korigirala svoj model otplate zajma tako da smanji godišnju dekurzivnu kamatnu stopu na 5 posto, bi li u tom slučaju njezina ponuda bila povoljnija od ponude poslovne banke 1?

Problemski zadatak 2

Gospodin Pavlović dugogodišnji je štediša LUMART BANKE d.d. u kojoj je odlučio podići kredit za kupnju novog 2-sobnog stana. Nakon što je riješio sve poslove vezane uz pribavljanje neophodne dokumentacije (potvrde o osobnim primanjima dužnika i jamaca, kupoprodajni ugovor, vlasnički list nekretnine, elaborat o procjeni vrijednosti nekretnine i drugo), poslovna je banka na datum 15. lipnja 2001. godine isplatila na žiro-račun gospodina Pavlovića iznos kredita od 500.000,00 kn. Stambeni kredit sklopljen je na rok od 5 godina (datum aktiviranja otplate kredita je 30. lipnja 2001. godine), uz fiksnu dekurzivnu složenu kamatnu stopu od 8 posto godišnje. Dospijeće prvog anuiteta je 31. srpnja 2001. godine, a dinamika otplate anuiteta je mjesečna u skladu s mjesečnim primanjima dužnika (primijeniti relativnu kamatnu stopu).

Nakon 2 godine od početka otplate zajma (30. lipnja 2003. godine) dužnik je odlučio zamijeniti postojeću nekretninu u vlasništvu (2-sobni stan) novom nekretninom (3-sobni stan). Po obavljanju svih dodatnih radnji vezanih za konverziju zajma (pribavljanje nove dokumentacije i plaćanje poslovnoj banci zavisnih troškova konverzije), banka je na žiro račun gospodina Pavlovića isplatila dodatni iznos od 250.000,00 kuna. Svi ostali parametri kredita (kamatna stopa, rok otplate i režim otplate) ostali su nepromijenjeni.

Na temelju navedenih podataka treba izračunati sljedeće:

a) iznos interkalarne kamate koju dužnik mora platiti poslovnoj banci za razdoblje od datuma isplate kredita do datuma aktiviranja otplate kredita (tj., do početka životnog vijeka kredita), u situaciji kada se interkalarna kamata obračunava po istoj stopi kao i redovna kamata zajma, ali se odvojeno plaća (na početku režima otplate uz primjenu jednostavnog kamatnog računa i engleske metode obračuna kamata);

b) originalni plan otplate stambenog kredita (zajma) za koji se primjenjuje režim otplate konstantnih anuiteta (promjenjivih otplatnih kvota);

c) novi plan otplate nakon konverzije kredita (zajma) za preostalo razdoblje otplate po starom režimu otplate i identičnoj kamatnoj stopi.

4.6 Vrijednosni papiri

4.6.1 Uvod

Poduzeće koje uspješno posluje nužno će nakon određenog vremena početi širiti svoje poslovanje za što će mu trebati dodatna financijska sredstva. Osim dobivanja novih sredstava emitiranjem vlasničkih vrijednosnih papira (kojima se povećava vrijednost kapitala poduzeća), dodatna sredstva mogu se prikupiti zaduživanjem koje se provodi uobičajenim bankarskim kreditima ili emitiranjem dužničkih vrijednosnih papira.

Obveznice (engl. *bond*) su dužnički vrijednosni papiri kod kojih **izdavatelj** (dužnik) obećaje ulagaču (vjerovniku) isplatu posuđenog iznosa uvećanog za određenu naknadu, pri čemu se kod standardne (tzv. kuponske) obveznice ta naknada isplaćuje višekratno, tzv. **kuponima** (engl. *coupon*). Dva su, dakle, bitna vremenska parametra obveznice: samo dospijeće obveznice te ritam isplate (datumi dospijeća) kupona.

Interes je ulagača, odnosno kupca obveznice, dvojak; s jedne strane, poznato mu je koliki iznos novca putem kupona treba dobiti na određene datume u budućnosti, dok s druge strane u svakom trenutku može prodati obveznicu nekom drugom ulagaču. Drugim riječima, **utrživost** (mogućnost prodaje na tržištu) obveznice investitorima je jednako važna kao i obećana zarada jer im se time osigurava mogućnost brze reakcije na iznenadne promjene u poslovanju.

Na kraju uvodnog opisa obveznica spomenimo da danas na financijskim tržištima postoji široka lepeza različitih tipova obveznica od kojih su samo neke "kuponske", tj., podrazumijevaju višekratnu isplatu naknade (kamate) putem kupona. S druge pak strane, postoje i obveznice bez kupona te obveznice kod kojih se putem kupona (višekratno u određenom ritmu) isplaćuje ne samo kamata već i glavnica (to su tzv. *coupon-only bonds*). U ovom kolegiju zadržat ćemo se samo na ilustraciji kamatnog računa na standardnim kuponskim obveznicama.

Za razliku od obveznica (pa i svih ostalih dosad spomenutih vrijednosnih papira) koje predstavljaju ugovore o dužničko-vjerovničkim odnosima, **dionice** su vlasnički vrijednosni papiri koji njihovim vlasnicima omogućavaju udio u vlasništvu poduzeća koje ih je emitiralo. Vlasnički odnos uspostavljen dionicama ogleda se u dvama atributima: sudjelovanju u odlučivanju o strateškim pitanjima poslovanja poduzeća (na skupštinama dioničara) te sudjelovanju u raspodjeli ostvarene dobiti (proporcionalno vlasničkom udjelu u svim emitiranim dionicama (tzv. vlasničkoj glavnici). Promatrano sa stane poduzeća, ono dionicama osigurava prikupljanje osnovnog kapitala koji se naziva dioničkim ili temeljnim kapitalom.

Matematički gledano, činjenica da je kod dionica dužničko-vjerovnički odnos zamijenjen vlasničkim efektuira se dvama elementima koji osnovne, do sada korištene, postavke kamatnog računa čine neupotrebljivim (barem u izravnom smislu): prvo, dionice nemaju dospijeće (čime se ukida element *ukupnog vremena ukamaćivanja*), već je njihov vremenski horizont teorijski beskonačan (praktično je, naravno, povezan uz trajanje pravnog subjektiviteta poduzeća koje ih je emitiralo, a sam vlasnički odnos moguće je prekinuti i prodajom dionica na tržištu) te, drugo, kod dionica se zapravo uopće ne radi o ukamaćivanju jer naknada za njihovo posjedovanje nije ugovorom preciziran iznos (pa ni u postotku od cijene dionice) koji bi se mogao nazvati kamatom, već je naknada udio u ostvarenoj dobiti (tzv. **dividenda**). Taj je oblik naknade nemoguće unaprijed definirati jer ovisi o budućim poslovnim događajima, odnosno, moguće ga je samo predviđati, što u matematičkom smislu nužno vodi u područje stohastičke matematike (a što je izvan dosega ovoga kolegija).

4.6.2 Obveznice

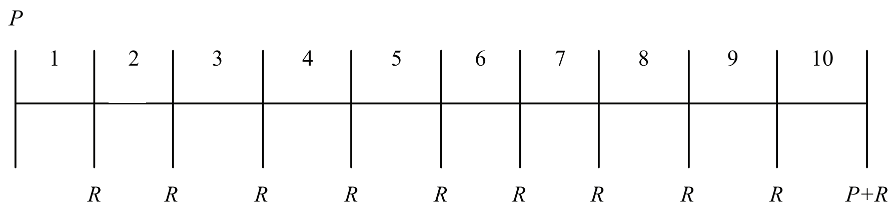
Osnovni su pojmovi koje je potrebno razumjeti prije nego krenemo s proučavanjem obveznica **buduća** i **sadašnja vrijednost,** o kojima je već bilo govora u prethodnim poglavljima. Podsjetimo, jedna kuna danas vrijedi manje od jedne kune sljedeće godine jer će ona nakon godinu dana dobiti i određenu kamatu (pod pretpostavkom da je držimo u banci).

Ukoliko želimo utvrditi buduću vrijednost danas uloženog iznosa, moramo znati po kojoj će se kamatnoj stopi obavljati ukamaćivanje te koliko će elementarnih razdoblja to ukamaćivanje trajati. Matematički ćemo, za slučaj složenog ukamaćivanja (koji je relevantan za obveznice, s obzirom da su one u pravilu dugoročan vrijednosni papir), to zapisati kao:

$$M_n = R\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

pri čemu je M_n buduća vrijednost početnog uloga P_0 koji će se ukamaćivati n elementarnih razdoblja po kamatnoj stopi r.

U slučaju periodičnih uplata (ili isplata), buduća vrijednost može se utvrditi pomoću izraza:



pri čemu je R vrijednost postnumerando periodične uplate (ili isplate). Već smo rekli kako kod obveznica imamo kupone koji zapravo predstavljaju jedan oblik postnumerando periodičnih isplata.

Primjenu tih osnovnih koncepata složenog kamatnog računa na obveznice ilustrirat ćemo u sljedećem primjeru.

Primjer 4.9 Investitor kupuje cijelu emisiju kuponskih obveznica čija je ukupna vrijednost 1.000.000 kn i koje su izdane na rok od 10 godina. Godišnja kuponska stopa iznosi 11 posto, a kuponi se isplaćuju jednom godišnje, na isti datum kada je obavljena emisija obveznica. Koliki je iznos kupona?

$$R = 0{,}11 * 1.000.000 = 110.000\ kn$$

Primjer 4.10 Koliki je ukupni prihod investitora iz prethodnog primjera na kraju desete godine ako znamo da se sredstva dobivena kuponima reinvestiraju po stopi od 2 posto?

Pomoću vrijednosti kupona koju smo odredili u prethodnom primjeru možemo izračunati ukupnu zaradu od reinvestiranja isplaćenih kupona. Matematički, ovaj se postupak svodi na izračun konačne vrijednosti postnumerando periodičnih uplata:

$$P_{10} = 110.000 \frac{(1+0{,}02)^{10} - 1}{0{,}02} = 1.204.469{,}31\ kn$$

Sada je moguće utvrditi ukupni prihod kao sumu posuđenog iznosa, vrijednosti svih isplaćenih kupona te zarade od njihova reinvestiranja (zarada u zagradi iskazuje se kao razlika konačne vrijednosti reinvestiranih kupona i njihove nominalne vrijednosti koja je već uključena u izračun ukupnog prihoda):

$$1.000.000 + 10 * 110.000 + (1.204.469{,}31 - 10 * 110.000) = 2.204.469{,}31\ kn$$

Poznato je otprije kako je kod svakog financijskog instrumenta, osim što je uz zadane uvjete moguće odrediti buduću vrijednost početnog iznosa, moguće izračunati i sadašnju vrijednost budućeg iznosa ukoliko su poznati tržišna kamatna stopa (stopa vrijednosti novca) i vremenski rok ukamaćivanja. Kod (kuponske) obveznice, čiji su financijski tijekovi specifični u smislu da se kamata isplaćuje putem kupona, dakle višekratno, odvojeno od povrata glavnice, problem utvrđivanja njezine sadašnje vrijednosti u matematičkom smislu sastoji se od dva dijela: utvrđivanja sadašnje vrijednosti svih kupona (što matematički odgovara izračunu početne vrijednosti postnumerando isplata) i sadašnje vrijednosti iznosa *M* koji će ulagač dobiti po dospijeću obveznice (što matematički odgovara složenom diskontiranju jednokratnog iznosa na početak životnog vijeka obveznice). Uočimo, međutim, da je kod obveznice iznos *M* jednak početnoj vrijednosti glavnice *P* jer se sav izračun kamate (pa i transakcija koje se na njemu temelje) obavlja odvojeno, putem kupona.

Kao što smo već definirali, vrijednost kuponskih isplata uvijek je jednaka. Označimo li kuponsku isplatu s *C*, možemo izračunati sadašnju vrijednost kupona koji će se isplaćivati u budućnosti kao

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{C}{(1+r)^i} = C \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n}$$

Osim kupona, izdavatelj obveznice na dan njezina dospijeća vraća posuđeni iznos *M* (koji je, da podsjetimo, jednak iznosu *P*). Želimo li utvrditi koliko taj iznos vrijedi na dan izdavanja, poslužit ćemo se sljedećim izrazom

$$\frac{M}{(1+r)^n}$$

Konačno, dodamo li sadašnjoj vrijednosti svih kupona i sadašnju vrijednost glavnice, odnosno posuđenog iznosa M, dobit ćemo sadašnju vrijednost ukupnog iznosa koji investitor može očekivati od obveznice (ukoliko je zadrži do dospijeća):

$$S = \sum_{i=1}^{n} \frac{C}{(1+r)^i} + \frac{M}{(1+r)^n} = C\frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} + \frac{M}{(1+r)^n}$$

Pogledajmo još jednom prethodni izraz. On se sastoji od sadašnje vrijednosti kupona i glavnice pa predstavlja sadašnju vrijednost obveznice, odnosno iznos koji bismo dobili kada bismo mogli trenutno naplatiti buduće prihode. Drugim riječima, ukoliko bi investitor koji posjeduje obveznicu htio prodati tu obveznicu drugom investitoru na dan njenog izdavanja, gornjim bi izrazom mogao izračunati cijenu, odnosno tržišnu vrijednost obveznice. Pritom je kamatna stopa r tržišna kamatna stopa (stopa vrijednosti novca).

Osim izračuna tržišne (sadašnje) vrijednosti obveznice u trenutku njezina izdanja, nameće se i pitanje kako odrediti tržišnu vrijednost obveznice u bilo kojem trenutku unutar njezina životnog vijeka (koji, podsjetimo, traje do dana dospijeća). Označimo slovom s trenutak u kojem je potrebno izračunati tržišnu vrijednost, pri čemu, zbog jednostavnosti, pretpostavljamo da taj trenutak odgovara završetku nekog elementarnog razdoblja (nazovimo ga razdobljem s), tj., da se poklapa s isplatom s-tog kupona. Primijenimo sada sljedeće razmišljanje:

- razdoblje koje promatramo počinje u trenutku s i završava u trenutku n, što čini $(n - s)$ elementarnih razdoblja;
- za svako od tih razdoblja (počevši od prvog razdoblja koje slijedi nakon trenutka s (to je razdoblje $s + 1$) pa sve do posljednjeg razdoblja (razdoblja n)), izračunavamo sadašnju vrijednost pripadnog kupona (vodeći računa o rednom broju razdoblja ($i = 1, 2, \ldots n - s$));
- na kraju dodajemo sadašnju vrijednost originalnog duga M vodeći računa o preostalom broju razdoblja $(n - s)$.

Prethodno izneseni postupak izračunavanja sadašnje vrijednosti obveznice u bilo kojem trenutku do dospijeća matematički možemo zapisati kao[7]:

$$S=\sum_{i=1}^{n-s}\frac{C}{(1+r)^i}+\frac{M}{(1+r)^{n-s}}=C\frac{(1+r)^{n-s}-1}{r(1+r)^{n-s}}+\frac{M}{(1+r)^{n-s}}$$

Primjer 4.11 Pretpostavimo da je obveznica nominalne vrijednosti 1.000 kuna, koja nosi godišnji kupon u iznosu 50 kuna, izdana na rok od 8 godina. Ukoliko tržišna kamatna stopa ili stopa vrijednosti novca trenutno iznosi 7 posto, odredite tržišnu (sadašnju) vrijednost obveznice na kraju druge godine.

$$S=50\frac{(1+0{,}07)^{8-2}-1}{0{,}07*(1+0{,}07)^{8-2}}+\frac{1.000}{(1+0{,}07)^{8-2}}=904{,}67\text{ kn}$$

Obveznice, odnosno svi dužnički vrijednosni papiri, izvrsno su podržani financijskim funkcijama proračunskih tablica. Parametri koji se računaju takvim funkcijama uvelike prelaze obuhvat ove knjige pa ćemo stoga prikazati samo funkciju koja omogućava određivanje teoretske vrijednosti (cijene) obveznice u bilo kojem trenutku.

Funkcija PRICE kojom se pronalazi teoretska vrijednost obveznice u bilo kojem trenutku ima sljedeću sintaksu

PRICE(promatrani datum; datum dospijeća; kuponska stopa; tržišna stopa; 100; broj kupona u godini; osnova)

pri čemu se parametri *promatrani datum* i *datum dospijeća* odnose na trenutak u kojem želimo utvrditi vrijednost obveznice, odnosno trenutak

[7] Ova je formula prilagođena pretpostavci izračuna sadašnje vrijednosti na kraju elementarnog razdoblja, i to neposredno nakon isplate pripadnog kupona. Izravna je posljedica te pretpostavke sumacija n-s postnumerando periodičkih isplata (kupona) koje se sumiraju od 1 do n-s. Kada bismo željeli uključiti i kupon koji se isplaćuje u tom trenutku, morali bismo koristiti sumaciju n-s+1 prenumerando periodičke transakcije sumirane od 0 do n-s. Tako uobličena formula koristi se na financijskim tržištima za kojima se još dopunjava za kamatu stečenu unutar tekućeg elementarnog razdoblja kako bi bila primjenjiva za bilo koji trenutak unutar životnog vijeka obveznice, a ne samo na završetku nekog elementarnog razdoblja.

njezina dospijeća (oba se moraju zadati kao datumske vrijednosti), kuponska stopa je stopa po kojoj se obračunavaju kuponske isplate, tržišna stopa je stopa prinosa (odnosno stopa vrijednosti novca), broj kupona u godini je samoobjašnjavajući, dok osnova ima ulogu definiranja načina mjerenja broja dana između dva datuma (izdvojit ćemo vrijednost 0 koja označava njemačku metodu, vrijednost 1 koja označava englesku metodu te vrijednost 2 koja se koristi za francusku metodu mjerenja vremena).

Rješenje ovog primjera nalazi se u tablici u nastavku

	A	B	C	D	E
1	4.11		P=	1.000,00	Kn
2			kuponska		
3			stopa=	5,0%	
4			do dospijeća	6	godina
5			r=	7,0%	
6					
7		preračun razdoblja			
8		trenutak	1.1.2002		
9		dospijeće	1.1.2008		
10					
11		cijena	904,67 kn		

Obratimo pozornost na definiranje datumskih parametara. Trenutak koji se promatra u zadatku definiran je kao trenutak 6 godina prije dospijeća pa datumskim parametrima moramo definirati upravo to razdoblje.

Cijena obveznice definirana je u ćeliji C11 izrazom

=PRICE(C8;C9;D3;D5;100;1;1)/100*D1

Imamo li na umu da se cijene obveznica izražavaju kao postotni dio njezine nominalne vrijednosti, potrebno je izračunatu cijenu podijeliti sa 100 i tako dobivenu vrijednost pomnožiti s nominalnom.

Primjer 4.12 Ukoliko je tržišna (sadašnja) vrijednost obveznice na kraju druge godine 5.368 kuna (kada tržišna kamatna stopa ili stopa vrijednosti novca iznosi 12 posto godišnje), odredite njezinu nominalnu vrijednost ako je poznato da je obveznica izdana na rok od 7 godina i da polugodišnji kupon iznosi 350 kuna.

Prvo je potrebno izraziti nominalnu vrijednost obveznice kao zavisnu veličinu. Iz izraza za tržišnu vrijednost obveznice možemo izraziti njezinu nominalnu vrijednost kao

$$M=(1+r)^{n-s}\left(S-C\frac{(1+r)^{n-s}-1}{r(1+r)^{n-s}}\right)$$

Nakon toga trebamo provjeriti koliko kupona godišnje isplaćuje promatrana obveznica. Budući da je riječ o polugodišnjim kuponima, trebamo polugodišnju kamatnu stopu (zbog čega ćemo nominalnu pretvoriti u relativnu kamatnu stopu).

$$M=(1+\frac{0{,}12}{2})^{14-4}\left(5.368-350*\frac{(1+\frac{0{,}12}{2})^{14-4}-1}{\frac{0{,}12}{2}*(1+\frac{0{,}12}{2})^{14-4}}\right)=5.000\text{ kn}$$

Dakle, nominalna vrijednost obveznice iznosi 5.000 kuna.

Proračunskom tablicom riješit ćemo isti primjer pomoću dvije funkcije. Prva će omogućiti određivanje sadašnje vrijednosti budućih kuponskih isplata, a druga će riješiti problem tražene vrijednosti. Rješenje je sažeto u tablici u nastavku

	A	B	C	D
1	4.12	P=	5.368,00	kn
2		C=	350,00	kn
3		n=14-4=	10	
4		r=	6%	
5				
6		M=	5.000,00 kn	

pri čemu je u ćeliju C6 potrebno upisati izraz

=FV(C4;C3;;-(C1-PV(C4;C3;-C2)))

Rezultat toga izraza potvrđuje prethodno izračunatih 5.000 kuna.

Pogledajmo sada malo pažljivije u kakvom su odnosu cijena obveznice i kamatna stopa. Budući da je kamatna stopa u nazivniku izraza kojim određujemo cijenu obveznice, možemo zaključiti kako cijena opada s porastom tržišne kamatne stope, odnosno raste s padom tržišne kamatne stope. To ćemo ilustrirati sljedećim primjerom:

Primjer 4.13 Kako se kreće cijena 20-godišnje obveznice nominalne vrijednosti 1.000,00 kuna koja nosi desetpostotni polugodišnji kupon, u odnosu na porast tržišne kamatne stope u rasponu od 5 do 19 posto, uz inkrement od pola postotnoga boda?

U ovom zadatku potrebno je izračunati sadašnju vrijednost promatrane obveznice ovisno o promjeni tržišne kamatne stope:

$$S_{0,050} = \sum_{i=1}^{40} \frac{1000 * \frac{0,10}{2}}{(1+\frac{0,05}{2})^i} + \frac{1000}{(1+\frac{0,05}{2})^{40}} = 1.627,57$$

$$S_{0,055} = \sum_{i=1}^{40} \frac{1000 * \frac{0,10}{2}}{(1+\frac{0,055}{2})^i} + \frac{1000}{(1+\frac{0,055}{2})^{40}} = 1.541,76$$

$$S_{0,060} = \sum_{i=1}^{40} \frac{1000 * \frac{0,10}{2}}{(1+\frac{0,060}{2})^i} + \frac{1000}{(1+\frac{0,060}{2})^{40}} = 1.462,30$$

$$S_{0,19} = \sum_{i=1}^{40} \frac{1000 * \frac{0,10}{2}}{(1+\frac{0,19}{2})^i} + \frac{1000}{(1+\frac{0,19}{2})^{40}} = 538,87$$

Prikažemo li odnos izračunate cijene i tržišne kamatne stope na grafikonu kod kojeg je tržišna cijena na *y* osi, dobit ćemo karakterističnu konveksnu krivulju (slika 1). Svaki put kada je tržišna kamatna stopa niža od kamatne stope koju obećaje obveznica, tržišna vrijednost obveznice manja je od nominalne pa kažemo da se obveznica prodaje uz **diskont**. U suprotnom slučaju, tržišna vrijednost obveznice viša je od nominalne pa se obveznica prodaje uz **premiju**.

Najjednostavniji način rješavanja ovog primjera svakako je onaj pomoću proračunske tablice. Dovoljno je definirati početnu razinu, traženi prirast kamatne stope te primijeniti funkciju za izračun cijene obveznice, kao što je prikazano u nastavku.

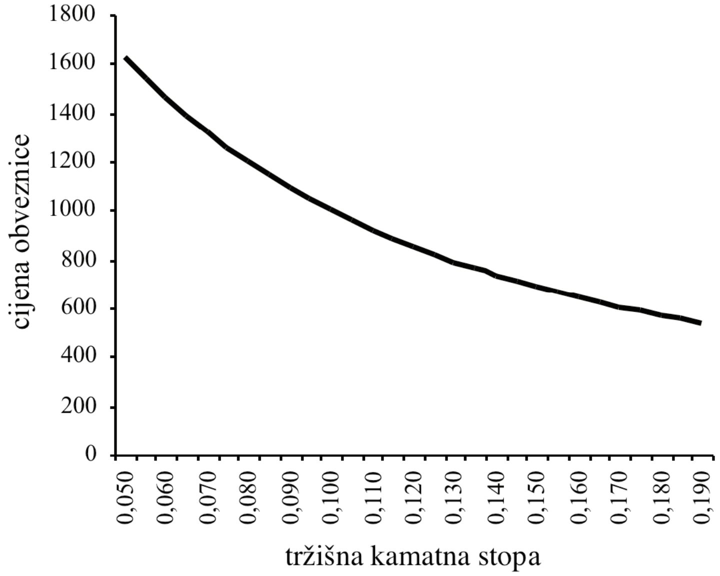
	A	B	C	D
1	4.13	P=	1.000,00	kn
2		r=	0,05	
3		korak	0,005	
4				
5		Stopa	Cijena	
6		0,050	1.627,57 kn	
7		0,055	1.541,76 kn	
8		0,060	1.462,30 kn	
9		0,065	1.388,65 kn	
10		0,070	1.320,33 kn	
11		0,075	1.256,89 kn	
12		0,080	1.197,93 kn	
13		0,085	1.143,08 kn	
14		0,090	1.092,01 kn	
15		0,095	1.044,41 kn	
16		0,100	1.000,00 kn	

17		0,105	958,53 kn	
18		0,110	919,77 kn	
19		0,115	883,50 kn	
20		0,120	849,54 kn	
21		0,125	817,70 kn	
22		0,130	787,82 kn	
23		0,135	759,75 kn	
24		0,140	733,37 kn	
25		0,145	708,53 kn	
26		0,150	685,14 kn	
27		0,155	663,08 kn	
28		0,160	642,26 kn	
29		0,165	622,59 kn	
30		0,170	603,99 kn	
31		0,175	586,39 kn	
32		0,180	569,71 kn	
33		0,185	553,89 kn	
34		0,190	538,87 kn	

U kolonu cijene potrebno je upisati funkciju PRICE koja će za stopu prinosa uzimati vrijednosti definirane u koloni «stopa». Primjerice, za prvu cijenu potreban je izraz

=PRICE(DATE(2000;1;1); DATE(2040;1;1);0,05;C9/2;100;1)*10

Odnos cijene 10-godišnje obveznice i različitih tržišnih kamatnih stopa možemo grafički prikazati na sljedeći način:

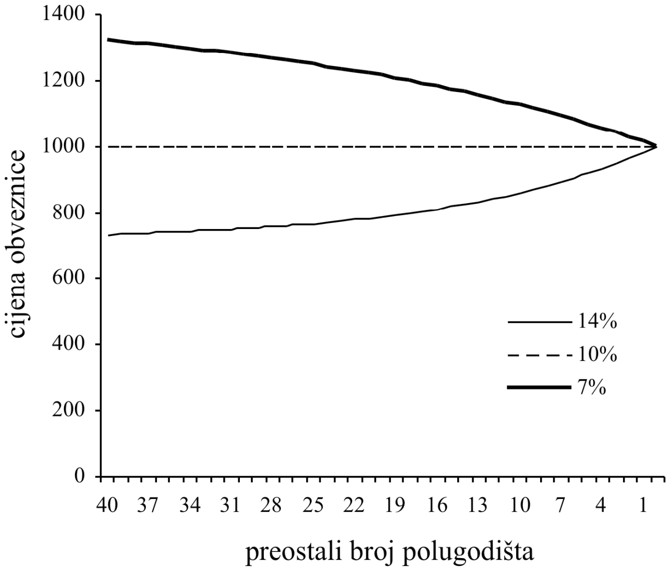


Slika 1.

Na kraju ćemo se zapitati što se događa s cijenom obveznice ukoliko je tržišna kamatna stopa nepromjenjiva. Za obveznicu kojom se trguje bez premije ili diskonta, očito je da nema promjene u cijeni jer je ona uvijek jednaka nominalnoj vrijednosti. Kod obveznice koja se prodaje uz premiju, cijena obveznice opada s protekom vremena i približava se nominalnoj vrijednosti. Konačno, obveznicama koje se prodaju uz diskont cijena mora rasti vremenom da bi u trenutku iskupa bila jednaka nominalnoj vrijednosti. Tu zakonitost ilustrirat ćemo na sljedećem primjeru.

Primjer 4.14 Za 20-godišnju obveznicu nominalne vrijednosti 1.000,00 kuna s desetpostotnim polugodišnjim kuponima, odredite kako se kreće njezina cijena u vremenu (mjereno u broju polugodišta preostalih do dospijeća) kada tržišna kamatna stopa iznosi a) 14 posto, b) 10 posto i c) 7 posto.

Za vježbu, izradite ovaj primjer pomoću proračunske tablice. Rezultati proračuna prikazani su na slici u nastavku koja pokazuje odnos cijene 10-godišnje obveznice i različitih tržišnih kamatnih stopa:



Slika 2.

Važno je uočiti kako tržišna vrijednost obveznice koja se prodaje uz premiju opada, dok tržišna vrijednost obveznice koja se prodaje uz diskont raste. Cijena obveznice čiji je prinos jednak tržišnoj kamatnoj stopi nepromjenjiva je i jednaka nominalnoj cijeni. Nakon proteka posljednjeg razdoblja, u ovom slučaju posljednjeg polugodišta, vrijednost obveznice u svim trima slučajevima jednaka je njezinoj nominalnoj vrijednosti.

U uvodu ovoga poglavlja spomenuto je kako je većina obveznica na tržištu kuponskoga tipa, tj., podrazumijeva višekratnu isplatu kamate, no da ipak postoje i obveznice bez kupona ili **jednokratno isplative** obveznice (engl. *zero-coupon bond*). U matematičkom smislu, te su obveznice znatno jednostavnije od kuponskih. Sama primjena kamatnog računa u takvom se slučaju ne razlikuje od bilo kojeg drugog dužničkog instrumenta s jednokratnom posudbom i povratom duga, a koji podrazumijeva primjenu složenog ukamaćivanja (npr., potvrda o depozitu).

Primjer 4.15 Ukoliko je nominalna vrijednost obveznice 1.000,00 kn i izdana je na rok od 7,5 godina uz 18,8 posto godišnjih kamata, odredite njezinu tržišnu vrijednost.

Prilikom izračuna njezine tržišne vrijednosti, dovoljno je u formulu za tu vrijednost kuponske obveznice uvrstiti nulu kao vrijednost kupona, čime se početni izraz svodi na običnu primjenu složenog kamatnog računa:

$$S = \frac{M}{(1+r)^n} = \frac{1000}{1{,}094^{15}} = 259{,}86\ kn$$

Obveznicom se, dakle, u promatranom trenutku može trgovati po cijeni od 259,86 kn.

4.6.3 Dionice

Vlasnici poduzeća koje prikuplja kapital emisijom dionica nazivaju se dioničarima. Pod pojmom dionica najčešće se misli na **običnu dionicu** koja dioničarima omogućava pravo glasa na skupštini dioničara, što zapravo podrazumijeva mogućnost da dioničar utječe na bitne odluke poduzeća u čijoj se vlasničkoj strukturi nalazi te osigurava udio u poslovnom rezultatu poduzeća koji se isplaćuje putem **dividendi**. Dakle, očito je da kupci dionica svoj interes pronalaze u dividendama.

Ulaganje u dionice za dioničara zapravo predstavlja smanjenje tekuće potrošnje kako bi se osigurali dodatni primici za povećanje buduće potrošnje. Osim spomenute dividende, dodatna mogućnost zarade od ulaganja u dionice proizlazi i iz mogućnosti prodaje jednom kupljene dionice na tržištu te mogućeg ostvarivanja tzv. **kapitalnog dobitka** (engl. *capital gain*) kao pozitivne razlike između prodajne i kupovne cijene. Shodno tome, kod izračuna godišnje stope povrata na ulaganje u dionice treba voditi računa o svim trima faktorima:

$$r = \frac{d_1 + P_1 - P_0}{P_0}$$

pri čemu je r stopa povrata, d_1 iznos godišnje dividende, P_0 kupovna cijena dionice, a P_1 prodajna cijena dionice na kraju godine.

Napomenimo da na stopu povrata na ulaganje u dionice utječe i sama činjenica da je dionica utrživa, tj., da ju je moguće kupiti ili prodati na tržištu, neovisno o tome obavlja li ulagač takve transakcije ili ne. U tom smislu, pripadne cijene (kupovna i prodajna) ne moraju nužno označavati i transakcijske cijene (tj., cijene po kojima je ulagač zaista kupio, odnosno prodao dionicu), već to mogu biti (u slučaju da transakcija nije obavljena) i cijene koje u tom trenutku (na početku, odnosno na kraju razdoblja za koje se računa stopa povrata) kotiraju na tržištu (burzi).

Gornji izraz možemo pisati i kao

$$r+1=\frac{d_1+P_1}{P_0}$$

iz čega se može izraziti početna cijena kao

$$P_0=\frac{d_1+P_1}{r+1}=\frac{d_1}{r+1}+\frac{P_1}{r+1}$$

pri čemu se prvi član s desne strane jednadžbe može interpretirati kao dividenda isplaćena u toj godini diskontirana na svoj početak, a drugi član s iste strane kao prodajna cijena na kraju godine, također diskontirana na početak.

Krenimo sada korak dalje i pretpostavimo da dioničar želi prodati dionicu dvije godine nakon što ju je kupio. Tada bi vrijedilo sljedeće:

$$P_0=\frac{d_1}{r+1}+\frac{d_2}{(r+1)^2}+\frac{P_2}{(r+1)^2}=\sum_{i=1}^{2}\frac{d_i}{(r+1)^i}+\frac{P_2}{(r+1)^2}$$

Poopćavanjem gornjega izraza na n godina dobili bismo sljedeće:

$$P_0=\frac{d_1}{r+1}+\frac{d_2}{(r+1)^2}+...+\frac{d_n}{(r+1)^n}+\frac{P_n}{(r+1)^n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{d_i}{(r+1)^i}+\frac{P_n}{(r+1)^n}$$

što u slučaju beskonačnog držanja dionice postaje

$$P_0=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{d_i}{(r+1)^i}+\frac{P_\infty}{(r+1)^\infty}=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{d_i}{(r+1)^i}$$

Iz gornje formule jasno je vidljivo da je i kod dionice kao vlasničkog vrijednosnog papira njezina tržišna cijena zapravo jednaka sadašnjoj vrijednosti svih budućih (u ovom slučaju, očekivanih) financijskih tijekova (dividendi), što znači da je također ekvivalentna konceptu sadašnje vrijednosti financijskog instrumenta (S_0), elaboriranu u kontekstu dužničkih vrijednosnih instrumenata. Novost (u matematičkom smislu) je samo u tome što se ovdje radi o beskonačnom vremenskom horizontu budućih financijskih tijekova jer, kao što znamo, vlasnički se odnos ne definira na konačan rok. Upravo u tome i leži osnovna manjkavost (u praktičnom smislu) takvog koncepta tržišne (sadašnje) vrijednosti dionice jer je ovdje taj koncept izrazito teorijski te podrazumijeva projiciranje poslovne uspješnosti poduzeća (koje je izdalo dionicu) na vrlo dugačak rok u budućnosti.

Primjer 4.16 Vlasnik dionice posjeduje i opciju njezine prodaje za tri godine po cijeni od 1.500 kn. Kolika je sadašnja vrijednost dionice (temeljena na korištenju navedene opcije) ako se može pretpostaviti da će u sljedeće tri godine generirati dividende od 30, 40 i 50 kn, respektivno, te da je u te tri godine stopa vrijednosti novca konstantna i jednaka 8 posto?

$$P_0 = 30/1{,}08 + 40/1{,}08^2 + (1.500 + 50)/1{,}08^3 = 1.292{,}51 \text{ kn}$$

Ukoliko vlasnik dionice odluči iskoristiti opciju, sadašnja vrijednost njegove dionice iznosi 1.292,51 kn.

U nastavku se vraćamo na kvantitativno opisivanje kretanja cijena dionice, imajući na umu da takav pristup uvijek u sebi nosi i elemente neizvjesnosti koja proizlazi iz procjenjivanja budućih događaja. Sada ćemo, naime, pretpostaviti ne samo da možemo predvidjeti sve buduće dividende, već ćemo nametnuti još hrabriju pretpostavku da je godišnji porast dividendi konstantan u vremenu te pogledati kako ta godišnja stopa promjene dividendi (označimo je s g) može utjecati na buduću cijenu dionice. Možemo pisati:

$$g = \frac{d_i - d_{i-1}}{d_{i-1}} = \frac{d_i}{d_{i-1}} - 1 \Rightarrow g + 1 = \frac{d_i}{d_{i-1}}$$

čime ćemo modificirati izraz za sadašnju vrijednost dionice kao:

$$P_0 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d_1 (g+1)^{i-1}}{(r+1)^i}$$

Nakon sređivanja gornjeg izraza dobit ćemo vezu između sadašnje vrijednosti dionice, prve isplate dividendi, stope povrata i stope rasta dividendi

$$P_0 = \frac{d_1}{r-g}$$

iz čega je stopa povrata

$$r = \frac{d_1}{P_0} + g$$

Primjer 4.17 Kolika je sadašnja vrijednost dionice čija prva dividenda iznosi 67 kuna ako je trenutna kamatna stopa 7 posto dok dividenda raste u beskonačnost godišnjom stopom od 1,5 posto?

$$P_0 = \frac{67}{0{,}07 - 0{,}015} = 1.218{,}18 \text{ kn}$$

Dosadašnja analiza bazirala se na pretpostavci da dividenda predstavlja jedini izvor zarade dioničarima, što je samo djelomično točno. Ukoliko pojedini dioničar uspije otkupiti značajniju količinu dionica, njegova glasačka snaga relativno je veća od ostalih suvlasnika koji pojedinačno imaju manje dionica, što zapravo znači da jedan dioničar može imati ključni utjecaj na odluke poduzeća čime se njegov interes pomiče dalje od jednostavne želje za dividendom. Dodatno, kao što je već spomenuto, poduzeće može isplatiti samo dio dobiti u obliku dividendi, dok ostatak neraspoređene dobiti ostaje zadržana ili reinvestirana dobit i predstavlja značajan izvor rasta poduzeća u budućnosti.

Ako taj element uzmemo u obzir pri utvrđivanju stope povrata na ulaganje u dionice, logično je da stopu porasta dividendi *g* treba povezati s (konstantnim) udjelom zadržavanja dobiti te s iskustvenom (povijesnom) stopom povrata na trajni kapital (engl. *return on equity*), kao mjerom profitabilnosti poslovanja kojim se poduzeće bavi. Označimo li konstantni udio zadržavanja dobiti s *b,* a stopu povrata na trajni kapital s ROE, dobit ćemo sljedeći izraz za stopu povrata od ulaganja u dionice:

$$r = \frac{d_1}{P_0} + b * ROE$$

Možemo, dakle, zaključiti da stopa povrata od ulaganja u dionice u upravo opisanim uvjetima (bez vanjskog financiranja) ovisi o tekućem razdoblju (dividende) i prethodnim razdobljima (zadržana dobit).

Primjer 4.18 Kolika je sadašnja vrijednost dionice čija prva dividenda iznosi 80 kuna ako je trenutna kamatna stopa 14 posto, stopa zadržavanja dobiti 29 posto, a povijesni ROE poduzeća 11 posto?

Da bismo riješili ovaj primjer, potrebno je izraziti sadašnju vrijednost dionice kao funkciju prve dividende, tržišne stope povrata na ulaganja i stope rasta dividendi, koja je ovdje zadana pomoću povijesne stope povrata na kapital i konstantnog udjela zadržavanja dobiti:

$$P_0 = \frac{d_1}{(r - b * ROE)} = \frac{80}{(0{,}14 - 0{,}29 * 0{,}11)} = 584{,}75kn$$

Iz zadanih elemenata može se zaključiti da je sadašnja vrijednost promatrane dionice 1.497 kuna.

4.7 Zadaci za vježbu

1. Javno poduzeće izdalo je određenu količinu obveznica nominalne vrijednosti 1.000,00 kn s rokom dospijeća od 5 godina i polugodišnjim kamatnim kuponima u iznosu od 50,00 kn. Izračunajte tržišnu vrijednost obveznice na kraju 3. godine te iznos premije, odnosno diskonta na obveznicu u tom trenutku ako tržišna kamatna stopa na kraju 3. godine iznosi 8 posto te 12 posto godišnje. U izračunu primijenite relativnu kamatnu stopu.

Rješenje: Tržišna kamatna stopa 8%: P_6 = 1.036,30 kuna, premija = 36,30 kuna. Tržišna kamatna stopa 12%: S_6 = 965,34 kuna, diskont = 34,66 kuna.

2. Odredite cijenu obveznice nominalne vrijednosti 1.500 kuna s rokom dospijeća od 10 godina i polugodišnjim kuponima koji odgovaraju prinosu po godišnjoj kamatnoj stopi 6 posto ako je tražena godišnja stopa prinosa novca 5 posto uz mjesečni obračun.

Rješenje: S = 1.610,57 kuna

3. Kolika je sadašnja vrijednost dionice (tržišna vrijednost) koja je ostvarila prvu dividendu u vrijednosti od 300,00 kn ako je trenutna kamatna stopa na tržištu jednaka 9 posto godišnje dok dividenda raste u beskonačnost godišnjom stopom od 3 posto?

Rješenje: P_0 = 5.000,00 kuna

Problemski zadatak

Poduzeće je odlučilo proširiti proizvodnju, za što mu je potrebna nova proizvodna linija. Iako ne raspolaže potrebnim sredstvima za nabavku nove tehnologije, uprava poduzeća ne želi odustati te pokušava sklopiti povoljan kreditni ugovor s jednom od velikih banaka. Uvjeti kreditiranja koji se nude ne zadovoljavaju trenutna očekivanja uprave poduzeća jer su banke nakon posljednjih poteza središnje monetarne vlasti, kojima se dodatno imobiliziraju sredstva prikupljena inozemnim kreditima, odlučile podići kamatne stope na kredite poduzećima.

Nakon detaljnog proučavanja pristiglih ponuda, uprava poduzeća izabrala je dvije:

c) iznos od 10.000.000 kuna, rok otplate kredita od 7 godina, obračun kamata je složen, polugodišnji i dekurzivan. Nominalna kamatna stopa iznosi 5,53 posto godišnje;
d) iznos od 10.000.000 kuna, rok otplate kredita od 6,5 godina, obračun kamata je složen, tromjesečni i anticipativan. Nominalna kamatna stopa iznosi 5,22 posto godišnje.

Istovremeno s pregovorima o kreditu, uprava poduzeća odlučuje ispitati alternativne izvore financiranja. Na raspolaganju su im dvije mogućnosti: emisija obveznica ili dionica. Imajući na umu osobine dionica kao financijskog instrumenta i činjenicu da su trenutni većinski vlasnici zadovoljni poslovanjem poduzeća, uprava odustaje od dionica.

Bez obzira na rezultate analize kreditnih ponuda, uprava je s trećom bankom dogovorila izdavanje 10.000 obveznica na rok od devet godina, svaka nominalne vrijednosti 1.000 kuna. U inicijalnoj fazi izdanja kontaktirani su potencijalni investitori s ciljem ispitivanja tržišta i analize potražnje nakon čega je inicijalna kuponska stopa smanjena s 5,4 posto za 0,38 posto. Kuponi se isplaćuju dvaput godišnje.

Na temelju navedenih podataka odgovorite na sljedeća pitanja:

a) Koja je kreditna ponuda povoljnija za poduzeće? Primijetite da nije definirana transformacija nominalne kamatne stope u termine elementarnog razdoblja ukamaćivanja.

b) Zašto uprava poduzeća ne želi izdavati dionice? Koje su prednosti financiranja obveznicama u odnosu na financiranje kreditom?

c) Zbog čega je kuponska stopa smanjena za 0,38%?

d) Koliki je ukupni trošak financiranja izdavanjem obveznice i je li uprava donijela dobru odluku o načinu financiranja?

e) Prikažite tablično i grafički kretanje cijene promatrane obveznice od izdanja do dospijeća ako je tržišna kamatna stopa 5 posto, 5,5 posto i 6 posto. Što možete zaključiti?

5 poglavlje

Arbitraža

mr. sc. Branimir Gruić

5 Arbitraža

5.1 Uvod

Poslovanje poduzeća pretpostavlja mogućnost razmjene; bez obzira proizvodi li poduzeće robu ili pruža usluge, ono mora trgovati s ostalim sudionicima tržišta kako bi prihodima pokrivalo rashode te ostvarilo određenu dobit. Dodatno, uprava poduzeća mora poštivati odluke vlasnika te dio ili cijelu dobit rasporediti u kapital poduzeća, a ostatak isplatiti vlasnicima (ukoliko je riječ o dioničkom društvu, govorimo o isplati dividendi).

Prije nego pokažemo pomoću kojeg matematičkog postupka možemo postići taj cilj, posvetit ćemo još malo pozornosti razmjeni. Ona se može odvijati na razini jednog ili više tržišta, odnosno unutar jedne države ili između država. Ako se razmjena odvija između pojedinaca (ili poduzeća) koji se nalaze u različitim državama, govorimo o međunarodnoj razmjeni. O razlozima koji dovode do nje govore teorije međunarodne razmjene kao što su merkantilizam, teorija apsolutnih prednosti, teorija komparativnih prednosti, Heckscher-Ohlinova teorija, Linderova hipoteza i druge, za čije dodatno razumijevanje upućujemo čitatelja na literaturu koja se bavi tom tematikom, kao što je Babić (2000.) ili Krugman (2004.).

Jedna od specifičnosti međunarodne razmjene pitanje je valute plaćanja ukoliko su prodavatelj i kupac iz zemalja koje koriste različite valute. Problem pred kojim se nalaze odnosi se na to kako naplatiti što više, odnosno kako platiti što manje kupnjom i prodajom istih valuta po različitim cijenama na različitim tržištima i tako ostvariti dodatnu dobit (veći prihod ili manji rashod). Taj postupak nazvat ćemo **arbitražom deviza**.

U nastavku poglavlja prvo ćemo kratko ponoviti razmjere i prikazati postupak izračuna nepoznatih veličina u razmjerima, koji nazivamo trojnim pravilom. U sklopu istog poglavlja prikazani su jednostavni i složeni račun diobe nakon čega je opisan shematski postupak pronalaska odnosa dvaju veličina, koji nazivamo verižnim računom. Nakon što definiramo devizni tečaj i razliku između izravnog i neizravnog deviznog tečaja, započet ćemo arbitražom u sklopu koje ćemo pokazati arbitražu na tržištu deviza kada postoje razlike u cijenama istih deviza na različitim tržištima.

5.2 Trojno pravilo, račun diobe i verižni račun

Osnovni je pojam koji moramo poznavati za ostatak poglavlja **razmjer**. Podsjetimo, ukoliko je povezanost dviju veličina takva da se porast jedne veličine odvija kada i porast druge, govorimo u **upravno razmjernim** (ili proporcionalnim) veličinama. Pišemo

$$k = \frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}$$

pri čemu su x i y promatrane veličine, k je **faktor razmjera** koji je, kao što možemo vidjeti, konstantan, a indeksi 1 i 2 podrazumijevaju da je vrijednost promatranih veličina u odnosu na dva uzastopna razdoblja. Drugim riječima, kod te vrste razmjera između dvaju uzastopnih stanja promatranih veličina uvijek imamo isti omjer.

Suprotno tome, razmjer kod kojeg između dvaju uzastopnih stanja promatranih veličina imamo uvijek isti produkt zovemo **obrnutim razmjerom** (ili obrnuto proporcionalnim veličinama). Pišemo

$$C = x_1 y_1 = x_2 y_2$$

pri čemu je C **konstanta razmjera**.

Nakon što smo ponovili razmjere, možemo se pitati što učiniti ako nam jedan od elemenata razmjera nije poznat. Pogledajmo sljedeći primjer.

Primjer 5.1 Podaci koje smo pribavili od konkurentnog poduzeća pokazuju da njihovih 15 radnika može proizvesti 95 proizvoda u jednom satu. Ukoliko želimo proizvoditi 110 proizvoda u jednom satu, koliko radnika moramo zaposliti (pretpostavljamo da su naši radnici jednako kvalitetni u smislu proizvodnosti kao i oni iz konkurentnog poduzeća)?

Ono osnovno što trebamo uočiti jest da zadatak pretpostavlja jednaku kvalitetu radnika. Svaki radnik proizvodi istu količinu proizvoda u jednom satu koja iznosi

$$k = \frac{95}{15} = 6,333$$

Taj ćemo faktor razmjera iskoristi da bismo izračunali potreban broj radnika:

$$k = 6,333 = \frac{110}{X}$$

iz čega je

$$X = \frac{110}{k} = \frac{110}{6,333} = 17,4$$

što znači da nam je potrebno 18 radnika.

Zadatak smo mogli izračunati izravnim uvrštavanjem u izraz za upravne razmjere:

$$k = \frac{110}{X} = \frac{95}{15}$$

iz čega je

$$X = \frac{110 * 15}{95} = 17,4$$

Konačno, moguće je koristiti i shematski postupak izračuna. Kod njega ćemo prvo formirati dva stupca. U prvi upisujemo radnike, a u drugi proizvode.

Radnici	**Proizvodi**
15	95
X	110

Sada je potrebno utvrditi vrstu razmjera. Ukoliko je riječ o upravnom razmjeru, za svaki stupac ucrtat ćemo po jednu strelicu istog smjera, dok ćemo kod obrnutog razmjera ucrtati po jednu strelicu obrnutih smjerova. Važno je da uvijek krećemo od nepoznate veličine.

Znamo da se u ovom primjeru radi o upravnom razmjeru pa ćemo ucrtati strelice istog smjera:

Radnici ↑	Proizvodi ↑
15	95
X	110

Izražena jednadžbom, ova shema svodi se na:

$$\frac{X}{15} = \frac{110}{95}$$

odnosno

$$X = \frac{110 * 15}{95} = 17,4$$

Očekivano, rezultat je uvijek isti bez obzira na grafički ili analitički postupak: u cilju postizanja zadanog uvjeta moramo zaposliti 18 radnika.

Kod obrnutog razmjera primjenjujemo isti postupak uz uvjet konstantnog produkta.

Primjer 5.2 Pretpostavimo da 20 radnika dovrši neki posao za 8 sati. Ako isti posao želimo dovršiti za 4 sata, koliko dodatnih radnika moramo zaposliti?

Kao i u prethodnom primjeru, pretpostavljamo istu kvalitetu radnika. Očito je da su broj radnika i vrijeme potrebno da se obavi promatrani posao obrnuto razmjerni jer za kraće obavljanje posla moramo zaposliti dodatne radnike. Pišemo

$$C = 20 * 8 = 160$$

Uz uvjet konstantnog produkta, a nakon što promijenimo broj sati, imamo

$$C = X * 4 \Rightarrow Y = \frac{C}{4} = \frac{160}{4} = 40$$

Zadatak možemo riješiti i shematski. Ponovo ćemo nacrtati stupce u koje je potrebno ucrtati strelice. Kao i u prethodnom primjeru, prvu strelicu povlačimo od nepoznate veličine, dok drugu ucrtavamo u suprotnom smjeru:

Radnici ↑	Sati ↓
20	8
X	4

Pripadajuća je jednadžba:

$$\frac{X}{20} = \frac{8}{4} \Rightarrow X = \frac{20 * 8}{4} = 40$$

Zaključujemo, ukoliko isti posao želimo obaviti za 4 sata, moramo zaposliti dodatnih 20 radnika.

Prethodna dva primjera ilustrirala su nam kako izračunati nepoznati četvrti član iz razmjera. Opisani postupak nazivamo **jednostavnim trojnim pravilom** kod kojeg grupiramo srodne veličine te promatramo u kakvom su odnosu.

Postavlja se pitanje kako bismo riješili problem kod kojeg se pojavljuje više veličina. Ako u prethodnim primjerima imamo na umu da radno vrijeme traje 8 sati, što bi se dogodilo kada bismo istodobno promijenili dva uvjeta, primjerice, povećali broj radnika i skratili radno vrijeme? U rješavanju takvih problema pomoći će nam **složeno trojno pravilo**. Princip rješavanja takvih problema ostaje isti: grupiramo srodne veličine i određujemo u kakvom su odnosu pojedine grupe (jedna od promatranih grupa uvijek sadrži nepoznatu veličinu).

Primjer 5.3 Pretpostavimo da je turistička zajednica nekog grada u svrhu promidžbe odlučila turistima podijeliti određenu količinu kestena pa nas je zadužila za organizaciju sakupljanja kestena. Moramo odrediti koliko sakupljača trebamo ove godine ako je površina kestenove šume na kojoj će se obavljati sakupljanje 800 m * 90 m te ako će zbog nepovoljnog vremena sakupljanje trajati 3 dana, po 6 sati dnevno. Znamo da je prije godinu dana 50 sakupljača dio kestenove šume površine 1000 m * 80 m obrađivalo 2 dana po 8 sati dnevno.

Nepoznata je veličina broj radnika. Pogledajmo što je zapravo zadano u zadatku: površina i ukupno radno vrijeme. Za veću površinu trebamo više radnika (upravni razmjer). Ukoliko će sakupljanje trajati duže, trebamo manje radnika (obrnuti razmjer). Pišemo

$$\frac{X}{50}=\frac{površina1}{površina2}*\frac{vrijeme2}{vrijeme1}=\frac{800*90}{1000*80}*\frac{2*8}{3*6}\Rightarrow X=50*\frac{800*90}{1000*80}*\frac{2*8}{3*6}=40$$

Kod shematskog rješavanja prvo ćemo grupirati istovrsne veličine te ih prikazati u stupcima.

Broj radnika	Dužina	Širina	Broj dana	Radno vrijeme
50	1000	80	2	8
X	800	90	3	6

Nakon toga svaku ćemo grupu promatrati u odnosu na grupu koja sadrži nepoznatu veličinu. Primjerice, s više radnika možemo obaviti isti posao u manje sati što znači da je broj sati obrnuto razmjeran broju radnika.

Radnici ↑	Sati ↓
50	8
X	6

Analogno, za manju dužinu trebamo manje radnika (upravno razmjerno), za veću širinu više radnika (upravno razmjerno) i za više dana manje radnika (obrnuto razmjerno). Shematski, čitav problem zapisujemo na sljedeći način:

Broj radnika ↑	Dužina ↑	Širina ↑	Broj dana ↓	Sati ↓
50	1000	80	2	8
X	800	90	3	6

Pišemo:

$$\frac{X}{50} = \frac{800}{1000} * \frac{90}{80} * \frac{2}{3} * \frac{8}{6}$$

$$\Rightarrow X = 50 * \frac{800}{1000} * \frac{90}{80} * \frac{2}{3} * \frac{8}{6} = 40.$$

Dakle, ove godine moramo zaposliti 40 radnika kako bismo ispunili planirano.

Pretpostavimo da smo uspjeli prikupiti kestene i ove godine te da smo zaradili određeni iznos. Postavlja se, međutim, sljedeće pitanje: kako pravedno rasporediti taj iznos ako znamo da su neki radnici radili više od drugih?

Postupak pomoću kojeg je moguće razdijeliti određenu veličinu na dijelove imajući na umu jedan ili više kriterija naziva se **računom diobe**. Ako se radi samo o jednom kriteriju, obavit ćemo razdiobu pomoću **jednostavnog** računa diobe, dok ćemo u slučaju dvaju ili više kriterija primijeniti **složeni** račun diobe.

Formalno ćemo problem diobe zapisati kao:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = S$$

pri čemu je S veličina koju trebamo razdijeliti na dijelove $x_1, x_2 \ldots x_n$ prema jednom kriteriju kojim je zapravo definiran njihov odnos:

$$x_1 : x_2 : \ldots : x_n = a_1 : a_2 : \ldots : a_n$$

Zanima nas koliko iznose $x_1, x_2 \ldots x_n$

Već smo spomenuli faktor razmjera k koji nam u ovom slučaju kvantificira odnos veličina a_i i x_i pa pišemo:

$$k = \frac{x_1}{a_1} = \frac{x_2}{a_2} = \ldots = \frac{x_n}{a_n}$$

što znači da početni zapis možemo pisati kao:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} ka_i = k\sum_{i=1}^{n} a_i = S$$

iz čega ćemo izlučiti *k:*

$$k = \frac{S}{\sum_{i=1}^{n} a_i}$$

Zaključimo: faktor razmjera odredit ćemo kao kvocijent veličine koju trebamo raspodijeliti i sume faktora kojima smo definirali odnos traženih dijelova.

Primjer 5.4 Zaposlili smo tri studenta preko student-servisa. Prvi student radio je 80 sati, drugi 67 sati, a treći 93 sata. Kvaliteta rada kod svih je studenata ista. Trebamo pravedno rasporediti 12.000 kuna kojima ćemo ih platiti.

Iz primjera vidimo da studente treba platiti prema količini odrađenih sati, dakle prema jednom kriteriju. Veći će iznos dobiti onaj koji je radio više pa imamo upravno razmjerne veličine. Pišemo

$$\sum_{i=1}^{3} x_i = 12.000$$

$$x_1 : x_2 : x_3 = 80 : 67 : 93$$

Nakon što smo postavili zadatak, odredit ćemo faktor razmjera *k*

$$k = \frac{S}{\sum_{i=1}^{n} a_i} = \frac{12.000}{80+67+93} = \frac{12.000}{240} = 50$$

pomoću kojega ćemo izračunati nepoznate veličine x_i.

$$x_1 = k * a_1 = 50 * 80 = 4000$$
$$x_2 = k * a_2 = 50 * 67 = 3350$$
$$x_3 = k * a_3 = 50 * 93 = 4650$$

Kod složenog računa diobe vodimo se istom logikom, samo što ovaj put moramo voditi računa da se dijelovi x_1, x_2 ... x_n odnose kao a_1, a_2 ... a_n, ali i b_1, b_2 ... b_n, itd. Pišemo

$$\begin{aligned} x_1 : x_2 : \ldots : x_n &= a_1 : a_2 : \ldots : a_n \\ &= b_1 : b_2 : \ldots : b_n \\ &\ldots \\ &= z_1 : z_2 : \ldots : z_n \end{aligned}$$

što nakon sređivanja daje

$$x_1 : x_2 : \ldots : x_n = (a_1 b_1 \ldots z_1) : (a_2 b_2 \ldots z_2) : \ldots : (a_n b_n \ldots z_n)$$

čime smo problem složene diobe sveli na problem jednostavne diobe čije smo opće rješenje već definirali. Pogledajmo sljedeći primjer.

Primjer 5.5 Osnovali smo poduzeće koje se bavi uređenjem tavanskih i podrumskih prostora. Dogovorili smo prvi posao čiji je cilj isprazniti tri različite prostorije. Prva prostorija ima površinu od 49 m2, druga 78 m2, a treća 52 m2. Prvu će prostoriju uređivati 2 radnika, drugu 4 i treću 3. Kako rasporediti ukupni iznos od 18.000 kn kojim želimo platiti radnike?

U ovom primjeru treba primijeniti složeni račun diobe jer je potrebno rasporediti ukupna sredstva prema dvama kriterijima: broju radnika i površini koja se čisti. Pišemo

$$\begin{aligned} x_1 : x_2 : x_3 &= 2 : 4 : 3 \\ &= 49 : 78 : 52 \end{aligned}$$

odnosno

$$x_1 : x_2 : x_3 = 2 * 49 : 4 * 78 : 3 * 52$$

iz čega je faktor proporcionalnosti (zaokružen na dvije decimale)

$$k = \frac{S}{\sum_{i=1}^{n} a_i} = \frac{18.000}{98 + 312 + 156} = \frac{18.000}{566} = 31,80$$

Pomoću toga faktora alocirat ćemo ukupni iznos na sljedeći način:

$$x_1 = k * a_1 b_1 = 31{,}8 * 98 = 3.116{,}4$$
$$x_2 = k * a_2 b_2 = 31{,}8 * 312 = 9.921{,}6$$
$$x_3 = k * a_3 b_3 = 31{,}8 * 156 = 4.960{,}8$$

NAPOMENA: Suma izračunatih vrijednosti iznosi 17.998,8 kn i nešto je manja od zadanih 18.000 zbog zaokruživanja kod izračuna faktora proporcionalnosti.

Poseban shematski postupak kojim možemo pojednostaviti rješavanje ovakvih zadataka primjenjuje se ako su zadane upravno razmjerne veličine. Taj postupak nazivamo **verižnim računom**. Kod njega je važno početi s nepoznatom veličinom te osigurati da se svaki sljedeći par veličina izražava u istim veličinama. Naravno, to implicira da zadnja veličina mora biti izražena u istim mjernim jedinicama kao i prva. Primjerom u nastavku ilustrirat ćemo primjenu verižnog računa.

Primjer 5.6 Uvozno poduzeće želi ponuditi visokokvalitetne zvučne kablove koje proizvodi samo jedan inozemni proizvođač kod kojeg je moguće kupiti minimalno 1000 m takvih kablova po cijeni od 35.000 eura. Uzimajući u obziru trenutni tečaj eura od 7,43564 kuna, transportne troškove koji iznose 3,73 posto cijene te carinu od 14 posto, potrebno je odrediti prodajnu cijenu jednog metra u Hrvatskoj ako uvoznik na svakom metru želi zaraditi 8 posto.

Primjer ćemo riješiti pomoću verižnog računa. U skladu s pravilom, počinjemo s nepoznatom veličinom (cijena jednog metra u kunama) i unosimo sve ostale veličine.

x kuna	**1 m**
1000 m	35.000 eura
1 euro	7,43564 kuna
100 kuna	100 + 3,73 + 14 = 117,73 kuna
100 kuna	100 + 8 = 108 kuna

Dakle, tražimo prodajnu cijenu u kunama za 1 m kablova ako vrijednost 1000 m iznosi 35.000 eura, pri čemu 1 euro vrijedi 7,43564 kuna te ako troškovi uvoza (transport i carina) na svakih 100 kn iznose dodatnih 17,73 kuna, dok marža iznosi 8 kuna na svakih 100 kuna prodajne cijene. Ova se shema prevodi u jednadžbu stavljanjem u omjer produkta desnog i lijevog stupca:

$$x * 1000 * 1 * 100 * 100 = 1 * 35.000 * 7{,}43564 * 117{,}73 * 108$$

$$x = \frac{1 * 35.000 * 7{,}43564 * 117{,}73 * 108}{1000 * 1 * 100 * 100} = 330{,}90$$

Zaključujemo da cijena jednog metra kablova na hrvatskom tržištu treba iznositi 333,03 kune.

5.1 Devizni tečaj i arbitraža deviza

U prethodnom primjeru spomenuli smo pojam tečaja. Svako potraživanje u stranoj valuti nazivamo **devizom**. Devize, kao i sve ostalo u ekonomiji, imaju svoju cijenu koju nazivamo **deviznim tečajem** i koja definira koliko jedne valute trebamo platiti ako želimo kupiti jednu jedinicu druge valute. Devizni tečajevi različitih valuta objavljuju se na tečajnim listama na kojima se obično iskazuju prodajni, kupovni i srednji tečaj za svaku pojedinu valutu.

U praksi postoje dva načina iskazivanja tečaja: **izravno** kotiranje i **neizravno kotiranje**. Kod izravne kotacije tečaj se iskazuje kao broj jedinica domaće valute koji je potrebno dati kako bi se dobila jedna jedinica određene strane valute (primjerice, tečaj hrvatske kune iskazuje se izravno; primijetite da se i cijene u trgovinama također izražavaju izravno: primjerice, plazma televizor košta 15.000 kuna). Suprotno tome, neizravnim kotiranjem definira se broj jedinica strane valute koju možemo dobiti za jednu jedinicu domaće valute (primjerice, tečaj britanske funte iskazuje se neizravno).

Primjer 5.7 Na dan 7. prosinca 2005. godine bilo je potrebno izdvojiti 10,91 kunu (HRK) kako bi se dobila 1 britanska funta (oznaka GBP). Prikažite kako bi se iskazao devizni tečaj kune i funte u Zagrebu i u Londonu.

Definirali smo da se kod tečaja stranih valuta u našoj zemlji primjenjuje izravna kotacija, dok se u Velikoj Britaniji primjenjuje neizravna kotacija. Stoga pišemo

Zagreb (HRK/GBP)	10,910
London (HRK/GBP)	10,910

Primjer 5.8 Ukoliko se za jedan euro (EUR) u Zagrebu može dobiti 7,38 kuna (HRK), a za 0,85 eura jedan američki dolar (USD), koliko je kuna potrebno izdvojiti za jedan američki dolar?

Zadatak možemo riješiti pomoću verižnog računa. Pišemo

x HRK	1 USD
1 USD	0,85 EUR
1 EUR	7,38 HRK

$$x * 1 * 1 = 1 * 0{,}85 * 7{,}38$$

$$x = \frac{1 * 0{,}85 * 7{,}38}{1 * 1} = 6{,}27$$

što znači da za 1 USD trebamo izdvojiti 6,27 HRK.

U praksi, devizni tečajevi predstavljaju važnu stavku u planiranju poslovanja jer je potrebno voditi računa o njihovom kretanju u prošlim razdobljima te u skladu s očekivanjem kretanja u budućnosti planirati prihode i rashode. Podatke o trenutnoj vrijednosti deviznih tečajeva možemo pronaći na dnevnoj osnovi u bilo kojoj banci i to na **tečajnoj listi** koja zapravo predstavlja popis kupovnih, srednjih i prodajnih kunskih vrijednosti određene selekcije stranih valuta. U nastavku se nalazi tečajna lista Hrvatske narodne banke utvrđena na dan 24. prosinca 2005. godine.

HRVATSKA NARODNA BANKA

TEČAJNA LISTA BROJ: 248
utvrđena na dan: 24.12.2009.

Tečajevi iz ove liste primjenjuju se od 25.12.2009.
Tečajevi u kunama - kn

Zemlja	Šifra Val	Jed	KUPOVNI za devize	SREDNJI za devize	PRODAJNI za devize
Australija	036 AUD	1	4,468136	4,481581	4,495026
Kanada	124 CAD	1	4,816257	4,830749	4,845241
Češka	203 CZK	1	0,275470	0,276299	0,277128
Danska	208 DKK	1	0,976554	0,979492	0,982430
Mađarska	348 HUF	100	2,661903	2,669913	2,677923
Japan	392 JPY	100	5,532043	5,548689	5,565335
Norveška	578 NOK	1	0,872341	0,874966	0,877591
Švedska	752 SEK	1	0,699275	0,701379	0,703483
Švicarska	756 CHF	1	4,874712	4,889380	4,904048
Vel. Britanija	826 GBP	1	8,076500	8,100802	8,125104
SAD	840 USD	1	5,043470	5,058646	5,073822
EMU	978 EUR	1	7,269657	7,291532	7,313407
Poljska	985 PLN	1	1,749154	1,754417	1,759680

Izvor: Hrvatska narodna banka (www.hnb.hr)

Činjenica da, osim Hrvatske narodne banke, i sve ostale hrvatske banke, ali i banke u svijetu, sastavljaju svoje tečajne liste, dovodi do sljedećeg pitanja: što učiniti ako je devizni tečaj neke valute u jednoj banci niži u odnosu na tečaj te iste valute u drugim bankama? Logičan bi odgovor glasio: kupiti po nižem tečaju i prodati po višem te tako zaraditi na razlici. Postupak simultane kupnje i prodaje iste imovine na različitim tržištima u cilju zarade zbog razlike kupovne i prodajne cijene nazivamo **arbitražom**. Upravo činjenica da postoje tržišta na kojima se istom imovinom (primjerice, devizama, vrijednosnim papirima ili robom) može trgovati po različitim cijenama, potiče arbitražere čija aktivnost dovodi do promjene potražnje na jednom i ponude na drugom tržištu, što u konačnici dovodi do uspostavljanja ravnoteže i iste cijene na obama tržištima.

Arbitraža deviza može se promatrati pomoću dvaju osnovnih tipova od kojih svaki ima dva dodatna podtipa:

- **arbitraža deviza za izravnavanje** – kako najpovoljnije podmiriti dug ili naplatiti potraživanje. Ova arbitraža može biti:

— *izravna* – istražiti na dužnikovom i vjerovnikovom tržištu kako najpovoljnije platiti dug ili naplatiti potraživanje;
— *posredna* – poznata je deviza transakcije pa se istražuje na kojem je tržištu najpovoljnije platiti dug ili naplatiti potraživanje.

- **arbitraža deviza na diferenciju** – kako ostvariti najveću zaradu. Ova arbitraža također može biti:

— *izravna* – istražiti na kojem od dvaju tržišta kupiti, a na kojem prodati devizu;
— *posredna* – poznata je deviza kojom se trguje pa se traži najpovoljnije tržište.

Primjer 5.9 Poduzeće iz Hrvatske za uvezenu robu treba dobavljaču iz Velike Britanije platiti vrijednost od 75.000 funti (GBP). Domaća banka kod koje poduzeće ima otvorene račune prodaje devize po sljedećim tečajevima: HRK/EUR = 7,54; HRK/USD = 6,52; HRK/GBP = 12,55. Istodobno, poduzeće je u prilici od jedne londonske banke kupiti određene devize po sljedećim tečajevima: EUR/GBP = 1,61; USD/GBP = 1,92; HRK/GBP = 12,88. Kako će dužnik najpovoljnije podmiriti svoj dug?

U ovom primjeru dužnik transakcijama na dvama tržištima pokušava platiti što manji iznos u bilo kojoj valuti (čija je protuvrijednost jednaka 75.000 GBP) pa je riječ o izravnoj arbitraži za izravnavanje.

Dužnik ima na raspolaganju nekoliko scenarija koje ćemo ilustrirati sljedećim verižnim računima:

- kupnja eura u Hrvatskoj i njihova doznaka u London

x HRK	1 GBP
1 GBP	1,61 EUR
1 EUR	7,54 HRK

$$x*1*1=1*1{,}61*7{,}54$$

$$x=\frac{1*1{,}61*7{,}54}{1*1}=12{,}14$$

- kupnja dolara u Hrvatskoj i njihova doznaka u London

x HRK	1 GBP
1 GBP	1,92 USD
1 USD	6,52 HRK

$$x*1*1=1*1{,}92*6{,}52$$

$$x=\frac{1*1{,}92*6{,}52}{1*1}=12{,}52$$

- kupnja funti u Hrvatskoj i njihova doznaka u London

x HRK	1 GBP
1 GBP	12,55 HRK

$$x*1=1*12{,}55$$

$$x=\frac{1*12{,}55}{1}=12{,}55$$

- kupnja funti u Londonu

x HRK	1 GBP
1 GBP	12,88 HRK

$$x*1=1*12,88$$

$$x=\frac{1*12,88}{1}=12,88$$

Budući da je dužniku cilj kupiti funte po najnižoj cijeni, očito je kako mu se najviše isplati za kune kupiti eure u svojoj banci te ih doznačiti u London gdje će za eure kupiti funte jer je tečaj funte izražen u kunama u takvom aranžmanu najniži i iznosi 12,14 kuna za jednu funtu (zaokruženo na dvije decimale). Za tu transakciju poduzeću će biti potrebno 916.110 kuna.

$$916.110\,HRK=121.500\,EUR*7,54=75.000\,GBP*1,61*7,54=75.000\,GBP*12,1394$$

Primjer 5.10 Investitor iz Hrvatske raspolaže iznosom od 1.000.000 kuna. U Hrvatskoj se devize mogu kupiti po sljedećim tečajevima: HRK/EUR = 7,54; HRK/USD = 6,52; HRK/GBP = 12,55, dok se u Londonu nude ovi tečajevi: EUR/GBP = 1,61 i USD/GBP = 1,92. Odredite najveću zaradu od arbitraže u danim uvjetima.

U ovom primjeru investitor želi iskoristiti razlike tečaja istih valuta na dvama tržištima kako bi ostvario maksimalni profit pa je riječ o izravnoj arbitraži na diferenciju. Posredna arbitraža na diferenciju bila bi ukoliko bi investitor odredio valutu koju želi kupiti po najnižoj i prodati po najvišoj cijeni. Očito je kako je u tu svrhu potrebno odrediti koliko se međusobno razlikuju tečajevi iste devize na tim tržištima. Promotrimo svaku od valuta i izračunajmo relativnu razliku kao kvocijent razlike tečaja na domaćem i stranom tržištu i nižeg od ta dva tečaja:

- EUR:

X HRK	1 EUR
1 EUR	1/1,61 GBP
1 GBP	12,55 HRK

$$x*1*1=1*\frac{1}{1,61}*12,55$$

$$x = \frac{1*1*12{,}55}{1*1*1{,}61} = 7{,}80$$

$$\frac{7{,}54 - 7{,}80}{7{,}54} = -0{,}034483$$

- GBP:

x HRK	1 GBP
1 GBP	1,61 EUR
1 EUR	7,54 HRK

$$x*1*1 = 1*1{,}61*7{,}54$$

$$x = \frac{1*1{,}61*7{,}54}{1*1} = 12{,}14$$

$$\frac{12{,}55 - 12{,}14}{12{,}14} = 0{,}033773$$

x HRK	1 GBP
1 GBP	1,92 USD
1 USD	6,52 HRK

$$x*1*1 = 1*1{,}92*6{,}52$$

$$x = \frac{1*1{,}92*6{,}52}{1*1} = 12{,}52$$

$$\frac{12{,}55 - 12{,}52}{12{,}52} = 0{,}023962$$

- USD:

x HRK	1 USD
1 USD	1/1,92 GBP
1 GBP	12,55 HRK

$$x*1*1=1*\frac{1}{1,92}*12,55$$

$$x=\frac{1*1*12,55}{1*1*1,92}=6,54$$

$$\frac{6,52-6,54}{6,52}=-0,003068$$

Pozitivna relativna razlika znači da je promatrana valuta skuplja na domaćem tržištu, dok negativna relativna razlika znači da je promatrana valuta skuplja na stranom tržištu. Stoga je na domaćem tržištu potrebno kupiti devizu s najmanjom negativnom relativnom razlikom (u ovom primjeru EUR), prodati je na stranom tržištu te za dobivena sredstva na istom tržištu kupiti devizu s najvećom pozitivnom relativnom razlikom (u ovom primjeru GBP) i prodati je na domaćem tržištu. Možemo pisati

- Zagreb

x EUR	1.000.000 HRK
7,54 HRK	1 EUR

$$x=\frac{1.000.000}{7,54}=132.626,00$$

- London

x GBP	132.626,00 EUR
1,61 EUR	1 GBP

$$x = \frac{132.626,00}{1,61} = 82.376,39$$

- Zagreb

x HRK	82.376,39 GBP
1 GBP	12,55 HRK

$$x = 82.376,99 * 12,55 = 1.033.823,75$$

Investitor je tom jednostavnom arbitražom zaradio 33.823,75 kuna.

Dosadašnji primjeri bavili su se kupnjama i prodajama kod kojih su cijene nepromjenjive. Međutim, cijene po kojima se obavlja trgovanje mogu se vrlo brzo mijenjati u skladu s trenutnom ponudom i potražnjom, što može izazvati neplanirane troškove kupcima ili prodavačima. Primjerice, vremenske nepogode mogu značajno utjecati na količinu i kvalitetu uroda agrarnih proizvoda pa se tako može dogoditi da cijena kukuruza jedne godine bude puno niža od cijene koja je vrijedila prethodne godine, a koju je obilježila velika suša. Za proizvođače prehrambenih proizvoda to predstavlja velik problem jer je njihov cilj imati što stabilnije cijene sirovina. Upravo su se zbog toga razvila **terminska tržišta** na kojima se u osnovi dogovara trgovina po unaprijed dogovorenim cijenama koje će se primijeniti na dan obavljanja trgovine (u poglavlju u kojem govorimo o vrijednosnim papirima spomenuli smo instrumente koji se nazivaju izvedenicama i kojima se trguje na takvim tržištima). Pritom cijene koje se dogovaraju na terminskom tržištu u osnovi ovise o trenutnim tržišnim uvjetima te očekivanjima kupca i prodavatelja o budućim kretanjima tržišta.

Primjer 5.11 Trgovina elektroničkom opremom s jednim europskim proizvođačem dogovara kupnju najnovije igraće konzole za što će 90 dana nakon isporuke platiti 1.000.000 eura. Tečaj HRK/EUR na dan isporuke iznosi 7,38. Što će se dogoditi ako tečaj 90 dana nakon isporuke bude iznosio 7,56?

Skuplji euro kreira dodatne troškove domaćem poduzeću. U ovom će primjeru kunski trošak neplanirano biti veći za 180.000 kuna:

$$1.000.000 * (7{,}56 - 7{,}38) = 180.000$$

Domaće je poduzeće prilikom isporuke konzola moglo kupiti eure. Očito je da u takvom slučaju ne postoji mogućnost gubitka zbog deprecijacije (slabljenja) kune, ali postoji oportunitetni trošak držanja strane valute (primjerice, kamatne stope na kune položene u banku u pravilu su više od kamatnih stopa koje se obračunavaju na euro depozite).

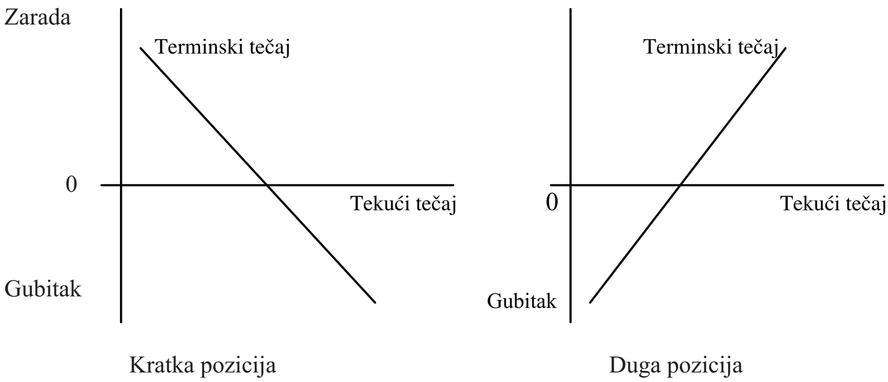
Pretpostavimo da jedna domaća banka ugovara buduće prodaje eura po unaprijed dogovorenom tečaju (ugovaranjem buduće prodaje eura banka je spremna zauzeti tzv. **kratku poziciju** u eurima). Za prodaju eura 90 dana nakon zaključenja ugovora banka nudi tečaj HRK/EUR od 7,46 kuna. Domaće poduzeće prihvaća takvu ponudu te ugovara kupnju 1.000.000 eura za 90 dana po ponuđenom budućem tečaju (ugovaranjem buduće kupnje eura poduzeće zauzima tzv. **dugu poziciju** u eurima). Nakon 90 dana poduzeće kupuje 1.000.000 eura za kune po ugovorenom tečaju

$$1.000.000 * 7{,}46 = 7.460.000$$

čime je ostvarilo uštedu na razlici prije ugovorenog 90-dnevnog tečaja i tekućeg tečaja u iznosu od 100.000 kuna

$$1.000.000 * (7{,}56 - 7{,}46) = 100.000$$

Općenito, svaki put kada je vrijednost tekućeg tečaja veća od ranije ugovorenog terminskog tečaja, investitori koji imaju dugu poziciju ostvaruju dobit jer kupuju po nižoj cijeni. Suprotno tome, investitori koji imaju kratku poziciju ostvaruju dobit u situaciji u kojoj je terminski tečaj viši od tekućeg jer prodaju po višoj, ranije ugovorenoj cijeni. Zarada na temelju razlike terminskog i tekućeg tečaja grafički se može ilustrirati na sljedeći način:



Slika 3.

Arbitraža se može, osim devizama, obavljati i robama ili vrijednosnim papirima. Isto tako, promjena tečaja samo je jedan od problema s kojim se suočavaju poduzeća pri ugovaranju poslova koji će se obavljati u budućnosti.

Neizvjesnost u takvim poslovima donosi i promjena kamatnih stopa. Kao što je već definirano u poglavlju u kojem su prikazane obveznice, cijena obveznice (njezina tržišna vrijednost) kreće se u suprotnom smjeru od smjera promjene tržišnih kamatnih stopa, što znači da postoji mogućnost manje zarade na obveznicama od očekivane. Zauzimanjem kratke ili duge pozicije, odnosno zauzimanjem dviju pozicija istovremeno, moguće je zaštiti se od nepovoljnih kretanja na tržištu. Primjerice, kupnjom obveznica i dogovaranjem njihove buduće prodaje po unaprijed dogovorenoj cijeni po kojoj su i kupljene moguće je poništiti efekt promjene kamatnih stopa jer ako će na dan prodaje kamatne stope biti više, cijena obveznica je manja pa istodobno postoji pozitivna razlika između takve niže cijene i više ugovorene cijene.

Primjer 5.12 Pretpostavimo da se dionica na Zagrebačkoj burzi prodaje za 675 kuna, dok je cijena iste dionice u Frankfurtu 93,22 eura u trenutku kada je tečaj HRK/EUR = 7,384352. Postoji li mogućnost zarade?

Kupnja jedne dionice u Frankfurtu i njezina prodaja u Zagrebu:

$$93{,}22 * 7{,}384352 - 675 = 688{,}369 - 675 = 13{,}369$$

što znači da je po svakoj dionici kupljenoj u Frankfurtu moguće zaraditi 13,369 kuna u Zagrebu. Ovdje je potrebno naglasiti kako bi transakcijski troškovi eliminirali mogućnost profita malim investitorima. S druge strane, nastup velikih investitora u kratkom bi roku povećao potražnju na jednom i ponudu na drugom tržištu, što bi dovelo do izjednačavanja cijena na oba tržišta.

5.4 Zadaci za vježbu

1. Za proizvodnju određene količine proizvoda X potrebno je u proizvodnom pogonu koristiti 15 strojeva u trajanju od 45 sati rada. Koliko je sati rada potrebno ako se u proizvodnji koristi 10 strojeva, a želi se proizvesti ista količina proizvoda X?

Rješenje: Y_2 = 67,5 sati rada

2. Kanal dug 1000 metara, dubok 3 metra, širok 10 metara iskopalo je 200 radnika za 50 dana, radeći 7 sati na dan. Koliko će dugačak kanal, dubine 4 metra, širine 12 metara, iskopati 300 radnika za 10 dana radeći 8 sati dnevno?

Rješenje: X_2 = 1500/7 metara dužine

3. Ako 20 radnika može pobrati 20 tona grožđa za 30 dana tako da je prva tri dana bralo 30 radnika, a sljedeća 2 dana 60 radnika, koliko radnika treba brati grožđe još dva dana kako bi berba bila završena za tjedan dana?

Rješenje: Y_2 = 195 radnika

4. Četiri poslovna partnera (dioničara u dioničkom društvu) odlučili su sveukupnu neto dobit poduzeća isplatiti putem dividendi. Raspodjela ukupne neto dobiti u iznosu od 600.000 kn vrši se prema kriteriju posjedovanja dionica u vlasništvu svakog od dioničara. Od ukupnog broja emitiranih dionica (1.500 komada) prvi dioničar posjeduje 10 posto, drugi dioničar 20 posto, treći dioničar 30 posto, a četvrti dioničar 40 posto. Koliki će iznos neto dobiti pripasti svakom dioničaru ponaosob?

Rješenje: D_1 = 60.000 kuna, D_2 = 120.000 kuna, D_3 = 180.000 kuna, D_4 = 240.000 kuna

5. Prodajom četriju različitih proizvoda P_1, P_2, P_3, P_4, ostvari se ukupni prihod od 2.032 kn. Kolika je prodajna cijena svakog proizvoda ako proizvod P_1 vrijedi 90 posto proizvoda P_2, proizvod P_2 je za 50 posto skuplji od proizvoda P_3, a proizvod P_3 vrijedi 40 posto proizvoda P_4?

Rješenje: P_1 = 432 kuna, P_2 = 480 kuna, P_3 = 320 kuna, P_4 = 800 kuna

6. Ukupni trošak prijevoza željeznicom od 134.420 kn razdijelite na pojedine vrste roba upravno razmjerno težini i obrnuto razmjerno udaljenosti prevezene robe ako je:

roba R_1: 5.000 kg - 250 km
roba R_2: 6.000 kg - 450 km
roba R_3: 8.000 kg - 150 km

Rješenje: R_1 = 31.022,40 kuna, R_2 = 20.676,40 kuna, R_3 = 82.721,20 kuna

7. Kolika je prodajna cijena 1 kg zlata na burzi u Zagrebu ako 350 kg zlata na burzi u New Yorku košta 134.750,40 USD i ako je 1 USD jednak 6,442175 KN?

Rješenje: Prodajna cijena 1 kg zlata na burzi u Zagrebu iznosi 2.480,24 kuna.

8. U Bruxellesu tečaj EUR/GBP iznosi 1,445, a u New Yorku USD/EUR 1,178. Koliki se paritetni tečaj može očekivati u New Yorku za devizu Londona?

Rješenje: U New Yorku 1 GBP vrijedi 1,70221 USD.

9. U Zürichu četveromjesečni terminski tečaj CHF/EUR iznosi 1,549 uz godišnju kamatnu stopu od 4 posto. U Tokiju dvomjesečni terminski tečaj 100 JPY/CHF iznosi 82,107 uz godišnju kamatnu stopu od 5 posto. Koliki se tromjesečni terminski tečaj 100 JPY/EUR može očekivati u Tokiju?

Rješenje: U Tokiju će za 3 mjeseca 127,075962 JPY vrijediti 1 EUR.

10. Tvrtka iz Züricha duguje tvrtki iz Tokija 2.000.000 JPY. Kako će dužnik najpovoljnije podmiriti svoje dugovanje ako:

Zürich:	Tokio:
CHF/USD = 1,316	100 JPY/USD = 108,571
CHF/EUR = 1,548	100 JPY/EUR = 127,665
CHF/GBP = 2,245	100 JPY/GBP = 184,034
CHF/100 JPY = 1,213	100 JPY/CHF = 81,958

Rješenje: Za dužnika iz Züricha najpovoljnije je da na svom tržištu kupi USD za CHF te ih doznači vjerovniku u Tokio u JPY (jer će u tom slučaju izdvojiti najmanje CHF budući da je tečaj CHF/100 JPY = 1,212110 najniži).

11. Na burzama u New Yorku i Bruxellesu određenog datuma bili su važeći sljedeći tečajevi deviza:

New York:	Bruxelles:
USD/CHF = 0,727	EUR/CHF = 0,651
USD/100 JPY = 0,919	EUR/100 JPY = 0,785
USD/GBP = 1,695	EUR/GBP = 1,441
USD/EUR = 1,175	

Izvršite arbitražu za jednu banku iz New Yorka. Kolika bi bila maksimalna zarada ako banka uloži 100.000 USD u tu transakciju?

Rješenje: Maksimalna zarada od arbitraže: 105.330,05 USD – 100.000 USD = 5.330,05 USD. Banka iz New Yorka na svom će tržištu za USD kupiti devizu Züricha (CHF je najjeftinija deviza na prvom tržištu) i prodati je na tržištu u Bruxellesu za EUR (CHF je najskuplja deviza na drugom tržištu). Zatim će u Bruxellesu za EUR kupiti devizu Londona (GBP je najjeftinija deviza na drugom tržištu) i prodati je na svome tržištu u New Yorku za USD (GBP je najskuplja deviza na prvom tržištu).

Problemski zadatak 1

Povezani (zajednički) proizvodi jesu bilo koji proizvodi koji se proizvode iz istog *inputa* (sirovine ili direktnog materijala) u istom proizvodnom procesu te značajno pridonose ukupnoj tržišnoj vrijednosti svih *outputa.* U praksi je rasprostranjeno mišljenje da su povezani proizvodi oni koji prelaze 5 posto udjela u ukupnoj tržišnoj vrijednosti *outputa* proizvodnog procesa. S druge strane, svi oni proizvodi koji nastaju u zajedničkom proizvodnom procesu, a čija vrijednost ne prelazi 5 posto u tržišnoj vrijednosti ukupnog *outputa,* smatraju se sporednim proizvodima.

Poduzeće ANIMOL d.d. kupilo je na tržištu nafte 1 barel nafte po prodajnoj cijeni od 40 USD (1 barel ≈ 120 litara). Prilikom prerade kupljenog barela nafte dobiveni su sljedeći naftni derivati:

- bezolovni motorni benzini - 65 litara
- ukapljeni naftni plinovi - 30 litara
- petroleji - 20 litara
- loživa ulja - 5 litara.

Daljnjom preradom petroleja dobiveni su sljedeći proizvodi od petroleja među kojima su uspostavljene navedene relacije:

petrolej za motore (P_1) 40 posto je skuplji od industrijskog petroleja (P_2), dok industrijski petrolej (P_2) vrijedi 80 posto petroleja za loženje (P_3), a petrolej za loženje (P_3) za 50 posto je jeftiniji od petroleja za rasvjetu (P_4).

Na temelju navedenih podataka treba izračunati i utvrditi sljedeće:

a) Koji od dobivenih naftnih derivata iz 1 barela kupljene nafte spada u kategoriju povezanih, a koji u kategoriju sporednih proizvoda?
b) Koliki je ukupni prihod u kunama od prodaje proizvoda od petroleja (prema tečaju 1 USD = 5,75 kn) ako se zna da je ukupni prihod proizvoda od petroleja uvećan za 80 posto u odnosu na poznate troškove nabave 1 barela nafte?
c) Kolika je prodajna cijena svakog proizvoda od petroleja (P_1, P_2, P_3 i P_4) ako se zna da je ukupni prihod od prodaje proizvoda od petroleja jednak kao i pod b)?

Problemski zadatak 2

Poduzeće EXIM d.d. bavi se proizvodnjom i prodajom opreme za prerađivačku industriju. Veći dio svog proizvodnog asortimana poduzeće plasira na inozemna tržišta stranim kupcima, dok istovremeno određeni dio sirovina potrebnih za proizvodnju nabavlja iz inozemstva od stranih dobavljača. Prilikom posljednje isporuke opreme stranom dobavljaču u SAD (na temelju naručenog posla), postignuta je cijena od 10.000,00 USD za 20 kilograma opreme (odnosno 1 naručeni komad). Ukupno je prema podacima sa izlazne fakture (Ifa) izvezeno 1.200 kilograma opreme (60 komada) na američko tržište za potrebe tamošnje prerađivačke industrije uz rok plaćanja od 15 dana. Nakon što je američki kupac platio svoje obveze prema poduzeću EXIM d.d., na naplatu su stigle i obveze poduzeća EXIM d.d. prema inozemnom dobavljaču za uvezene sirovine koje su prilikom toga posla isključivo utrošene u proizvodnju 1.200 kilograma opreme (sirovina za taj naručeni posao u cijelosti je nabavljena u inozemstvu). Prema ulaznoj fakturi (Ufa) koju je ispostavio inozemni dobavljač, poduzeće EXIM d.d. duguje poduzeću iz Bruxellesa iznos od 300.000,00 eura (u cijenu sirovine uključeni su i zavisni troškovi) uz rok plaćanja od 30 dana. Na datum plaćanja svojih obveza prema inozemnom dobavljaču iz Bruxellesa, na burzama u Zagrebu i Bruxellesu bili su važeći tečajevi sljedećih deviza:

Zagreb:		Bruxelles:	
HRK/CHF	4,755	EUR/CHF	0,644
HRK/100 JPY	5,388	EUR/100 JPY	0,705
HRK/GBP	11,012	EUR/GBP	1,489
HRK/EUR	7,565	EUR/HRK	0,134

Na temelju navedenih podataka treba izračunati i utvrditi sljedeće:

a) Kolika je prodajna cijena izražena u HRK za 1 kilogram opreme koju proizvodi poduzeće EXIM d.d. ako je 1 USD jednak 5,915 HRK na burzi u Zagrebu?

b) Koliki je iznos ukupnog prihoda od naručenog posla za poduzeće EXIM d.d. izražen u HRK ako se primjenjuje isti tečaj kao i pod a)?

c) Na koji će način poduzeće EXIM d.d. najpovoljnije podmiriti svoje dugovanje prema inozemnom dobavljaču, tj., koji je to minimalni iznos HRK koji se mora izdvojiti za isplatu obveze prema inozemnom dobavljaču u iznosu od 300.000,00 eura?

d) Koliki je iznos maksimalne zarade što će je ostvariti poduzeće EXIM d.d. ako se zna da ukupni troškovi naručenog posla uključuju troškove materijala (troškove nabave sirovine), troškove rada (plaće zaposlenika u iznosu od 500.000,00 HRK) i opće troškove proizvodnje (režijske troškove u iznosu od 100.000,00 HRK)?

6 poglavlje

Obračun plaća

mr. sc. Ivan Šutalo
mr. sc. Branimir Gruić

6 Obračun plaća

6.1 Uvod

Dva osnovna čimbenika proizvodnje, bez kojih nema proizvodnog procesa, su rad i kapital. Praktičnom poduzetniku je izuzetno važno, da bi mogao precizno izračunati uspješnost svojeg poslovanja tijekom određenog vremenskog razdoblja (obično godine dana), imati u vidu (pored ostalih troškova) i ukupne troškove rada i kapitala.

Osnovni cilj poslovanja poduzetnika je maksimiziranje dobiti (profita). Kako je dobit jednaka razlici prihoda i ukupnih troškova, poduzetnik će se truditi da maksimizira prihode uz istovremeno minimiziranje troškova. U ovom poglavlju vidjet ćemo od čega se sastoji trošak rada te kako se od bruto plaće izračunava neto plaća i obrnuto.

6.2 Obračun plaće u Republici Hrvatskoj

Plaća je element poduzetnikovih troškova koja zaposlenicima uglavnom služi za zadovoljavanje njihove potrošnje, međutim, ona može poslužiti i za generiranje štednje (u većini svjetskih gospodarstava najveći dio štednje se formira iz dohodaka kućanstava, čiji ponajveći dio su plaće). Poduzetnik, međutim, pri kalkulaciji troškova rada mora uzeti u obzir ne samo **neto plaće** (ono što radnik dobiva „na ruke”) već i sve poreze i doprinose vezane uz plaće, tj. za poduzetnika su jedino važne **bruto plaće** koje uključuju ne samo neposredne troškove rada već i troškove države vezane uz radne dohotke (porezi iz plaća i na plaće) kao i troškove socijalne sigurnosti (obvezne doprinose iz plaća i na plaće). Drugim riječima, bruto plaće su jednake neto plaćama plus porezi iz plaća i na plaće plus sve vrste doprinosa.

Kod izračuna neto plaće prvo je potrebno odbiti **doprinose** iz plaće. Pored ovih doprinosa poslodavci plaćaju i doprinose na plaće. Obje vrste doprinosa, isto tako kao i neto plaću, treba smatrati svojevrsnim naknadama uposlenicima jer oni predstavljaju cijenu socijalne sigurnosti uposlenika, iz kojih u slučaju ostvarenja socijalnog rizika (umirovljenja, razbolijevanja, ozljede na radu ili ostanka bez posla), uposlenici mogu ostvariti socijalne nadoknade za pokriće nastalih rizika. Poslodavci uplaćuju doprinose u ime svojih uposlenika mirovinskim fondovima. Ova transakcija se „preusmjerava”**,** tj. zamjenjuje sa dvije fiktivne (nepostojeće) transakcije: a) uplata doprinosa, poreza i prireza uposlenicima i b) uplata doprinosa mirovinskim fondovima i poreza i prireza državi koju vrše uposlenici. Ovime se želi doprinose, poreze i prireze uključiti u radni dohodak (bruto plaću) uposlenika jer njih država smatra poreznim obveznicima poreza na dohodak, a oni svojim doprinosima „kupuju” pravo na mirovinu u budućnosti (nakon umirovljenja).

Drugi element kojeg treba odbiti od bruto plaća, na putu do neto plaća, su **porezne olakšice** (odbici) koje prvenstveno imaju socijalnu svrhu, a odnose se na uzdržavane članove obitelji, djecu, supružnike i druge članove obitelji (roditelje) poreznog obveznika ukoliko ovi ne ostvaruju vlastite prihode (plaće ili mirovine). Osim toga, sami porezni obveznici imaju pravo na porezne olakšice (odbitke).

Odbici samih poreznih obveznika nisu uvijek isti i ovise o tome radi li se o uposleniku ili umirovljeniku i o tome gdje porezni obveznici žive i ostvaruju gospodarsku djelatnost. Umirovljenici imaju pravo na veći odbitak od uposlenika, dok osobe s prebivalištem na područjima od posebne državne skrbi (područja pogođena ratom, brdsko-planinska područja) imaju, isto tako, pravo na veće odbitke. Područja od posebne državne skrbi su podijeljena u tri kategorije: treću, drugu i prvu kategoriju (ovisno o visini ratnih šteta), a sukladno tome su rangirane i visine osobnih odbitaka poreznih obveznika. Iznosi osobnih odbitaka propisuje zakonodavac pa tako trenutno vrijedi sljedeće:

- za sve porezne obveznike osnovni osobni odbitak iznosi 1.800 kuna mjesečno;
- za umirovljenike odbitak iznosi do visine mirovine, ali on može iznositi najviše 3.200 kuna (za izuzetno visoke mirovine);
- za osobe s prebivalištem na područjima od posebne državne skrbi treće kategorije i u brdsko-planinskim područjima osobni odbitak trenutno iznosi 2.400 kuna mjesečno, druge kategorije 3.200 kuna mjesečno i prve kategorije 3.840 kuna mjesečno.

Osobni odbici uzdržavanih članova obitelji se izračunavaju množenjem osnovnog osobnog odbitka odgovarajućim koeficijentima (faktorima). Vrijednost ovih koeficijenata definirana je od strane zakonodavca i to posebno za svakog uzdržavanog člana obitelji:

- član uže obitelji (supruga ili roditelj) i bivši bračni drug za kojega se plaća alimentacija - 0,5
- prvo dijete - 0,5
- drugo dijete - 0,7
- treće dijete - 1,0
- četvrto dijete - 1,4
- za svako daljnje dijete faktor osobnog odbitka progresivno raste za 0,5, 0,6, 0,7 itd. u odnosu prema faktoru odbitka za prethodno dijete
- invalidnost poreznog obveznika ili uzdržavanog člana obitelji manja od 100% - 0,3
- invalidnost poreznog obveznika ili uzdržavanog člana obitelji jednaka 100% - 1,0.

Treći odbitni element od bruto plaća su **porezi iz plaća i prirez**. Porezi se obračunavaju na poreznu osnovicu po različitim stopama. U tu svrhu, porezna osnovica se distribuira po razredima koje definira zakonodavac te se u svakom razredu obračunava porez po drugoj, sve većoj stopi. Ovakvo progresivno oporezivanje ima za cilj socijalnu pravednost jer bi osobe s višim plaćama trebale plaćati proporcionalno veći porez. Konačno, ukupno obračunati porez predstavlja osnovicu za obračun prireza.

Važeći sustav oporezivanja plaća definira tri porezna razreda. U prvom razredu primjenjuje se porezna stopa od 12% na poreznu osnovicu do 3.600,00 kuna, tj. do 2 osnovna osobna odbitka. U drugom razredu porezna stopa od 25% primjenjuje se na osnovicu od 3.600,00 do 10.800,00 kuna, tj. od 2 do 6 osnovnih osobnih odbitaka. Konačno, na poreznu osnovicu iznad 10.800,00 kuna, tj. iznad 6 osnovnih osobnih odbitaka, primjenjuje se porezna stopa od 40%.

Primjer 6.1 Izračunajte neto plaću za poreznog obveznika s područja grada Đakova koji je 100%-tni invalid Domovinskog rata te ima troje zdrave djece i suprugu koja ne radi. Njegova bruto plaća iznosi 16.000,00 kuna, a stopa prireza je 10%.

U ovom primjeru potrebno je voditi računa o osobnom odbitku za poreznog obveznika koji se sastoji iz nekoliko elemenata: odbitak za obveznika (1,0), odbitak za invalidnost (1,0), odbitak za uzdržavanog člana obitelji (0,5), odbitak za prvo dijete (0,5), odbitak za drugo dijete (0,7) te odbitak za treće dijete (1,0). Faktor ukupnog odbitak poreznog obveznika stoga iznosi 4,7 što znači da je ukupni odbitak 1.800,00 * 4,7 = 8.460,00 kuna.

1.	Bruto plaća	16.000,00
2.	Doprinosi iz plaće (20%)	3.200,00
3.	Dohodak za oporezivanje (1. - 2.)	12.800,00
4.	Osobni odbitak	8.460,00

Nakon utvrđivanja osobnog odbitka, potrebno ga je oduzeti od dohotka za oporezivanje kako bi se odredila porezna osnovica koja se zatim provlači kroz porezne razrede do njenog potpunog iscrpljenja.

5.	Porezna osnovica (3. - 4.)	4.340,00
6.	Porezna osnovica za porez po stopi od 12% (do 3.600 kn)	3.600,00
7.	Porezna osnovica za porez po stopi od 25% (od 3.600 kn do 10.800 kn)	740,00
8.	Porezna osnovica za porez po stopi od 40% (od 10.800 kn)	0,00
9.	Porez po stopi od 15%	432,00
10.	Porez po stopi od 25%	185,00
11.	Porez po stopi od 40%	0,00
12.	Ukupno porez (9. + 10. + 11.)	617,00

Ukupna vrijednost svih poreza predstavlja osnovicu za obračun prireza. Stopa prireza ovisi o odluci gradskih vlasti pa tako ona u Zagrebu iznosi 18%, dok je u Đakovu 10%.

13.	Porez po stopi od 45%	61,70
14.	Ukupno porez (10. + 11. + 12. +13.)	12.121,30

Neto plaća ili plaća za isplatu iznosi 12.121,30 kuna.

Osim obračuna bruto plaće u neto plaću, moguće je temeljem neto plaće odrediti kolika bi bila bruto plaća. U tu svrhu potrebno je odrediti osobni odbitak te poznavati stopu prireza kako bi se takvo pretvaranje moglo obaviti.

U nastavku donosimo tablicu za pretvaranje neto plaće u bruto plaću. Nakon što se odredi osobni odbitak poreznog obveznika, potrebno ga je kombinirati s neto plaćom i stopom prireza kako bi se odredio kriterij za izbor formule za izračun bruto plaće. U lijevom stupcu tablice 1. nalaze se kriteriji izbora formule, a u desnom pripadajuća formula za izračun. Značenje skraćenica je sljedeće: BP – bruto plaća, NP – neto plaća, OO – osobni odbitak, kp – koeficijent prireza, kppr 12 - koeficijent prireza za stopu poreza 12%, kppr 25 - koeficijent prireza za stopu poreza 25%, kppr 40 - koeficijent prireza za stopu poreza 40%. U tablici 2. nalaze se koeficijenti prireza i koeficijenti prireza za stope poreza 12%, 25% i 40%.

KRITERIJ IZBORA FORMULE	**FORMULA ZA PRERAČUNAVANJE NETO PLAĆE U BRUTO PLAĆU**
NP ≤ OO	BP = NP × 1,25
NP ≤ 3.600 - (432 × kp) + OO	$BP = \frac{(NP - OO) \times kppr\,12 + OO}{0,8}$
NP > 3.600 - (432 × kp) + OO NP ≤ 10.800 - (2.232 × kp) + OO	$BP = \frac{3.600 + OO + [NP - (3.600 - 432 \times kp + OO)] \times kppr\,25}{0,8}$
NP > 10.800 - (2.232 × kp) + OO NP ≤ 36.753,60 - 2.232 × kp - (25.953,60 - OO) × 0,4 × kp	$BP = \frac{10.800 + OO + [NP - (10.800 - 2.232 \times kp + OO)] \times kppr\,40}{0,8}$
NP > 36.753,60 - 2.232 × kp - (25.953,60 - OO) × 0,4 × kp	$BP = 10.800 + OO + [NP - (10.800 - 2.232 \times kp + OO)] \times kppr40 + 9.188,40$

Redni broj	Stopa prireza	Koeficijent prireza (kp)	Porez 12% (kppr 12)	Porez 25% (kppr 25)	Porez 40% (kppr 40)
1	0%	1	1,136364	1,333333	1,666666
2	1%	1,01	1,137915	1,337793	1,677852
3	2%	1,02	1,139471	1,342282	1,689189
4	3%	1,03	1,141031	1,346801	1,700680
5	4%	1,04	1,142596	1,351351	1,712329
6	5%	1,05	1,144165	1,355932	1,724138
7	6%	1,06	1,145738	1,360544	1,736111
8	6,25%	1,0625	1,146132	1,361702	1,739130
9	6,50%	1,065	1,146526	1,362862	1,742160
10	7%	1,07	1,147315	1,365188	1,748252
11	7,50%	1,075	1,148106	1,367535	1,754386
12	8%	1,08	1,148897	1,369863	1,760563
13	9%	1,09	1,150483	1,374570	1,773050
14	10%	1,1	1,152074	1,379310	1,785714
15	12%	1,12	1,155268	1,388888	1,811594
16	13%	1,13	1,156872	1,393728	1,824818
17	15%	1,15	1,160093	1,403509	1,851852
18	18%	1,18	1,164958	1,418439	1,893939

Primjer 6.2 Izračunajte bruto plaću za poreznog obveznika iz grada Zagreba, ako znamo da uzdržava dvoje zdrave djece te mu je mjesečna neto plaća jednaka 20.004,00 kn, a stopa prireza je 18%.

U ovom primjeru također je potrebno voditi računa o osobnom odbitku za poreznog obveznika koji se sastoji iz nekoliko elemenata: odbitak za obveznika (1,0), odbitak za prvo dijete (0,5) te odbitak za drugo dijete (0,7). Faktor ukupnog odbitak poreznog obveznika iznosi 2,2, a množenjem tog faktora sa osnovnim osobnim dobijemo iznos osobnog odbitka poreznog obveznika u iznosu 3.960,00 kuna.

Uz neto plaću od 20.004,00 kuna i stopu prireza 18% sada odredit ćemo kriterij izbora formule. Da bi odabrali formulu za pretvaranje neto plaće u bruto plaću kriterij mora biti zadovoljen.

1. kriterij: $NP \leq OO$
$20.004,00 \leq 3.960,00$

Prvi kriterij nije zadovoljen jer je 20.004,00 > 3.960,00.

2. kriterij: $NP \leq 3.600 - (432 \times kp) + OO$
$20.004,00 \leq 3.600,00 - (432 \times 1,18) + 3.960,00$
$20.004,00 \leq 7.050,24$

Drugi kriterij nije zadovoljen jer je 20.004,00 > 7.050,24.

3. kriterij: $NP > 3.600 - (432 \times kp) + OO$
$20.004,00 > 3.600,00 - (432 \times 1,18) + 3.960,00$
$20.004,00 > 7.050,24$

$NP \leq 10.800 - (2.232 \times kp) + OO$
$20.004,00 \leq 10.800 - (2.232 \times 1,18) + 3.960,00$
$20.004,00 \leq 12.126,24$

Treći kriterij nije zadovoljen jer je 20.004 > 12.126,24.

4. kriterij: $NP > 10.800 - (2.232 \times kp) + OO$
$20.004,00 > 10.800 - (2.232 \times 1,18) + 3.960,00$
$20.004,00 > 12.126,24$

$NP \leq 36.753,60 - 2.232 \times kp - (25.953,60 - OO) \times 0,4 \times kp$
$20.004,00 \leq 36.753,60 - 2.232 \times 1,18 - (25.953,60 - 3.960) \bullet 0,4 \times 1,18$
$20.004,00 \leq 23.738,86$

Četvrti kriterij je zadovoljen jer je 20.004 < 23.738,86.
Budući da je četvrti kriterij zadovoljen, možemo pristupiti izračunu bruto plaće.

$$BP = \frac{10.800 + OO + [NP - (10.800 - 2.232 \times kp + OO)] \times kppr\,40}{0,8}$$

$$BP = \frac{10.800 + 3.960 + [20.004,00 - (10.800 - 2.232 \times 1,18 + 3.960)] \times 1,893939}{0,8}$$

$$BP = \frac{29.680}{0,8}$$

$$BP = 37.100$$

6.3 Zadaci za vježbu

1. Izračunajte neto plaću za poreznog obveznika s područja grada Dubrovnika koji je 50%-tni invalid Domovinskog rata te uzdržava dvoje zdrave djece i suprugu koja ne radi. Njegova bruto plaća iznosi 12.000,00 kuna, a stopa prireza je 15%.

Rješenje: Plaća za isplatu iznosi 8.930,70 kuna

2. Izračunajte neto plaću za poreznog obveznika s područja grada Zagreba koji uzdržava dvoje zdrave djece. Njegova bruto plaća iznosi 15.000,00 kuna, a stopa prireza je 18%.

Rješenje: Plaća za isplatu iznosi 10.180,44 kuna

3. Izračunajte neto plaću za poreznog obveznika s područja grada Šibenika koji uzdržava troje zdrave djece. Njegova bruto plaća iznosi 13.000,00 kuna, a stopa prireza je 10%.

Rješenje: Plaća za isplatu iznosi 9.638,80 kuna

4. Izračunajte bruto plaću za poreznog obveznika iz grada Zaprešića (prirez 12%) ako znamo da uzdržava jedno zdravo dijete te mu je mjesečna neto plaća jednaka 7.000,00 kn.

Rješenje: Bruto plaća iznosi 9.930,28 kuna

5. Izračunajte bruto plaću za poreznog obveznika iz grada Splita (prirez 10%) koji je 100%-tni invalid rada i uzdržava jedno zdravo dijete te mu je mjesečna neto plaća jednaka 5.000,00 kn.

Rješenje: Bruto plaća iznosi 6.345,05 kuna

6. Izračunajte bruto plaću za poreznog obveznika iz grada Osijeka (prirez 13%) ako znamo da uzdržava jedno zdravo dijete i suprugu koja ne radi te mu je mjesečna neto plaća jednaka 8.000,00 kn.

Rješenje: Bruto plaća iznosi 11.244,18 kuna

Problemski zadatak

Gospodin Ivan Ivković je nakon uspješnih pregovora primljen u stalni radni odnos u poduzeću „Albatros” iz Zagreba. Prilikom definiranja osnovnih uvjeta iz ugovora o radu dogovoreno je da novi zaposlenik prima mjesečnu neto plaću u iznosu od 8.000 kuna (koja je fiksno dogovorena i ne mijenja se u slučaju eventualni novih poreznih olakšica ili promjene Zakona o porezu na dohodak). Gospodin Ivković živi u Zagrebu u zajedničkom kućanstvu sa suprugom koja nije u radnom odnosu. Godinu dana nakon što je počeo raditi u novom poduzeću, gospodin Ivković je dobio prinovu u obitelji (muško dijete) što znači da se broj uzdržavanih članova njegove obitelji povećao na dva.

Konzultiravši se sa svojim poreznim savjetnikom, gospodin Ivković je dogovorio razgovor u svojoj firmi s odgovornim osobama u Direkciji za upravljanje ljudskim resursima vezano za izmjenu postojećeg ugovora o radu. Njegovi poslodavci su se složili da naprave aneks ugovora o radu kojim bi se promijenila samo ona stavka ugovora koja se odnosi na mjesečna neto primanja. Naime, umjesto neto iznosa od 8.000 kuna, dogovoreno je da se zaposleniku isplaćuje iznos bruto plaće koji je njegova firma do tada mjesečno izdvajala za njega (u taj obračun nisu bile uključene nove porezne olakšice za rođenje djeteta). Tim potezom je gospodin Ivković uspio postići da njegove trenutne i sve buduće porezne olakšice utječu na povećanje osobnog dohotka kojeg on ostvaruje u poduzeću „Albatros", dok je njegov poslodavac i dalje isplaćivao identičan novčani iznos za njegova mjesečna primanja (kao i prilikom sklapanja radnog odnosa).

Temeljem navedenih podataka treba izračunati sljedeće:

a) iznos bruto plaće koju poslodavac treba izdvojiti za novog zaposlenika gospodina Ivkovića u trenutku njegova zaposlenja;

b) iznos nove neto plaće koju će gospodin Ivković ostvarivati u poduzeću „Albatros" nakon što je potpisao aneks ugovora o radu;

c) iznos novčane razlike između stare i nove neto plaće koja se reflektira kao povećanje neto primanja gospodina Ivkovića, a ne kao eventualno smanjenje troškova poslodavca prilikom isplate njegove bruto plaće.

7 poglavlje

Obračun amortizacije

dr. sc. Hrvoje Volarević
mr. sc. Ivan Šutalo

7 Obračun amortizacije

7.1 Uvod

Za razliku od nadnica i plaća (osobnih dohodaka) koje su tipični troškovi rada, **amortizacija** je trošak kapitala. Pod amortizacijom (odnosno deprecijacijom) podrazumijevamo ukupnost tehničkog i ekonomskog korištenja elemenata dugotrajne imovine u određenom poslovnom procesu, kvantificiranih odgovarajućim sustavom vrijednosti. Kombinacijom kapitala (kome pripadaju zemljišta, zgrade, strojevi, oprema i slično) te rada, ostvaruje se proizvodni proces u poduzeću. Računovodstveni naziv za kapital jest dugotrajna (stalna) imovina jer takva vrsta imovine ima svojstvo da traje duže od godine dana i da unutar jedne godine prenosi samo dio svoje vrijednosti u vrijednost proizvoda koji se njome proizvodi. Tijekom svoga životnog vijeka (odnosno gospodarske aktivnosti), dugotrajna imovina fizički se troši, ali i tehnološki zastarijeva. Zbog svih navedenih razloga dugotrajna imovina gubi na vrijednosti tijekom čitavog životnog vijeka, a na kraju njezina knjigovodstvena vrijednost može potpuno nestati tj., svesti se na nulu (kažemo da je u tom slučaju imovina rashodovana). Rashodovana dugotrajna imovina u nekim slučajevima može imati tržišnu vrijednost veću od nule, a poduzeća takvu dugotrajnu imovinu ponekad i prodaju. Vrijednost dugotrajne imovine koju ona ima nakon razdoblja upotrebe nazivamo **ostatkom vrijednosti**.

Kao **nabavnu vrijednost dugotrajne imovine** (osnovnog sredstva), poduzeće u svojim poslovnim knjigama evidentira troškove koji se odnose na neto fakturiranu vrijednost osnovnog sredstva (prema fakturi dobavljača od kojeg je osnovno sredstvo kupljeno), kao i sve zavisne troškove koji nastaju u procesu dovođenja osnovnog sredstva u radnu funkciju (prije svega, to se odnosi na troškove prijevoza, montaže i slično). Svrha je obračuna amortizacije u poduzećima ta da se u okviru amortizacijskog razdoblja osiguraju novčana sredstva koja će biti dovoljna da se omogući nabava istog takvog (novog) osnovnog sredstva neophodnog za daljnji tok proizvodnje. Možemo kazati kako se u tom slučaju radi o trošku održavanja nabavne vrijednosti osnovnog sredstva. Alternativno pojašnjenje kaže da je svrha obračuna amortizacije u zaračunavanju vrijednosti trošenja osnovnih sredstava u cijenu učinka proizvoda ili usluge kako bi se od prihoda ostvarenih prodajom tih učinaka osigurala pravodobna zamjena pojedinih dijelova dugotrajne imovine kada se postojeća zbog dotrajalosti više ne bude mogla koristiti.

Kada analiziramo amortizaciju kao trošak poduzeća, možemo konstatirati da se radi o specifičnom obliku troška koji nije ujedno i novčani izdatak (odljev) poduzeća te se zbog toga i naziva **nenovčanim troškom**. Na taj način amortizaciju možemo protumačiti i kao interni fond poduzeća za investicije kojima je cilj očuvanje vrijednosti dugotrajne imovine (tj. njezine zamjene). Korištena amortizacijska stopa logičan je uvjet da na kraju amortizacijskog razdoblja akumulirana vrijednost amortizacije uvećana za ostatak vrijednosti mora odgovarati nabavnoj vrijednosti takve nove dugotrajne imovine.

U nastavku poglavlja zasebno ćemo analizirati dvije osnovne vrste metoda amortizacije – vremensku i funkcionalnu metodu. U okviru vremenske metode amortizacije posebno ćemo se osvrnuti na primjenu triju različitih obračuna amortizacije: linearne (pravocrtne), degresivne i progresivne metode. Pokazat ćemo matematički postupak za izračun stopa amortizacije i amortizacijskih iznosa na konkretnim primjerima zadataka u okviru kojih ćemo posebno obratiti pozornost i na primjer zadatka s ostatkom vrijednosti osnovnog sredstva. Na kraju poglavlja ilustrira se obračun amortizacije unutar razdoblja kraćeg od godine dana.

7.2 Vremenska metoda amortizacije

Koncept vremenske metode amortizacije zasniva se (za razliku od funkcionalne metode) na pretpostavci da amortizacija ovisi isključivo o starosti osnovnog sredstva (odnosno o vremenu). Vremenska metoda amortizacije polazi od pretpostavke utvrđivanja prosječnog vijeka trajanja elemenata dugotrajne imovine, uvažavajući i normalni intenzitet njihova korištenja. Primjenjuje se vrlo široko zbog svoje jednostavnosti, ali i činjenice da učinak dugotrajne imovine u većini slučajeva nije moguće egzaktno mjeriti. Osnovni je nedostatak vremenske metode amortizacije taj što ona ne vodi računa o intenzitetu korištenja dugotrajne imovine. Prilagođavanje obračuna amortizacije stvarnim potrebama manifestira se primjenom sljedećih metoda:

7.2.1 Linearna (pravocrtna) metoda amortizacije

Primjenom ove metode amortizacije otpisuje se vrijednost dugotrajne imovine kroz jednake godišnje amortizacijske stope i novčane iznose. S obzirom na jednostavnost matematičkog izračuna kod primjene te metode, linearna metoda amortizacije najčešće se koristi u poslovanju poduzeća (odnosno u računovodstvenoj evidenciji). Formule za izračun stope amortizacije i amortizacijskih iznosa kod linearne metode amortizacije su sljedeće:

$$SA(\%) = \frac{100\%}{VT}$$

$$AI = \frac{(NV \times SA)}{100}$$

pri čemu je SA stopa amortizacije, VT vijek trajanja osnovnog sredstva, AI amortizacijski iznos i NV nabavna vrijednost osnovnog sredstva.

Na temelju zadanih formula moći ćemo izračunati stopu amortizacije i amortizacijske iznose na sljedećem primjeru zadatka u kojem se amortizira dugotrajna imovina poduzeća.

Primjer 7.1 Dana 1. siječnja 1998. godine kupljeno je i stavljeno u upotrebu osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 70.000,00 kn. Procijenjeni je vijek trajanja toga stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je nuli). Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda linearne (pravocrtne) amortizacije.

Rješenje primjera kod obračuna linearne metode amortizacije prikazano je pomoću standardne tablice za obračun svih metoda amortizacije u kojoj su iskazane sljedeće veličine:

Obračun amortizacije - linearna (pravocrtna) metoda:

RB	Godina amortizacije:	Knjigovodstvena vrijednost:	Stopa amortizacije(%):	Amortizacijski iznos:	Kumulirana amortizacija:
0	-	70.000,00	-	-	-
1	1998	56.000,00	20,00%	14.000,00	14.000,00
2	1999	42.000,00	20,00%	14.000,00	28.000,00
3	2000	28.000,00	20,00%	14.000,00	42.000,00
4	2001	14.000,00	20,00%	14.000,00	56.000,00
5	2002	**0,00**	20,00%	14.000,00	70.000,00
		Total:		70.000,00	-

Nabavna vrijednost imovine: 70.000,00 KN
Vijek trajanja imovine: 5 godina

Prva kolona u tablici predstavlja redni broj (RB), druga kolona predstavlja novčane iznose knjigovodstvene vrijednosti (KV), treća kolona vrijednost stope amortizacije (SA), četvrta kolona novčane iznose amortizacije (AI) i posljednja, peta kolona, predstavlja novčane iznose kumulirane amortizacije (KA). Izračun počinje nultom godinom kada se definira nabavna vrijednost osnovnog sredstva koja odgovara knjigovodstvenoj vrijednosti osnovnog sredstva u nultoj godini. U ovom primjeru ta vrijednost iznosi 70.000,00 kn.

Postupak matematičkog izračuna je sljedeći:

1. Prema zadanoj formuli izračunavamo stopu amortizacije koja je jednaka za sve godine obračuna amortizacije:

$$SA(\%) = \frac{100\%}{VT} = \frac{100\%}{5} = 20\%$$

Vrijednost stope amortizacije od 20 posto unosimo u tablicu za sve godine obračuna amortizacije (1998. – 2002.).

2. Nakon toga izračunavamo amortizacijski iznos za prvu godinu obračuna (1998.) na temelju zadane formule:

$$AI = \frac{(NV \times SA)}{100} = \frac{(70.000{,}00 \times 20\%)}{100} = 14.000{,}00$$

3. Postupak ponavljamo (iteracijama) za sve četiri preostale godine (1999. – 2002.), a dobiveni amortizacijski iznos jednak je kao i kod prve godine s obzirom da su i nabavna vrijednost i stopa amortizacije u korištenoj formuli također bile jednake. Novčani iznos kumulirane amortizacije predstavlja zbroj svih amortizacijskih iznosa prethodnih godina (Σ_1^n KA, gdje je n = 1, 2, 3, 4, 5). Počevši od prve, 1998. godine, kumulirani je iznos bio 14.000,00 kn, a svake se naredne godine povećavao za identičan amortizacijski iznos od 14.000,00 kn, što znači da je u 1999. godini iznosio 28.000,00 kn, u 2000. godini 42.000,00 kn, u 2001. godini 54.000,00 kn te u posljednjoj, 2002. godini, 70.000,00 kn.

4. Knjigovodstvena vrijednost osnovnog sredstva koja je na početku prve godine korištenja stroja (1. siječnja 1998.) iznosila 70.000,00 kn, na kraju te godine korigira se (umanjuje) za godišnji iznos amortizacije, što u ovom slučaju iznosi 14.000,00 kn te je stoga **neto knjigovodstvena vrijednost** osnovnog sredstva na kraju 1998. godine jednaka 56.000,00 kn. Sukladno tome, izračunavamo neto knjigovodstvenu vrijednost na kraju 1999. godine koja iznosi 42.000,00 kn, na kraju 2000. godine iznosi 28.000,00 kn, na kraju 2001. godine iznosi 14.000,00 kn te na kraju 2002. godine nula kuna. Takav postupak umanjenja neto vrijednosti dugotrajne imovine s početka godine s obračunatim godišnjim iznosom amortizacije na kraju godine u računovodstvenoj terminologiji naziva se **ispravkom vrijednosti osnovnog sredstva**.

Na modelu obračuna linearne metode amortizacije pokazat ćemo i primjer zadatka s ostatkom vrijednosti osnovnog sredstva. Postupak je matematičkog izračuna jednak, jedino se upotrebljava drugačija formula za izračun amortizacijskog iznosa (AI) u usporedbi s *primjerom 1*. Formule za izračun stope amortizacije i amortizacijskih iznosa kod linearne metode amortizacije u kojoj je ostatak vrijednosti osnovnog sredstva različit od nule, sljedeće su:

$$SA(\%) = \frac{100\%}{VT}$$

$$AI = \frac{\{(NV - OV) \times SA\}}{100}$$

pri čemu je SA stopa amortizacije, VT vijek trajanja osnovnog sredstva, AI amortizacijski iznos, NV nabavna vrijednost osnovnog sredstva i OV ostatak vrijednosti osnovnog sredstva.

Primjer 7.2 Dana 1. siječnja 1993. godine kupljeno je i stavljeno u upotrebu osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 60.000,00 kn. Procijenjeni je vijek trajanja toga stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je 5.000,00 kn). Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda linearne (pravocrtne) amortizacije.

Tablični prikaz rješenja zadatka je sljedeći:

Obračun amortizacije - linearna (pravocrtna) metoda:

RB	Godina amortizacije:	Knjigovodstvena vrijednost:	Stopa amortizacije(%):	Amortizacijski iznos:	Kumulirana amortizacija:
0	-	60.000,00	-	-	-
1	1993	49.000,00	20,00%	11.000,00	11.000,00
2	1994	38.000,00	20,00%	11.000,00	22.000,00
3	1995	27.000,00	20,00%	11.000,00	33.000,00
4	1996	16.000,00	20,00%	11.000,00	44.000,00
5	1997	**5.000,00**	20,00%	11.000,00	55.000,00
	Total:			55.000,00	-

Nabavna vrijednost imovine:	60.000,00 KN
Ostatak vrijednosti imovine:	5.000,00 KN
Vijek trajanja imovine:	5 godina
Ostatak vrijednosti = Nabavna (knjigovodstvena) vrijednost - Ukupni amortizacijski iznos:	**5.000,00 KN**

Postupak matematičkog izračuna je sljedeći:

1. Prema zadanoj formuli izračunavamo stopu amortizacije koja je jednaka za sve godine obračuna amortizacije:

$$SA(\%) = \frac{100\%}{VT} = \frac{100\%}{5} = 20\%$$

Vrijednost od 20 posto stope amortizacije unosimo u tablicu za sve godine obračuna amortizacije (1993. – 1997.).

2. Nakon toga izračunavamo amortizacijski iznos za prvu godinu obračuna (1993.) na temelju zadane formule:

$$AI = \frac{\{(NV - OV) \times SA\}}{100} = \frac{\{(60.000{,}00 - 5.000{,}00) \times 20\%\}}{100} = \frac{55.000{,}00 \times 20\%}{100} = 11.000{,}00$$

3. Postupak ponavljamo za sve četiri preostale godine (1993. – 1997.), a dobiveni amortizacijski iznos jednak je kao i kod prve godine s obzirom da su nabavna vrijednost, ostatak vrijednosti i stopa amortizacije u korištenoj formuli također bile jednake. Novčani iznos kumulirane amortizacije predstavlja zbroj svih amortizacijskih iznosa prethodnih godina (Σ_1^n KA, gdje je n = 1, 2, 3, 4, 5). Počevši od prve, 1993. godine, kumulirani iznos bio je 11.000,00 kn te se svake naredne godine povećavao za jednak amortizacijski iznos od 11.000,00 kn, što znači da je u 1994. godini iznosio 22.000,00 kn, u 1995. godini 33.000,00 kn, u 1996. godini 44.000,00 kn te u posljednjoj, 1997. godini, 55.000,00 kn.

4. Knjigovodstvena vrijednost osnovnog sredstva koja je na početku prve godine korištenja stroja (1. siječnja 1993.) iznosila 60.000,00 kn, na kraju te godine korigira se, odnosno umanjuje za godišnji iznos amortizacije, što u ovom slučaju iznosi 11.000,00 kn te je stoga neto knjigovodstvena vrijednost osnovnog sredstva na kraju 1993. godine jednaka 49.000,00 kn. Sukladno tome, izračunavamo neto knjigovodstvenu vrijednost na kraju 1994. godine koja iznosi 38.000,00 kn, na kraju 1995. godine iznosi 27.000,00 kn, na kraju 1996. godine 16.000,00 kn te na kraju 1997. godine 5.000,00 kuna. Dakle, ostatak vrijednosti osnovnog sredstva na kraju razdoblja njegova korištenja (tj., na kraju 5. godine obračuna amortizacije) iznosi 5.000,00 kn, što predstavlja novu neto knjigovodstvenu vrijednost stroja koja se kao takva evidentira u poslovnim knjigama poduzeća. U slučaju da poduzeće odluči na kraju 1997. godine prodati stroj, moći će za njega tražiti minimalni novčani iznos od 5.000,00 kn (ovisno o ponudi i potražnji na tržištu, cijena stroja može biti i veća).

7.2.2 Degresivna metoda amortizacije

Primjenom ove metode amortizacije, amortizacijske stope i novčani iznosi najveći su u prvoj godini korištenja osnovnog sredstva, nakon čega postupno padaju (geometrijski ili aritmetički). Svrha korištenja te metode amortizacije leži u činjenici da određena poduzeća žele u prvim godinama korištenja osnovnog sredstva otpisati (amortizirati) njegov veći dio, što se može protumačiti kao posljedica određene poslovne politike (promatrano kroz porezni aspekt poslovanja), odnosno kao posljedica intenzivnijeg korištenja osnovnog sredstva u proizvodnom procesu na početku razdoblja amortizacije. Neovisno o motivacijskim razlozima primjene te metode, postoji više različitih načina obračuna degresivne metode amortizacije, od kojih ćemo mi izdvojiti sljedeće tri:

- metoda geometrijske degresivne amortizacije (izračun stope amortizacije prema posebnoj formuli);
- metoda geometrijske degresivne amortizacije (korištenje dvostruko veće stope amortizacije u odnosu na linearnu metodu);
- metoda aritmetičke degresivne amortizacije.

Počinjemo metodom geometrijske degresivne amortizacije u kojoj se izračun stope amortizacije izvodi prema posebnoj formuli (u kojoj se primjenjuje opadajuća geometrijska funkcija). Formula za izračun stope amortizacije kod ove metode geometrijske degresivne amortizacije je sljedeća:

$$SA(\%) = \left[1 - \left(\frac{1}{NV}\right)^{\frac{1}{VT}}\right] \times 100\%$$

pri čemu je SA stopa amortizacije, NV nabavna vrijednost osnovnog sredstva i VT vijek trajanja osnovnog sredstva.

Takav se obračun izvodi uz pretpostavku da ostatak vrijednosti osnovnog sredstva iznosi točno jednu jedinicu. Dakle, poznat je ostatak vrijednosti (koji se zbog karaktera opadajuće geometrijske funkcije nikada ne može svesti na nulu), a iz njega se izračunava stopa amortizacije, odnosno prosječna godišnja brzina otpisa.

Jedina promjena u formuli kod izračunavanja amortizacijskih iznosa u odnosu na formulu kod linearne metode amortizacije odnosi se na korištenje knjigovodstvene vrijednosti osnovnog sredstva (KV) umjesto njegove nabavne vrijednosti (NV). Zapis formule je sljedeći:

$$AI = \frac{(KV \times SA)}{100}$$

pri čemu je AI amortizacijski iznos, KV knjigovodstvena vrijednost osnovnog sredstva i SA stopa amortizacije.

To implicira da su vrijednosti amortizacijskih iznosa za svaku godinu obračuna amortizacije različite jer se u formuli svaki put koristi druga knjigovodstvena vrijednost osnovnog sredstva (s obzirom da se radi o neto knjigovodstvenoj vrijednosti osnovnog sredstva koja se na kraju svake godine smanjuje za iznos obračunate amortizacije). Za izračun amortizacijskog iznosa na kraju prve godine obračuna amortizacije (AI_1), kao knjigovodstvena vrijednost uzima se vrijednost u nultoj godini koja odgovara nabavnoj vrijednosti osnovnog sredstva (KV_0 = NV). Za izračun amortizacijskog iznosa na kraju druge godine obračuna amortizacije (AI_2), kao knjigovodstvena vrijednost uzima se neto knjigovodstvena vrijednost na kraju prve godine (KV_1), i tako redom, sve do posljednje godine obračuna amortizacije kada se za izračun amortizacijskog iznosa na kraju n-te godine obračuna amortizacije (AI_n), kao knjigovodstvena vrijednost uzima neto knjigovodstvena vrijednost na kraju pretposljednje godine (KV_{n-1}). Dakle, formule za izračun amortizacijskih iznosa mogle bi se pisati i na sljedeći način:

$$AI_1 = \frac{(KV_0 \times SA)}{100} = \frac{(NV \times SA)}{100}$$

$$AI_2 = \frac{(KV_1 \times SA)}{100}$$

i tako sve do posljednje godine obračuna amortizacije:

$$AI_n = \frac{(KV_{n-1} \times SA)}{100}$$

Za razliku od metode linearne amortizacije, kako bi se kod ove metode izračunali amortizacijski iznosi u svim godinama, potrebno je u svakoj iteraciji izračunati i neto knjigovodstvenu vrijednost osnovnog sredstva u tekućoj godini (jer je taj podatak potreban za izračun amortizacijskog iznosa u sljedećoj godini). Formula koja se koristi za taj izračun je sljedeća:

$$KV_n = KV_{n-1} - AI_n$$

pri čemu n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5).

Primjer 7.3 Dana 1. siječnja 1996. godine kupljeno je i stavljeno u upotrebu osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 30.000,00 kn. Procijenjeni je vijek trajanja toga stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je nuli). Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda geometrijske degresivne amortizacije (izračun stope amortizacije prema posebnoj formuli).

Tablični prikaz rješenja zadatka je sljedeći:

Obračun amortizacije - geometrijska degresivna metoda:
(izračun stope amortizacije prema formuli)

RB	Godina amortizacije:	Knjigovodstvena vrijednost:	Stopa amortizacije(%):	Amortizacijski iznos:	Kumulirana amortizacija:
0	-	30.000,00	-	-	-
1	1996	3.816,78	87,28%	26.183,22	26.183,22
2	1997	485,59	87,28%	3.331,19	29.514,41
3	1998	61,78	87,28%	423,81	29.938,22
4	1999	7,86	87,28%	53,92	29.992,14
5	2000	**1,00**	87,28%	**6,86**	29.999,00
			Total:	29.999,00	-

Nabavna vrijednost imovine: 30.000,00 KN
Vijek trajanja imovine: 5 godina
__Ostatak vrijednosti = Nabavna (knjigovodstvena) vrijednost - Ukupni amortizacijski iznos:__ **1,00 KN**

postojeća razlika dodaje se amortizacijskom iznosu u posljednjoj godini amortizacije (2000.) da bi se dobio točan ostatak vrijednosti!

5	2000	**0,00**	87,28%	**7,86**	30.000,00
				30.000,00	

Postupak rješavanja zadatka je sljedeći:

1. Prvo izračunavamo stopu amortizacije koja je jednaka za sve godine obračuna amortizacije (kao i kod linearne metode) i koja se računa prema zadanoj formuli:

$$SA(\%) = \left[1-\left(\frac{1}{NV}\right)^{\frac{1}{VT}}\right]\times 100\% = \left[1-\left(\frac{1}{30.000,00}\right)^{\frac{1}{5}}\right]\times 100\% = [1-0,1277]\times 100\% = 87,28\%$$

Vrijednost od 87,28 posto stope amortizacije unosimo u tablicu za sve godine obračuna amortizacije (1996. – 2000.).

2. Nakon toga izračunavamo amortizacijski iznos za prvu godinu obračuna (1996. ; n = 1) na temelju zadane formule:

$$AI_1 = \frac{(NV \times SA)}{100} = \frac{(30.000,00 \times 87,28\%)}{100\%} = 26.183,22$$

3. Zatim računamo neto knjigovodstvenu vrijednost na kraju prve godine (1996. ; n = 1) kao razliku između nabavne vrijednosti osnovnog sredstva i amortizacijskog iznosa koja je jednaka:

$$KV_1 = NV - AI_1 = 30.000,00 - 26.183,22 = 3.816,78$$

4. Iterativni postupak izračunavanja amortizacijskih iznosa i knjigovodstvene vrijednosti nastavlja se za sve preostale godine obračuna amortizacije (1997. – 2000.):

- 1997 2. iteracija, n = 2:

$$AI_2 = \frac{(KV_1 \times SA)}{100} = \frac{(3.816{,}78 \times 87{,}28\%)}{100\%} = 3.331{,}19$$

$$KV_2 = KV_1 - AI_2 = 3.816{,}78 - 3.331{,}19 = 485{,}59$$

- 1998 3. iteracija, n = 3:

$$AI_3 = \frac{(KV_2 \times SA)}{100} = \frac{(485{,}59 \times 87{,}28\%)}{100\%} = 423{,}81$$

$$KV_3 = KV_2 - AI_3 = 485{,}59 - 423{,}81 = 61{,}78$$

- 1999 4. iteracija, n = 4:

$$AI_4 = \frac{(KV_3 \times SA)}{100} = \frac{(61{,}78 \times 87{,}28\%)}{100\%} = 53{,}92$$

$$KV_4 = KV_3 - AI_4 = 61{,}78 - 53{,}92 = 7{,}86$$

- 2000 5. iteracija, n = 5:

$$AI_5 = \frac{(KV_4 \times SA)}{100} = \frac{(7{,}86 \times 87{,}28\%)}{100\%} = 6{,}86$$

$$KV_5 = KV_4 - AI_5 = 7{,}86 - 6{,}86 = 1{,}00$$

Ostatak vrijednosti osnovnog sredstva iznosi 1,00 kn (to je posljedica primjene opadajuće geometrijske funkcije), tako da se ta razlika dodaje amortizacijskom iznosu u posljednjoj godini amortizacije (AI_5 = 6,86 kn + 1,00 kn = 7,86 kn). Na taj se način ostatak vrijednosti osnovnog sredstva svodi na nulu, što zadovoljava polaznu pretpostavku iz *primjera 3*.

5. U ovom primjeru, vrijednost kumulirane amortizacije (Σ_1^n KA, pri čemu je n = 1, 2, 3, 4, 5) nakon prve dvije godine zapravo vrijedi kao i cjelokupna nabavna vrijednost osnovnog sredstva (29.514,41 kn), što je i osnovna ideja te metode obračuna (da se u što kraćem vremenskom roku amortizira što veći dio dugotrajne imovine).

Zapis formule za izračun stope amortizacije kod te metode geometrijske degresivne amortizacije u situaciji u kojoj postoji ostatak vrijednosti osnovnog sredstva (OV), razlikuje se u odnosu na polaznu formulu kada nema ostatka vrijednosti:

$$SA(\%) = \left[1 - \left(\frac{OV}{NV}\right)^{\frac{1}{VT}}\right] \times 100\%$$

Matematički postupak, kao i sve preostale formule koje se upotrebljavaju kod te metode amortizacije ukoliko postoji ostatak vrijednosti osnovnog sredstva, nepromijenjeni su u odnosu na polazni model rješavanja.

Nastavljamo metodom geometrijske degresivne amortizacije pri čemu se koristi dvostruko veća stopa amortizacije u odnosu na linearnu metodu. S obzirom na tu činjenicu, formule za izračun stope amortizacije i amortizacijskih iznosa kod ove metode (dvostruke) degresivne amortizacije su sljedeće:

$$SA(\%) = 2 \times \left(\frac{100\%}{VT}\right)$$

$$AI = \frac{(KV \times SA)}{100}$$

pri čemu je SA stopa amortizacije, VT vijek trajanja osnovnog sredstva, AI amortizacijski iznos i KV knjigovodstvena vrijednost osnovnog sredstva.

Analogno prethodnoj metodi amortizacije, i kod ove metode koristimo drugačiju formulu za izračun stope amortizacije koja je, kao što smo već spomenuli, jednaka formuli za izračun stope amortizacije kod linearne metode uvećanoj 2 puta (engl. *double declining method*).

Primjena formula za izračun amortizacijskih iznosa u potpunosti odgovara primjeru prethodne metode amortizacije, što znači i da je način izračuna amortizacijskih iznosa koji se razlikuju u svakoj godini obračuna amortizacije jednak. Općenito, zapis formule možemo prikazati na sljedeći način:

$$KV_n = KV_{n-1} - AI_n$$

pri čemu n predstavlja godinu amortizacije, što u našim primjerima zadataka može biti maksimalno do pet godina (n = 1, 2, 3, 4, 5).

Isto tako, formula za izračun neto knjigovodstvene vrijednosti osnovnog sredstva odgovara primjeru prethodne metode amortizacije:

pri čemu n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5).

Primjer 7.4 Dana 1. siječnja 1990. godine kupljeno je i stavljeno u upotrebu osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 40.000,00 kn. Procijenjeni je vijek trajanja tog stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je nuli). Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda geometrijske degresivne amortizacije (korištenje dvostruko veće stope amortizacije u odnosu na linearnu metodu).

Tablični prikaz rješenja zadatka je sljedeći:

Obračun amortizacije - geometrijska degresivna metoda:
(korištenje dvostruko veće stope amortizacije u odnosu na linearnu metodu)

RB	Godina amortizacije:	Knjigovodstvena vrijednost:	Stopa amortizacije(%):	Amortizacijski iznos:	Kumulirana amortizacija:
0	-	40.000,00	-	-	-
1	1990	24.000,00	40,00%	16.000,00	16.000,00
2	1991	14.400,00	40,00%	9.600,00	25.600,00
3	1992	8.640,00	40,00%	5.760,00	31.360,00
4	1993	5.184,00	40,00%	3.456,00	34.816,00
5	1994	**3.110,40**	40,00%	**2.073,60**	36.889,60
	Total:			36.889,60	-

Nabavna vrijednost imovine:	40.000,00 KN
Vijek trajanja imovine:	5 godina
<u>Ostatak vrijednosti = Nabavna (knjigovodstvena) vrijednost - Ukupni amortizacijski iznos:</u>	**3.110,40 KN**

postojeća razlika dodaje se amortizacijskom iznosu u posljednjoj godini amortizacije (1994.) da bi se dobio točan ostatak vrijednosti!

5	1994	**0,00**	40,00%	**5.184,00**	40.000,00
				40.000,00	

Postupak rješavanja zadatka je sljedeći:

1. Prvo izračunavamo stopu amortizacije koja je jednaka za sve godine obračuna amortizacije (kao i kod linearne metode, samo što je dvostruko veća) i koja se računa prema zadanoj formuli:

$$SA(\%) = 2 \times \left(\frac{100\%}{VT}\right) = 2 \times \left(\frac{100\%}{5}\right) = 2 \times 20\% = 40\%$$

Vrijednost od 40 posto stope amortizacije unosimo u tablicu za sve godine obračuna amortizacije (1990. – 1994.).

2. Nakon toga izračunavamo amortizacijski iznos za prvu godinu obračuna (1990. ; n = 1) na temelju zadane formule:

$$AI_1 = \frac{(NV \times SA)}{100} = \frac{(40.000,00 \times 40\%)}{100\%} = 16.000,00$$

3. Zatim izračunavamo neto knjigovodstvenu vrijednost na kraju prve godine (1990. ; n = 1) kao razliku između nabavne vrijednosti osnovnog sredstva i amortizacijskog iznosa koja je jednaka:

$$KV_1 = NV - AI_1 = 40.000,00 - 16.000,00 = 24.000,00$$

4. Iterativni postupak izračunavanja amortizacijskih iznosa i knjigovodstvene vrijednosti nastavlja se za sve preostale godine obračuna amortizacije (1991. – 1994.):

- 1991 2. iteracija, n = 2:

$$AI_2 = \frac{(KV_1 \times SA)}{100} = \frac{(24.000,00 \times 40\%)}{100\%} = 9.600,00$$

$$KV_2 = KV_1 - AI_2 = 24.000,00 - 9.600,00 = 14.400,00$$

- 1992 3. iteracija, n = 3:

$$AI_3 = \frac{(KV_2 \times SA)}{100} = \frac{(14.400,00 \times 40\%)}{100\%} = 5.760,00$$

$$KV_3 = KV_2 - AI_3 = 14.400,00 - 5.760,00 = 8.640,00$$

- 1993 4. iteracija, n = 4:

$$AI_4 = \frac{(KV_3 \times SA)}{100} = \frac{(8.640,00 \times 40\%)}{100\%} = 3.456,00$$

$$KV_4 = KV_3 - AI_4 = 8.640,00 - 3.456,00 = 5.184,00$$

- 1994 5. iteracija, n = 5:

$$AI_5 = \frac{(KV_4 \times SA)}{100} = \frac{(5.184,00 \times 40\%)}{100\%} = 2.073,60$$

$$KV_5 = KV_4 - AI_5 = 5.184,00 - 2.073,60 = 3.110,40$$

Ostatak vrijednosti osnovnog sredstva iznosi 3.110,40 kn (nismo dobili nulu zbog upotrebe dvostruko veće stope amortizacije nego kod linearne metode), tako da se ta razlika dodaje amortizacijskom iznosu u posljednjoj godini amortizacije (AI_5 = 2.073,60 kn + 3.110,40 kn = 5.184,00 kn) kako bi se dobio točan ostatak vrijednosti (kao što je i navedeno u *primjeru 4,* mora biti jednak nuli). Primjena dvostruko veće stope amortizacije u odnosu na linearnu metodu podrazumijeva logičan zaključak da je u pitanju stopa koja nije dobivena matematičkim izračunom već je riječ o unaprijed odabranoj stopi za kalkulaciju amortizacije (osim 200 posto veće stope amortizacije, u praksi se alternativno često koristi i 150 posto veća stopa u odnosu na linearnu). Dokaz je za to i dobiveni ostatak vrijednosti koji je mnogo veći nego u prethodnom primjeru u kojem je bio jednak jedan (što je posljedica primjene opadajuće geometrijske funkcije). U ovom slučaju takva matematička zakonitost ne vrijedi, već su u pitanju unaprijed dogovorene veličine čija se primjena može usporediti s primjenom otplate zajma s unaprijed dogovorenim anuitetima. Analogno izračunu zajma s dogovorenim anuitetima, i u ovom se obračunu amortizacije u posljednjoj godini radi korekcija novčanih iznosa zbog zadovoljenja postavki zadanog modela (kod zajma ostatak duga mora biti jednak nuli, dok kod ove metode amortizacije ostatak vrijednosti osnovnog sredstva mora biti jednak nuli).

5. U ovom primjeru vrijednost kumulirane amortizacije (Σ_1^n KA, pri čemu je n = 1, 2, 3, 4, 5) nakon prve tri godine iznosi veći dio nabavne vrijednosti osnovnog sredstva (31.360,00 kn), što je jednako razmišljanjima kao i kod prethodne metode obračuna (da se u što kraćem vremenskom roku amortizira što veći dio dugotrajne imovine). Jedino je u usporedbi s prethodnom metodom u pitanju nešto sporiji oblik geometrijske degresije.

Matematički postupak rješavanja, kao i sve formule koje se upotrebljavaju kod ove metode geometrijske degresivne amortizacije ukoliko postoji ostatak vrijednosti osnovnog sredstva (OV), jednaki su osnovnom modelu, uz napomenu da se u posljednjoj godini obračuna amortizacije zbog specifičnog načina obračuna dodaje ili oduzima posebna razlika kako bi se dobio točan ostatak vrijednosti osnovnog sredstva.

Kao posljednju od degresivnih metoda, analiziramo metodu aritmetičke degresivne amortizacije. U usporedbi s geometrijskim degresivnim metodama, kod ove su metode također amortizacijski iznosi u prvim godinama obračuna amortizacije veći nego u kasnijim godinama obračuna, no, ovdje je razlika među njima jednaka (radi se o aritmetičkom nizu u kojem je razlika između svaka dva susjedna člana u nizu jednaka). To se postiže upotrebom posebne formule za stopu amortizacije, koja daje različite rezultate za svaku godinu obračuna amortizacije, i to takve da je razlika u stopama amortizacije u svakoj godini obračuna jednaka. Kako se stopa amortizacije u ovoj metodi obračuna množi nabavnom vrijednošću osnovnog sredstva (kao i kod linearne metode amortizacije), to znači da se i njezine vrijednosti razlikuju jedna od druge za isti novčani iznos. Formule koje koristimo su sljedeće:

$$SA(\%) = \left[\frac{\big((N+1-n)\times 2\big)}{\big((N+1)\times N\big)} \right] \times 100\%$$

$$AI = \frac{(NV \times SA)}{100}$$

pri čemu je SA stopa amortizacije, N korisni vijek trajanja imovine (npr., ako je 5 ukupni broj godina obračuna amortizacije, onda je N = 5), AI amortizacijski iznos, NV nabavna vrijednost osnovnog sredstva, a n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5).

Na primjerima zadataka koji se rješavaju u ovom poglavlju (obračun amortizacije na 5 godina), indeks godine za koju se računa stopa amortizacije mijenja se počevši od prve pa sve do posljednje tj., pete godine obračuna. Sukladno tome, formula za izračun stope amortizacije u svakoj se iteraciji mijenja, a za n-tu iteraciju (odnosno n-tu godinu obračuna amortizacije) ona glasi:

$$SA_n(\%) = \left[\frac{\left((N+1-n)\times 2\right)}{\left((N+1)\times N\right)}\right]\times 100\%$$

pri čemu n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5).

Amortizacijski iznosi koji se dobiju za svaku godinu obračuna amortizacije različiti su s obzirom da je i amortizacijska stopa koja se unosi u formulu u svakoj iteraciji različita (aritmetički opadajuća), tako da i tu formulu možemo pisati na sljedeći način:

$$AI_n = \frac{(NV \times SA_n)}{100}$$

pri čemu n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5).

Primjer 7.5 Dana 1. siječnja 1993. godine kupljeno je i stavljeno u upotrebu osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 120.000,00 kn. Procijenjeni je vijek trajanja stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je nuli). Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda aritmetičke degresivne amortizacije.

Obračun amortizacije - aritmetička degresivna metoda:

RB	Godina amortizacije:	Knjigovodstvena vrijednost:	Stopa amortizacije(%):	Amortizacijski iznos:	Kumulirana amortizacija:
0	-	120.000,00	-	-	-
1	1993	80.000,00	33,33%	40.000,00	40.000,00
2	1994	48.000,00	26,67%	32.000,00	72.000,00
3	1995	24.000,00	20,00%	24.000,00	96.000,00
4	1996	8.000,00	13,33%	16.000,00	112.000,00
5	1997	**0,00**	6,67%	8.000,00	120.000,00
	Total:			120.000,00	-

Nabavna vrijednost imovine: 120.000,00 KN
Vijek trajanja imovine: 5 godina

Postupak rješavanja zadatka je sljedeći:

1. Počinjemo prvom iteracijom (n = 1) u kojoj izračunavamo stopu amortizacije i amortizacijski iznos za prvu godinu obračuna amortizacije (1993.), uz napomenu da je N = 5 (jer se amortizacija obračunava u razdoblju od 5 godina):

$$SA_1(\%) = \left[\frac{((N+1-n)\times 2)}{((N+1)\times N)}\right]\times 100\% = \left[\frac{((5+1-1)\times 2)}{((5+1)\times 5)}\right]\times 100\% = \left[\frac{5\times 2}{30}\right]\times 100\% = \left[\frac{5}{15}\right]\times 100\% = 33{,}33\%$$

$$AI_1 = \frac{(NV\times SA_1)}{100} = \frac{(120.000{,}00\times 33{,}33\%)}{100} = 40.000{,}00$$

2. Iterativni postupak izračunavanja stope amortizacije i amortizacijskih iznosa nastavlja se za sve preostale godine obračuna amortizacije (1994. – 1997.):

- 1994 2. iteracija, n = 2:

$$SA_2(\%) = \left[\frac{((N+1-n)\times 2)}{((N+1)\times N)}\right]\times 100\% = \left[\frac{((5+1-2)\times 2)}{((5+1)\times 5)}\right]\times 100\% = \left[\frac{4\times 2}{30}\right]\times 100\% = \left[\frac{4}{15}\right]\times 100\% = 26{,}67\%$$

$$AI_2 = \frac{(NV\times SA_2)}{100} = \frac{(120.000{,}00\times 26{,}67\%)}{100} = 32.000{,}00$$

- 1995 3. iteracija, n = 3:

$$SA_3(\%) = \left[\frac{((N+1-n)\times 2)}{((N+1)\times N)}\right]\times 100\% = \left[\frac{((5+1-3)\times 2)}{((5+1)\times 5)}\right]\times 100\% = \left[\frac{3\times 2}{30}\right]\times 100\% = \left[\frac{3}{15}\right]\times 100\% = 20{,}00\%$$

$$AI_3 = \frac{(NV\times SA_3)}{100} = \frac{(120.000{,}00\times 20{,}00\%)}{100} = 24.000{,}00$$

- 1996 4. iteracija, n = 4:

$$SA_4(\%) = \left[\frac{((N+1-n)\times 2)}{((N+1)\times N)}\right]\times 100\% = \left[\frac{((5+1-4)\times 2)}{((5+1)\times 5)}\right]\times 100\% = \left[\frac{2\times 2}{30}\right]\times 100\% = \left[\frac{2}{15}\right]\times 100\% = 13{,}33\%$$

$$AI_4 = \frac{(NV \times SA_4)}{100} = \frac{(120.000,00 \times 13,33\%)}{100} = 16.000,00$$

- 1997 5. iteracija, n = 5:

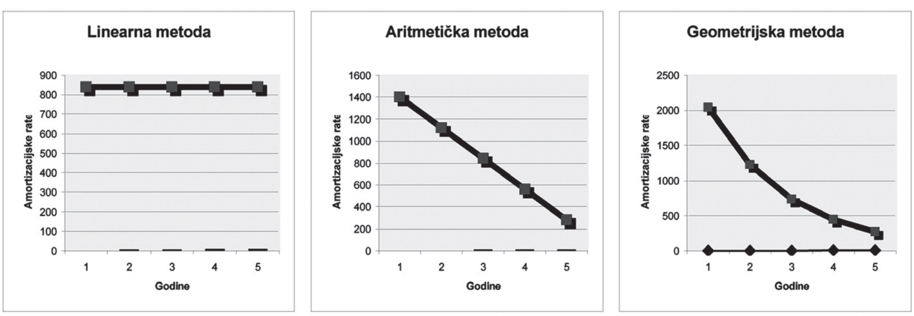
$$SA_5(\%) = \left[\frac{((N+1-n)\times 2)}{((N+1)\times N)}\right]\times 100\% = \left[\frac{((5+1-5)\times 2)}{((5+1)\times 5)}\right]\times 100\% = \left[\frac{1\times 2}{30}\right]\times 100\% = \left[\frac{1}{15}\right]\times 100\% = 6,67\%$$

$$AI_5 = \frac{(NV \times SA_5)}{100} = \frac{(120.000,00 \times 6,67\%)}{100} = 8.000,00$$

3. Knjigovodstvena vrijednost osnovnog sredstva, kao i kod linearne metode amortizacije, računa se prema jednostavnom principu prema kojem se na kraju svake godine amortizacijski iznos oduzima od neto knjigovodstvene vrijednosti s početka godine. U ovom primjeru, na početku prve godine korištenja stroja (1. siječnja 1993.) neto knjigovodstvena vrijednost jednaka je nabavnoj vrijednosti osnovnog sredstva koja iznosi 120.000,00 kn. Na kraju prve godine korištenja stroja (31. prosinca 1993.) neto knjigovodstvena vrijednost korigira se, odnosno umanjuje za godišnji iznos amortizacije, što u ovom slučaju iznosi 40.000,00 kn te je stoga jednaka 80.000,00 kn. Sukladno tome, izračunavamo neto knjigovodstvenu vrijednost na kraju 1994. godine koja iznosi 48.000,00 kn, a dobivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 1993. godine za iznos od 32.000,00 kn. Na kraju 1995. godine iznosi 24.000,00 kn, a dobivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 1994. godine za iznos od 24.000,00 kn. Na kraju 1996. godine iznosi 8.000,00 kn, a dobivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 1995. godine za iznos od 16.000,00 kn. Na kraju posljednje, 1997. godine, neto knjigovodstvena vrijednost iznosi 0,00 kn, a dobivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 1996. (predzadnje) godine za iznos od 8.000,00 kn.

Dakle, ostatak vrijednosti osnovnog sredstva na kraju razdoblja njegova korištenja (tj., na kraju 5. godine obračuna amortizacije) iznosi nula kuna, što znači da ne postoji eventualna razlika koja bi se trebala naknadno dodavati amortizacijskom iznosu u posljednjoj godini amortizacije, kao što je slučaj kod prethodnih dviju degresivnih metoda. Razlog tome leži u činjenici da su preostale dvije degresivne metode amortizacije geometrijske, dok je posljednja aritmetička, što u ovom slučaju znači da se kod nje proporcionalno smanjuje knjigovodstvena vrijednost osnovnog sredstva (radi se o novčanim iznosima koji su u svakoj godini obračuna amortizacije umanjeni za jednaku razliku - u ovom primjeru 8.000,00 kn).

4. Analogno, kao i u prethodnim dvama primjerima, i u ovom primjeru vrijednost kumulirane amortizacije (Σ_1^n KA, pri čemu je n = 1, 2, 3, 4, 5) nakon prve tri godine iznosi veći dio nabavne vrijednosti osnovnog sredstva (96.000,00 kn), što je jednako razmišljanjima kao i kod preostalih degresivnih metoda obračuna (da se u što kraćem vremenskom roku amortizira što veći dio dugotrajne imovine). Razlika postoji jedino u primijenjenom matematičkom modelu kod izračuna geometrijskih u odnosu na aritmetičku metodu obračuna amortizacije, dok je ekonomska i računovodstvena logika kod svih triju degresivnih metoda ista. Grafička usporedba razlika među primijenjenim matematičkim modelima kod linearne, aritmetičke i geometrijske metode obračuna amortizacije ilustrirana je na sljedeći način:



Slika 4.

Zapis formule za izračun amortizacijskog iznosa kod metode aritmetičke degresivne amortizacije u situaciji u kojoj postoji ostatak vrijednosti osnovnog sredstva (OV), razlikuje se u odnosu na polaznu formulu ukoliko nema ostatka vrijednosti:

$$AI_n = \frac{\left((NV - OV) \times SA_n\right)}{100}$$

Matematički postupak, kao i sve preostale formule koje se upotrebljavaju kod ove metode amortizacije ukoliko postoji ostatak vrijednosti osnovnog sredstva, nepromijenjeni su u odnosu na polazni model rješavanja.

7.2.3 Progresivna metoda amortizacije

Primjenom ove metode amortizacije, amortizacijske stope i novčani iznosi, za razliku od degresivnih metoda amortizacije, najmanji su u prvoj godini korištenja osnovnog sredstva, nakon čega postupno rastu. Svrha korištenja ove metode amortizacije leži u činjenici da određena poduzeća žele u posljednjim godinama korištenja osnovnog sredstva otpisati (amortizirati) njegov veći dio, što se može protumačiti djelomično kao posljedica intenzivnijeg korištenja osnovnog sredstva u proizvodnom procesu pri kraju razdoblja amortizacije. Zbog te činjenice, ta se metoda u praksi manje koristi nego druge vremenske metode (linearna i degresivna), s obzirom da je i temeljni koncept njezine primjene manje prihvatljiv većini poduzeća. Od progresivnih metoda, u ovom ćemo poglavlju analizirati metodu aritmetičke progresivne amortizacije koja se prema matematičkom izračunu u potpunosti može usporediti s prethodnom, metodom aritmetičke degresivne amortizacije. Osnovna razlika između tih dviju metoda leži u suprotnom konceptu primjene (progresivna nasuprot degresivnoj metodi), što se u konačnici i manifestira primjenom različitih formula za izračun amortizacijskih stopa. Tako se i kod metode aritmetičke progresivne amortizacije upotrebljava posebna formula za stopu amortizacije koja daje različite rezultate za svaku godinu obračuna amortizacije, i to takve da je razlika u stopama amortizacije u svakoj godini obračuna jednaka (amortizacijske stope proporcionalno se povećavaju). Kako se stopa amortizacije i u toj metodi obračuna množi nabavnom vrijednošću osnovnog sredstva (kao i kod linearne metode amortizacije), to znači da se i njezine vrijednosti razlikuju jedna od druge za isti novčani iznos. Formule koje koristimo su sljedeće:

$$SA(\%) = \left[\frac{(n \times 2)}{((N+1) \times N)} \right] \times 100\%$$

$$AI = \frac{(NV \times SA)}{100}$$

pri čemu je SA stopa amortizacije, N korisni vijek trajanja imovine (npr., ako je 5 ukupni broj godina obračuna amortizacije, onda je N = 5), AI amortizacijski iznos, NV nabavna vrijednost osnovnog sredstva, a n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5).

Kao i na primjeru prethodne metode amortizacije, indeks godine za koju se računa stopa amortizacije mijenja se počevši od prve pa sve do posljednje tj., pete godine obračuna. Sukladno tome, formula za izračun stope amortizacije u svakoj se iteraciji mijenja, a za n-tu iteraciju (odnosno n-tu godinu obračuna amortizacije) ona glasi:

$$SA_n(\%) = \left[\frac{(n \times 2)}{((N+1) \times N)} \right] \times 100\%$$

pri čemu n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5).

Amortizacijski iznosi koji se dobiju za svaku godinu obračuna amortizacije različiti su s obzirom da je i amortizacijska stopa koja se unosi u formulu u svakoj iteraciji različita (aritmetički rastuća), tako da i tu formulu možemo pisati na sljedeći način:

$$AI_n = \frac{(NV \times SA_n)}{100}$$

pri čemu n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5).

Primjer 7.6 Dana 1. siječnja 1991. godine kupljeno je i stavljeno u upotrebu osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 180.000,00 kn. Procijenjeni je vijek trajanja toga stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je nuli). Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda aritmetičke progresivne amortizacije.

Tablični prikaz rješenja zadatka je sljedeći:

Obračun amortizacije - aritmetička progresivna metoda:

RB	Godina amortizacije:	Knjigovodstvena vrijednost:	Stopa amortizacije(%):	Amortizacijski iznos:	Kumulirana amortizacija:
0	-	180.000,00	-	-	-
1	1991	168.000,00	6,67%	12.000,00	12.000,00
2	1992	144.000,00	13,33%	24.000,00	36.000,00
3	1993	108.000,00	20,00%	36.000,00	72.000,00
4	1994	60.000,00	26,67%	48.000,00	120.000,00
5	1995	**0,00**	33,33%	60.000,00	180.000,00
	Total:			180.000,00	-

Nabavna vrijednost imovine:	180.000,00 KN
Vijek trajanja imovine:	5 godina

Postupak rješavanja zadatka je sljedeći:

1. Počinjemo prvom iteracijom (n = 1) u kojoj izračunavamo stopu amortizacije i amortizacijski iznos za prvu godinu obračuna amortizacije (1991.), uz napomenu da je N = 5 (jer se amortizacija obračunava u razdoblju od 5 godina):

$$SA_1(\%) = \left[\frac{(n \times 2)}{((N+1) \times N)}\right] \times 100\% = \left[\frac{(1 \times 2)}{((5+1) \times 5)}\right] \times 100\% = \left[\frac{1 \times 2}{30}\right] \times 100\% = \left[\frac{1}{15}\right] \times 100\% = 6{,}67\%$$

$$AI_1 = \frac{(NV \times SA_1)}{100} = \frac{(180.000{,}00 \times 6{,}67\%)}{100} = 12.000{,}00$$

2. Iterativni postupak izračunavanja stope amortizacije i amortizacijskih iznosa nastavlja se za sve preostale godine obračuna amortizacije (1992. – 1995.):

- 1992 2. iteracija, n= 2:

$$SA_2(\%) = \left[\frac{(n \times 2)}{((N+1) \times N)}\right] \times 100\% = \left[\frac{(2 \times 2)}{((5+1) \times 5)}\right] \times 100\% = \left[\frac{2 \times 2}{30}\right] \times 100\% = \left[\frac{2}{15}\right] \times 100\% = 13{,}33\%$$

$$AI_2 = \frac{(NV \times SA_2)}{100} = \frac{(180.000{,}00 \times 13{,}33\%)}{100} = 24.000{,}00$$

- 1993 3. iteracija, n= 3:

$$SA_3(\%) = \left[\frac{(n \times 2)}{((N+1) \times N)}\right] \times 100\% = \left[\frac{(3 \times 2)}{((5+1) \times 5)}\right] \times 100\% = \left[\frac{3 \times 2}{30}\right] \times 100\% = \left[\frac{3}{15}\right] \times 100\% = 20{,}00\%$$

$$AI_3 = \frac{(NV \times SA_3)}{100} = \frac{(180.000,00 \times 20,00\%)}{100} = 36.000,00$$

- 1994 4. iteracija, n = 4:

$$SA_4(\%) = \left[\frac{(n \times 2)}{((N+1) \times N)}\right] \times 100\% = \left[\frac{(4 \times 2)}{((5+1) \times 5)}\right] \times 100\% = \left[\frac{4 \times 2}{30}\right] \times 100\% = \left[\frac{4}{15}\right] \times 100\% = 26,67\%$$

$$AI_4 = \frac{(NV \times SA_4)}{100} = \frac{(180.000,00 \times 26,67\%)}{100} = 48.000,00$$

- 1995 5. iteracija, n = 5:

$$SA_5(\%) = \left[\frac{(n \times 2)}{((N+1) \times N)}\right] \times 100\% = \left[\frac{(5 \times 2)}{((5+1) \times 5)}\right] \times 100\% = \left[\frac{5 \times 2}{30}\right] \times 100\% = \left[\frac{5}{15}\right] \times 100\% = 33,33\%$$

$$AI_5 = \frac{(NV \times SA_5)}{100} = \frac{(180.000,00 \times 33,33\%)}{100} = 60.000,00$$

3. Knjigovodstvena se vrijednost osnovnog sredstva, kao i kod aritmetičke degresivne metode amortizacije, računa prema jednostavnom principu prema kojem se na kraju svake godine amortizacijski iznos oduzima od neto knjigovodstvene vrijednosti s početka godine. U ovom primjeru, na početku prve godine korištenja stroja (1. siječnja 1991.) neto knjigovodstvena vrijednost jednaka je nabavnoj vrijednosti osnovnog sredstva koja iznosi 180.000,00 kn. Na kraju prve godine korištenja stroja (31. prosinca 1991.) neto knjigovodstvena vrijednost korigira se, odnosno umanjuje za godišnji iznos amortizacije, što u ovom slučaju iznosi 12.000,00 kn te je stoga jednaka 168.000,00 kn. Sukladno tome, izračunavamo neto knjigovodstvenu vrijednost na kraju 1992. godine koja iznosi 144.000,00 kn, a dobivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 1991. godine za iznos od 24.000,00 kn. Na kraju 1993. godine ona iznosi 108.000,00 kn, a dobivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 1992. godine za iznos od 36.000,00 kn. Na kraju 1994. godine iznosi 60.000,00 kn, a dobivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 1993. godine

za iznos od 48.000,00 kn. Na kraju posljednje, 1995. godine, iznosi 0,00 kn, a dobivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 1994. (predzadnje) godine za iznos od 60.000,00 kn.

Dakle, ostatak vrijednosti osnovnog sredstva na kraju razdoblja njegova korištenja (tj., na kraju 5. godine obračuna amortizacije) iznosi nula kuna, što znači da ne postoji eventualna razlika koja bi se trebala naknadno dodavati amortizacijskom iznosu u posljednjoj godini amortizacije, kao što je slučaj kod prvih dviju degresivnih metoda koje smo analizirali u ovom poglavlju.

4. Za razliku od svih degresivnih metoda, u ovom primjeru vrijednost kumulirane amortizacije (Σ_1^n KA, pri čemu je n = 1, 2, 3, 4, 5) nakon prve dvije godine iznosi manji dio nabavne vrijednosti osnovnog sredstva (36.000,00 kn), što predstavlja i osnovni cilj takvog obračuna amortizacije - da se u zadnjim godinama amortizira što veći dio dugotrajne imovine.

Zapis formule za izračun amortizacijskog iznosa u situaciji u kojoj postoji ostatak vrijednosti osnovnog sredstva (OV) i ovdje se razlikuje u odnosu na polaznu formulu ukoliko nema ostatka vrijednosti:

$$AI_n = \frac{\left((NV - OV) \times SA_n\right)}{100}$$

Također, matematički postupak, kao i sve preostale formule koje se upotrebljavaju kod ove metode amortizacije ukoliko postoji ostatak vrijednosti osnovnog sredstva, nepromijenjeni su u odnosu na polazni model rješavanja.

7.3 Funkcionalna metoda amortizacije

Funkcionalna metoda amortizacije polazi od količine proizvoda i usluga što ih dugotrajna imovina može proizvesti, odnosno pružiti kod normalnog rukovanja i održavanja, pri čemu se zanemaruje vremenska komponenta njezina korištenja. Amortizacija se obračunava i vrijednosno izračunava kao novčana protuvrijednost utrošene dugotrajne imovine po jedinici učinka (tj., komadu proizvedenog proizvoda ili obavljene usluge). Zbog te činjenice poduzeće mora u okviru korisnog vijeka trajanja imovine predvidjeti (planirati) sveukupnu proizvodnju kao i pojedinačnu godišnju proizvodnju proizvoda (za svaku godinu zasebno), kako bi se na temelju tih parametara mogle izračunati stopa amortizacije i amortizacijski iznosi u svakoj godini korištenja osnovnog sredstva. Formule za izračun amortizacije po jedinici proizvoda (koristi se taj pojam umjesto uobičajenog pojma stopa amortizacije) i amortizacijskih iznosa su sljedeće:

$$AP(\%) = \left(\frac{NV}{TGP}\right) \times 100\%$$

$$AI = \frac{(AP \times GP)}{100}$$

pri čemu je amortizacija po jedinici proizvoda AP, nabavna vrijednost osnovnog sredstva NV, ukupna godišnja proizvodnja TGP, amortizacijski iznos AI i godišnja proizvodnja GP.

Amortizacija po jedinici proizvoda nepromijenjena je za sve godine obračuna amortizacije s obzirom da su i parametri u formuli za izračun amortizacije po jedinici proizvoda fiksni (nabavna vrijednost osnovnog sredstva i ukupna godišnja proizvodnja unaprijed su poznati). S druge strane, amortizacijski iznosi mijenjaju se svake godine, sukladno planiranim projekcijama godišnje proizvodnje, što znači da bismo formulu za izračun amortizacijskih iznosa mogli pisati i na sljedeći način:

$$AI_n = \frac{(AP \times GP_n)}{100}$$

pri čemu n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5).

Primjer 7.7 Dana 1. siječnja 1997. godine kupljeno je i stavljeno u upotrebu osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 100.000,00 kn. Procijenjeni je vijek trajanja toga stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je nuli). Predviđa se da će stroj proizvesti 400.000 komada proizvoda X za vrijeme svog vijeka trajanja (za svih 5 godina). Količina godišnje proizvodnje planira se kako je navedeno u sljedećoj tablici:

RB:	GODIŠNJA PROIZVODNJA (GP_n):	BROJ PROIZVEDENIH KOMADA PROIZVODA X:
1	1997. (GP_1)	65.000,00
2	1998. (GP_2)	80.000,00
3	1999. (GP_3)	125.000,00
4	2000. (GP_4)	95.000,00
5	2001. (GP_5)	35.000,00
	TOTAL GODIŠNJA PROIZVODNJA (1997. - 2001.) = TGP:	**400.000,00**

Tablični prikaz rješenja zadatka je sljedeći:

Obračun amortizacije - funkcionalna metoda:
(prema količini proizvedenih proizvoda u vijeku trajanja imovine)

RB	Godina amortizacije:	Knjigovodstvena vrijednost:	Amortizacija po jedinici proizvoda(%):	Amortizacijski iznos:	Kumulirana amortizacija:
0	-	100.000,00	-	-	-
1	1997	83.750,00	25,00%	16.250,00	16.250,00
2	1998	63.750,00	25,00%	20.000,00	36.250,00
3	1999	32.500,00	25,00%	31.250,00	67.500,00
4	2000	8.750,00	25,00%	23.750,00	91.250,00
5	2001	**0,00**	25,00%	8.750,00	100.000,00
	Total:			100.000,00	-

Nabavna vrijednost imovine:	100.000,00 KN
Vijek trajanja imovine:	5 godina

Postupak rješavanja zadatka je sljedeći:

1. Započinjemo izračunavanjem amortizacije po jedinici proizvoda koja je jednaka za sve godine obračuna amortizacije i koja, s obzirom na zadane fiksne parametre, iznosi:

$$AP(\%) = \left(\frac{NV}{TGP}\right) \times 100\% = \left(\frac{100.000,00}{400.000}\right) \times 100\% = 25\%$$

Vrijednost od 25 posto amortizacije po jedinici proizvoda unosimo u tablicu za sve godine obračuna amortizacije (1997. – 2001.).

2. Nakon toga izračunavamo amortizacijski iznos za prvu godinu obračuna (1997.; n = 1) na temelju zadane formule:

$$AI_1 = \frac{(AP \times GP_1)}{100} = \frac{(25\% \times 65.000)}{100} = 16.250,00$$

3. Postupak izračunavanja amortizacijskih iznosa i njihova unosa u tablicu nastavlja se za sve preostale godine obračuna amortizacije (1998. – 2001.):

- 1998 2. iteracija, n = 2:

$$AI_2 = \frac{(AP \times GP_2)}{100} = \frac{(25\% \times 80.000)}{100} = 20.000,00$$

- 1999 3. iteracija, n = 3:

$$AI_3 = \frac{(AP \times GP_3)}{100} = \frac{(25\% \times 125.000)}{100} = 31.250,00$$

- 2000 4. iteracija, n = 4:

$$AI_4 = \frac{(AP \times GP_4)}{100} = \frac{(25\% \times 95.000)}{100} = 23.750,00$$

- 2001 5. iteracija, n = 5:

$$AI_5 = \frac{(AP \times GP_5)}{100} = \frac{(25\% \times 35.000)}{100} = 8.750,00$$

4. Knjigovodstvena vrijednost osnovnog sredstva računa se, kao i kod vremenskih metoda amortizacije, prema jednostavnom principu prema kojem se na kraju svake godine amortizacijski iznos oduzima od neto knjigovodstvene vrijednosti s početka godine. U ovom primjeru, na početku prve godine korištenja stroja (1. siječnja 1997.) neto knjigovodstvena vrijednost jednaka je nabavnoj vrijednosti osnovnog sredstva koja iznosi 100.000,00 kn. Na kraju prve godine korištenja stroja (31. prosinca 1997.), neto knjigovodstvena vrijednost korigira se, odnosno umanjuje za godišnji iznos amortizacije, što u ovom slučaju iznosi 16.250,00 kn te je stoga jednaka 83.750,00 kn. Sukladno tome, izračunavamo neto knjigovodstvenu vrijednost na kraju 1998. godine ona koja iznosi 63.750,00 kn, a dobivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 1997. godine za iznos od 20.000,00 kn. Na kraju 1999. godine ona iznosi 32.500,00 kn, a dobivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 1998. godine za iznos od 31.250,00 kn. Na kraju 2000. godine ona iznosi 8.750,00 kn, a dobivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 1999. godine, za iznos od 23.750,00 kn. Na kraju posljednje, 2001. godine iznosi 0,00 kn, a do-

bivena je umanjivanjem neto knjigovodstvene vrijednosti s kraja 2000. (predzadnje) godine za iznos od 8.750,00 kn.

Ostatak vrijednosti osnovnog sredstva na kraju razdoblja njegova korištenja (tj., na kraju 5. godine obračuna amortizacije) iznosi nula kuna, što znači da i kod ove metode amortizacije ne postoji eventualna razlika koja bi se trebala naknadno dodavati amortizacijskom iznosu u posljednjoj godini amortizacije. To je prije svega posljedica korištenih fiksnih parametara u izračunu jedinstvene amortizacije po jedinici proizvoda, čija se vrijednost poslije koristi i u izračunu amortizacijskih iznosa za svaku godinu obračuna amortizacije.

5. Za razliku od vremenskih metoda, u ovom primjeru vrijednost kumulirane amortizacije (Σ_1^n KA, pri čemu je n = 1, 2, 3, 4, 5) prije svega ovisi o godišnjem planiranom kapacitetu proizvodnje proizvoda X, a ne o primjeni određene matematičke zakonitosti (linearnosti, degresije ili progresije). Ukoliko je predviđena veća količina proizvodnje proizvoda X na početku korisnog vijeka trajanja imovine, tada će i iznos kumulirane amortizacije biti veći u prvim godinama obračuna amortizacije. Ukoliko pak planiramo veću količinu proizvodnje proizvoda X na kraju korisnog vijeka trajanja imovine, tada će i iznos kumulirane amortizacije biti manji u prvim godinama obračuna amortizacije. Možemo zaključiti kako kod funkcionalne metode amortizacije vrijednost kumulirane amortizacije ne ovisi o odabiru matematičkog modela, kao kod vremenskih metoda obračuna, već primarno o godišnjem planu proizvodnje poduzeća, odnosno o njegovoj poslovnoj politici.

Formulu za izračun amortizacije po jedinici proizvoda kod funkcionalne metode amortizacije u situaciji u kojoj postoji ostatak vrijednosti osnovnog sredstva (OV) treba modificirati u odnosu na polaznu formulu ukoliko nema ostatka vrijednosti:

$$AP(\%) = \left(\frac{(NV - OV)}{TGP} \right) \times 100\%$$

Sve preostale formule koje se upotrebljavaju kod ove metode amortizacije ukoliko postoji ostatak vrijednosti osnovnog sredstva nepromijenjene su u odnosu na polazni model rješavanja.

7.4 Obračun metoda amortizacije unutar razdoblja kraćeg od godine dana

U praksi se vrlo rijetko dugotrajna imovina kupuje na početku neke kalendarske, odnosno računovodstvene godine. Najčešće se nabavlja u toku kalendarske godine, a prema računovodstvenim propisima, obračun amortizacije počinje prvog dana mjeseca koji slijedi nakon mjeseca u kojem je dugotrajna imovina kupljena, odnosno stavljena u upotrebu (npr., ako je osnovno sredstvo kupljeno 5. ožujka, stavljeno u upotrebu 10. ožujka, tada će se na njega početi primjenjivati obračun amortizacije počevši od 1. travnja tekuće godine). Zbog te činjenice, osnovno se sredstvo niti može niti smije amortizirati u cjelokupnom iznosu godišnje amortizacije u prvoj godini obračuna amortizacije, već se amortizira samo u odgovarajućem, odnosno alikvotnom dijelu (u ovom primjeru riječ je o razdoblju od 9 mjeseci tj. o 3/4 ukupnog godišnjeg iznosa amortizacije). Adekvatno tome, obračun odgovarajuće metode amortizacije produžit će se i na šestu kalendarsku godinu (ako kao primjer uzmemo da je korisni vijek trajanja osnovnog sredstva 5 godina, kao i u svim prethodnim primjerima zadataka). Računovodstveno gledajući, takva situacija ne mijenja ništa na stvari osim činjenice da dolazi do djelomične raspodjele amortizacijskog iznosa s prve godine obračuna na posljednju tj., šestu godinu obračuna amortizacije. Matematički, izračun se dodatno komplicira, ali ne tako da bi nam to predstavljalo određeni problem.

Sada ćemo na primjeru linearne metode amortizacije pokazati obračun amortizacije u situaciji u kojoj je osnovno sredstvo nabavljeno u toku kalendarske godine (a ne kao u svim dosadašnjim primjerima zadataka, 1. siječnja).

Primjer 7.8 Dana 15. svibnja 1995. godine kupljeno je osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 150.000,00 kn. Procijenjeni je vijek trajanja toga stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je nuli). Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda linearne (pravocrtne) amortizacije. Stroj je stavljen u upotrebu 25. svibnja 1995. godine.

Tablični prikaz rješenja zadatka je sljedeći:

Obračun amortizacije - linearna (pravocrtna) metoda:

RB	Godina amortizacije:	Knjigovodstvena vrijednost:	Stopa amortizacije(%):	Amortizacijski iznos:	Kumulirana amortizacija:
0	-	150.000,00	-	-	-
1	1995	132.500,00	20,00%	17.500,00	17.500,00
2	1996	102.500,00	20,00%	30.000,00	47.500,00
3	1997	72.500,00	20,00%	30.000,00	77.500,00
4	1998	42.500,00	20,00%	30.000,00	107.500,00
5	1999	12.500,00	20,00%	30.000,00	137.500,00
6	2000	**0,00**	20,00%	12.500,00	150.000,00
	Total:			150.000,00	-

Nabavna vrijednost imovine:	150.000,00	KN
Vijek trajanja imovine:	5	godina

Postupak rješavanja zadatka je sljedeći:

Koristimo jednake formule kao i u *primjeru 1* ovog poglavlja u kojemsmo već imali obračun metode linearne amortizacije, uz napomenu da treba obratiti posebnu pozornost na izračun amortizacijskih iznosa u prvoj i posljednjoj godini obračuna.

1. Najprije izračunavamo stopu amortizacije prema poznatoj formuli te je unosimo u tablicu:

$$SA(\%) = \frac{100\%}{VT} = \frac{100\%}{5} = 20\%$$

2. Nakon toga prelazimo na izračun amortizacijskih iznosa u svakoj godini obračuna amortizacije (1995. – 2000.), pri čemu n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5), dok m definira broj mjeseci za koji se osnovno sredstvo amortizira u okviru jedne kalendarske godine:

- 1995 1. iteracija, n = 1 (m = 1. lipnja – 31. prosinca = 7 mjeseci):

$$AI_1 = \frac{(NV \times SA)}{100} \times \left(\frac{m}{12}\right) = \frac{(150.000,00 \times 20\%)}{100} \times \left(\frac{7}{12}\right) = 17.500,00$$

- 1996 2. iteracija, n = 2:

$$AI_2 = \frac{(NV \times SA)}{100} = \frac{(150.000,00 \times 20\%)}{100} = 30.000,00$$

- 1997 3. iteracija, n = 3:

$$AI_3 = \frac{(NV \times SA)}{100} = \frac{(150.000{,}00 \times 20\%)}{100} = 30.000{,}00$$

- 1998 4. iteracija, n = 4:

$$AI_4 = \frac{(NV \times SA)}{100} = \frac{(150.000{,}00 \times 20\%)}{100} = 30.000{,}00$$

- 1999 5. iteracija, n = 5:

$$AI_5 = \frac{(NV \times SA)}{100} = \frac{(150.000{,}00 \times 20\%)}{100} = 30.000{,}00$$

- 2000 6. iteracija, n = 6 (m = 1. siječnja – 31. svibnja = 5 mjeseci):

$$AI_6 = \frac{(NV \times SA)}{100} \times \left(\frac{12 - m}{12}\right) = \frac{(150.000{,}00 \times 20\%)}{100} \times \left(\frac{5}{12}\right) = 12.500{,}00$$

Svi dobiveni rezultati amortizacijskih iznosa jednaki su (30.000,00 kn), osim prve (1995.) i posljednje godine (2000.) obračuna amortizacije, u kojima se do ukupnog godišnjeg amortizacijskog iznosa dolazi zbrajanjem amortizacijskih iznosa u tim godinama (AI_1 + AI_6 = 17.500,00 kn + 12.500,00 kn = 30.000,00 kn).

Provjera ostalih rezultata u ovom primjeru zadatka (prije svega knjigovodstvene vrijednosti i kumulirane amortizacije) neće biti predmetom podrobnije analize s obzirom da tu nema bitnih promjena u odnosu na *primjer 1*.

Isti način obračuna (za osnovno sredstvo nabavljeno unutar godine dana) može se primijeniti i na sve degresivne metode obračuna amortizacije (geometrijsku i aritmetičku). Započnimo metodom geometrijske degresivne amortizacije koju ćemo riješiti na sljedećem primjeru.

Primjer 7.9 Dana 10. ožujka 1995. godine kupljeno je osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 1.600.000,00 kn. Procijenjeni vijek trajanja tog stroja iznosi 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5.

godine jednak je 100.000,00 kn). Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda geometrijske degresivne amortizacije (korištenje dvostruko veće stope amortizacije u odnosu na linearnu metodu). Stroj je stavljen u upotrebu 1. travnja 1995. godine.

Tablični prikaz rješenja zadatka je sljedeći:

Obračun amortizacije - geometrijska degresivna metoda:
(korištenje dvostruko veće stope amortizacije u odnosu na linearnu metodu)

RB	Godina amortizacije:	Knjigovodstvena vrijednost:	Stopa amortizacije(%):	Amortizacijski iznos:	Kumulirana amortizacija:
0	-	1.600.000,00	-	-	-
1	1995	1.120.000,00	40,00%	480.000,00	480.000,00
2	1996	672.000,00	40,00%	448.000,00	928.000,00
3	1997	403.200,00	40,00%	268.800,00	1.196.800,00
4	1998	241.920,00	40,00%	161.280,00	1.358.080,00
5	1999	145.152,00	40,00%	96.768,00	1.454.848,00
6	2000	**100.000,00**	40,00%	**45.152,00**	1.500.000,00
	Total:			1.500.000,00	-

Nabavna vrijednost imovine:	1.600.000,00	KN
Ostatak vrijednosti imovine:	100.000,00	KN
Vijek trajanja imovine:	5	godina

Postupak rješavanja zadatka je sljedeći:

Koristimo identične formule kao i u *primjeru 4* ovog poglavlja u kojem smo već imali obračun dvostrukom geometrijskom metodom, uz napomenu da treba obratiti posebnu pozornost na izračun amortizacijskih iznosa u prvoj i posljednjoj godini obračuna.

1. Najprije izračunavamo stopu amortizacije prema poznatoj formuli za dvostruku geometrijsku metodu te je unosimo u tablicu:

$$SA(\%) = 2 \times \left(\frac{100\%}{VT}\right) = 2 \times \left(\frac{100\%}{5}\right) = 2 \times 20\% = 40\%$$

2. Nakon toga prelazimo na izračun amortizacijskih iznosa u svakoj godini obračuna amortizacije (1995. – 2000.), pri čemu n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5), dok je m broj mjeseci amortizacije u toku jedne kalendarske godine:

- 1995 1. iteracija, n = 1 (m = 1. travnja – 31. prosinca = 9 mjeseci):

$$AI_1 = \frac{(NV \times SA)}{100} \times \left(\frac{m}{12}\right) = \frac{(1.600.000{,}00 \times 40\%)}{100} \times \left(\frac{9}{12}\right) = 480.000{,}00$$

- 1996 2. iteracija, n = 2:

$$AI_2 = \frac{(KV_1 \times SA)}{100} = \frac{(1.120.000{,}00 \times 40\%)}{100} = 448.000{,}00$$

- 1997 3. iteracija, n = 3:

$$AI_3 = \frac{(KV_2 \times SA)}{100} = \frac{(672.000{,}00 \times 40\%)}{100} = 268.800{,}00$$

- 1998 4. iteracija, n = 4:

$$AI_4 = \frac{(KV_3 \times SA)}{100} = \frac{(403.200{,}00 \times 40\%)}{100} = 161.280{,}00$$

- 1999 5. iteracija, n = 5:

$$AI_5 = \frac{(KV_4 \times SA)}{100} = \frac{(241.920{,}00 \times 40\%)}{100} = 96.768{,}00$$

- 2000 6. iteracija, n = 6:

$$AI_6 = KV_5 - OV = 145.152{,}00 - 100.000{,}00 = 45.152{,}00$$

Treba uočiti da se zadnji (šesti) amortizacijski iznos dobije drugačije od prethodnih pet. Takav izračun posljedica je opadajuće eksponencijalne funkcije koja se primjenjuje kod ove metode amortizacije, uz zadanu dvostruku godišnju brzinu otpisa, pri čemu nije moguće unaprijed pogoditi ciljani ostatak vrijednosti. Naime, da smo nastavili s množenjem knjigovodstvene vrijednosti s kraja pete godine (KV_5) amortizacijskom stopom (SA), dobili bismo amortizacijski iznos u šestoj godini (AI_6) koji odgovara vrijednosti od 58.060,80 kn, što bi davalo knjigovodstvenu vrijednost na kraju razdoblja amortizacije (KV_6) u iznosu od 87.091,20 kn, što je pak ispod odgovarajućeg ostatka vrijednosti stroja (OV) u iznosu od 100.000,00 kn. Zbog toga nije bilo drugog izbora nego da se od knjigovodstvene vrijednosti u zadnjoj godini (KV_5) oduzme ostatak vrijednosti stroja (OV) kako bi se dobio zadnji amortizacijski iznos (AI_6).

Inače, dvostruka geometrijska degresivna metoda amortizacije, kao i bilo koja druga geometrijska degresivna metoda kod koje je zadana godišnja stopa otpisa (200 posto, 150 posto ili neki drugi postotak od linearne stope amortizacije), zasniva se na pretpostavci da je životni vijek sredstva beskonačan te da se nulti ostatak vrijednosti ne može nikada dostići (vodoravna asimptota za amortizacijske iznose). Upravo zbog te činjenice, kod ove metode obračuna, amortizacijska osnovica tj., osnovica na koju se obračunava stopa amortizacije, uvijek je jednaka trenutnoj knjigovodstvenoj vrijednosti (KV_n). Stoga se u praksi često primjenjuju kombinirani obračuni amortizacije (geometrijski + linearni) kako bi se stiglo do nultog ostatka vrijednosti.

Na istom primjeru prikazat ćemo i aritmetičku degresivnu metodu amortizacije.

Postupak rješavanja zadatka je sljedeći:

1. Koristimo jednake formule (za izračun stopa amortizacije) kao i u *primjeru 5* ovog poglavlja u kojem smo već imali obračun aritmetičkom degresivnom metodom, no, ovaj put pretpostavljamo da je ostatak vrijednosti stroja jednak 100.000,00 kn. Izračunate stope amortizacije koristit će nam za izračun poznatih amortizacijskih iznosa uz pretpostavku da je stroj stavljen u upotrebu 1. siječnja 1995. godine.

Tablični prikaz rješenja zadatka (pod 1):

Obračun amortizacije - aritmetička degresivna metoda:

RB	Godina amortizacije:	Knjigovodstvena vrijednost:	Stopa amortizacije(%):	Amortizacijski iznos:	Kumulirana amortizacija:
0	-	1.600.000,00	-	-	-
1	1995	1.100.000,00	33,33%	500.000,00	500.000,00
2	1996	700.000,00	26,67%	400.000,00	900.000,00
3	1997	400.000,00	20,00%	300.000,00	1.200.000,00
4	1998	200.000,00	13,33%	200.000,00	1.400.000,00
5	1999	**100.000,00**	6,67%	100.000,00	1.500.000,00
	Total:			1.500.000,00	-

Nabavna vrijednost imovine:	1.600.000,00 KN
Ostatak vrijednosti imovine:	100.000,00 KN
Vijek trajanja imovine:	5 godina

2. Krenuvši od poznatih amortizacijskih iznosa (koji bi bili obračunati da je stroj stavljen u upotrebu 1. siječnja 1995. godine), upotrebom modificiranih formula za izračun amortizacijskih iznosa (AI_{kn}) ukoliko je stroj stavljen u upotrebu u toku godine (u ovom slučaju 1. travnja 1995.

godine), dobivamo korigirane amortizacijske iznose za svaku godinu obračuna amortizacije (1995. – 2000.).

Tablični prikaz rješenja zadatka (pod 2):

Obračun amortizacije - aritmetička degresivna metoda:

RB	Godina amortizacije:	Knjigovodstvena vrijednost:	Stopa amortizacije(%):	Amortizacijski iznos:	Kumulirana amortizacija:
0	-	1.600.000,00	-	-	-
1	1995	1.225.000,00	-	375.000,00	375.000,00
2	1996	800.000,00	-	425.000,00	800.000,00
3	1997	475.000,00	-	325.000,00	1.125.000,00
4	1998	250.000,00	-	225.000,00	1.350.000,00
5	1999	125.000,00	-	125.000,00	1.475.000,00
6	2000	**100.000,00**	-	25.000,00	1.500.000,00
	Total:			1.500.000,00	-

Nabavna vrijednost imovine: 1.600.000,00 KN
Ostatak vrijednosti imovine: 100.000,00 KN

3. Iterativni postupak izračuna svih korigiranih amortizacijskih iznosa (AI_{kn}), počevši od prve godine (1995.) pa sve do posljednje, šeste godine obračuna amortizacije (2000.), uz upotrebu modificiranih formula, pri čemu n predstavlja godinu amortizacije (n = 1, 2, 3, 4, 5), dok je m broj mjeseci amortizacije u toku jedne kalendarske godine, je sljedeći:

- 1995 1. iteracija, n = 1 (m = 1. travnja – 31. prosinca = 9 mjeseci):

$$AI_{k1} = 500.000{,}00 \times \left(\frac{m}{12}\right) = 500.000{,}00 \times \left(\frac{9}{12}\right) = 375.000{,}00$$

- 1996 2. iteracija, n = 2 (m = 1. travnja – 31. prosinca = 9 mjeseci):

$$AI_{k2} = 500.000{,}00 \times \left(\frac{12-m}{12}\right) + 400.000{,}00 \times \left(\frac{m}{12}\right) = 500.000{,}00 \times \left(\frac{3}{12}\right) + 400.000{,}00 \times \left(\frac{9}{12}\right) = 425.000{,}00$$

- 1997 3. iteracija, n = 3 (m = 1. travnja – 31. prosinca = 9 mjeseci):

$$AI_{k3} = 400.000{,}00 \times \left(\frac{12-m}{12}\right) + 300.000{,}00 \times \left(\frac{m}{12}\right) = 400.000{,}00 \times \left(\frac{3}{12}\right) + 300.000{,}00 \times \left(\frac{9}{12}\right) = 325.000{,}00$$

- 1998 4. iteracija, n = 4 (m = 1. travnja – 31. prosinca = 9 mjeseci):

$$AI_{k4} = 300.000{,}00 \times \left(\frac{12-m}{12}\right) + 200.000{,}00 \times \left(\frac{m}{12}\right) = 300.000{,}00 \times \left(\frac{3}{12}\right) + 200.000{,}00 \times \left(\frac{9}{12}\right) = 225.000{,}00$$

- 1999 5. iteracija, n = 5 (m = 1. travnja – 31. prosinca = 9 mjeseci):

$$AI_{k5} = 200.000,00 \times \left(\frac{12-m}{12}\right) + 100.000,00 \times \left(\frac{m}{12}\right) = 200.000,00 \times \left(\frac{3}{12}\right) + 100.000,00 \times \left(\frac{9}{12}\right) = 125.000,00$$

- 2000 6. iteracija, n = 6 (m = 1. siječnja – 1. travnja = 3 mjeseca):

$$AI_{k6} = 100.000,00 \times \left(\frac{m}{12}\right) = 100.000,00 \times \left(\frac{3}{12}\right) = 25.000,00$$

Primjećujemo da se u modificiranim formulama koriste dvije različite osnovice koje se množe odgovarajućim brojem mjeseci amortizacije (ili s 3 ili s 9 mjeseci jer je stroj stavljen u upotrebu 1. travnja 1995. godine), a predstavljaju poznate amortizacijske iznose dviju uzastopnih godina amortizacije koje smo izračunali i prikazali u tabličnom prikazu pod 1. Zbog toga izračunate korigirane amortizacijske iznose ne možemo nikako povezati samo s jednom amortizacijskom stopom jer su oni dobiveni tako da se u svakoj godini primjenjuju dvije različite (tj., uzastopne) amortizacijske stope (izuzetak su prva i posljednja godina obračuna koje su specifične jer se u njima ne obračunava amortizacija za svih 12 mjeseci). Shodno tome, u tabličnom prikazu pod 2, kolona sa stopama amortizacije nije prikazana (tj., nisu evidentirane odgovarajuće vrijednosti).

Ponovno se uočava da i korigirani amortizacijski iznosi formiraju opadajući aritmetički niz, s istom razlikom između dvaju susjednih članova niza od 100.000,00 kn. Jedina je razlika u tome što se kod parcijalnog obračuna počelo nižim prvim amortizacijskim iznosom (AI_{k1} = 375.000,00 kn), što je posljedica činjenice da se u prvoj godini amortizacija ne obračunava za svih 12 mjeseci nego samo za posljednjih 9 (jer je stroj stavljen u upotrebu 1. travnja 1995. godine).

7.5 Zadaci za vježbu

1. Dana 1. siječnja 1993. godine kupljeno je i stavljeno u upotrebu osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 50.000 kn. Procijenjeni je vijek trajanja toga stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je nuli).

a. Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda linearne (pravocrtne) amortizacije.

b. Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda geometrijske degresivne amortizacije (izračun stope amortizacije prema formuli).

c. Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda geometrijske degresivne amortizacije (korištenje dvostruko veće stope amortizacije u odnosu na linearnu metodu).

d. Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda aritmetičke degresivne amortizacije.

e. Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda aritmetičke progresivne amortizacije.

Rješenje: a) A_1 = 10.000,00 kuna; A_2 = 10.000,00 kuna; A_3 = 10.000,00 kuna; A_4 = 10.000,00 kuna ; A_5 = 10.000,00 kuna; b) A_1 = 44.256,51 kuna; A_2 = 5.083,74 kuna; A_3 = 583,97 kuna; A_4 = 67,08 kuna; A_5 = 8,71 kuna; c) A_1 = 20.000,00 kuna; A_2 = 12.000,00 kuna; A_3 = 7.200,00 kuna; A_4 = 4.320,00 kuna; A_5 = 6.480,00 kuna; d) A_1 = 16.666,67 kuna; A_2 = 13.333,33 kuna; A_3 = 10.000,00 kuna; A_4 = 6.666,67 kuna; A_5 = 3.333,33 kuna; e) A_1 = 3.333,33 kuna; A_2 = 6.666,67 kuna; A_3 = 10.000,00 kuna; A_4 = 13.333,33 kuna; A_5 = 20.000,00 kuna

2. Dana 1. siječnja 1993. godine kupljeno je i stavljeno u upotrebu osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 50.000 kn. Procijenjeni je vijek trajanja toga stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je 4.000 kn).

a. Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda linearne (pravocrtne) amortizacije.

b. Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda geometrijske degresivne amortizacije (izračun stope amortizacije prema formuli).

c. Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda geometrijske degresivne amortizacije (korištenje dvostruko veće stope amortizacije u odnosu na linearnu metodu).

d. Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda aritmetičke degresivne amortizacije.

e. Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda aritmetičke progresivne amortizacije.

Rješenje: a) A_1 = 9.200,00 kuna; A_2 = 9.200,00 kuna; A_3 = 9.200,00 kuna; A_4 = 9.200,00 kuna; A_5 = 9.200,00 kuna; b) A_1 = 19.829,12 kuna; A_2 = 11.965,24 kuna; A_3 = 7.220,04 kuna; A_4 = 4.356,70 kuna; A_5 = 2.628,91 kuna; c) A_1 = 20.000,00 kuna; A_2 = 12.000,00 kuna; A_3 = 7.200,00 kuna; A_4 = 4.320,00 kuna; A_5 = 2.480,00 kuna; d) A_1 = 15.333,33 kuna; A_2 = 12.266,67 kuna; A_3 = 9.200,00 kuna; A_4 = 6.133,33 kuna ;A_5 = 3.066,67 kuna; e) A_1 = 3.066,67 kuna; A_2 = 6.133,33 kuna; A_3 = 9.200,00 kuna; A_4 = 12.266,67 kuna ; A_5 = 15.333,33 kuna

3. Dana 1. siječnja 1993. godine kupljeno je i stavljeno u upotrebu osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 50.000 kn. Procijenjeni je vijek trajanja toga stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je nuli). Predviđa se da će stroj proizvesti 240.000 komada proizvoda X za vrijeme svog vijeka trajanja (za svih 5 godina). Količina godišnje proizvodnje planira se kako je navedeno:

- 1993. godina = 30.000 komada proizvoda X
- 1994. godina = 52.000 komada proizvoda X
- 1995. godina = 75.000 komada proizvoda X
- 1996. godina = 54.000 komada proizvoda X
- 1997. godina = 29.000 komada proizvoda X

Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda funkcionalne amortizacije (prema količini proizvedenih proizvoda).

Rješenje: A_1 = 6.250,00 kuna; A_2 = 10.833,33 kuna; A_3 = 15.625,00 kuna; A_4 = 11.250,00 kuna; A_5 = 6.041,67 kuna

4. Dana 1. siječnja 1993. godine kupljeno je i stavljeno u upotrebu osnovno sredstvo (stroj) po nabavnoj vrijednosti od 50.000 kn. Procijenjeni je vijek trajanja toga stroja 5 godina (ostatak vrijednosti stroja na kraju 5. godine jednak je 4.000 kn). Predviđa se da će stroj proizvesti 240.000 komada proizvoda X za vrijeme svog vijeka trajanja (za svih 5 godina). Količina godišnje proizvodnje planira se kako je navedeno:

- 1993. godina = 30.000 komada proizvoda X
- 1994. godina = 52.000 komada proizvoda X
- 1995. godina = 75.000 komada proizvoda X
- 1996. godina = 54.000 komada proizvoda X
- 1997. godina = 29.000 komada proizvoda X

Izračunajte godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda funkcionalne amortizacije (prema količini proizvedenih proizvoda).

Rješenje: A_1 = 5.750,00 kuna; A_2 = 9.966,67 kuna; A_3 = 14.375,00 kuna; A_4 = 10.350,00 kuna; A_5 = 5.558,33 kuna

Problemski zadatak

Dioničko društvo Octopus kupilo je 17. prosinca 1993. godine novi stroj za vlastiti proizvodni pogon te je za njega plaćena svota od 234.500 kuna. Tri dana poslije stroj je dovezen u tvornicu za što je autoprijevozniku isplaćeno 7.500 kuna za troškove prijevoza stroja. Dan nakon toga angažirani su i posebni stručnjaci koji su obavili montažu stroja u postojeći pogon proizvodnje, za što im je ukupno plaćeno 18.000 kuna. Management dioničkog društva odlučio je da se novi stroj od 1. siječnja 1994. godine stavi u pogon te da se na njega počne obračunavati amortizacija po linearnoj (pravocrtnoj) metodi. Procijenjeni je vijek trajanja stroja 8 godina, što znači da se primjenjuje godišnja stopa amortizacije od 12,5 posto. Po isteku treće godine, od trenutka stavljanja stroja u pogon, obavljena je stručna analiza unutar poduzeća kojom je utvrđeno kako se stroj za prve tri godine rada trošio više nego što je prvotno pretpostavljeno. Zbog te je činjenice management poduzeća donio odluku kojom se odustaje od dotad primjenjivane metode linearne amortizacije te se počinje primjenjivati metoda aritmetičke degresivne amortizacije za preostalih 5 godina vijeka trajanja stroja. Tom operativnom odlukom management poduzeća želio je postići da se veći dio stroja amortizira u prvim godinama njegovog životnog vijeka kako bi u slučaju njegova eventualnog kvara u kasnijim godinama šteta bila što manja (obzirom da je postojala realna opasnost da se to dogodi).

Na temelju navedenih podataka treba izračunati sljedeće:

c) ukupnu knjigovodstvenu vrijednost stroja na koju će se obračunavati amortizacija ako znamo da osim njegove nabavne vrijednosti (cijene koštanja) treba obračunati i sve zavisne troškove prilikom stavljanja stroja u pogon;

d) godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda linearne (pravocrtne) amortizacije (samo za prve tri godine u kojima se primjenjivala ova metoda);

e) godišnje iznose amortizacije stroja ako se primjenjuje metoda aritmetičke degresivne amortizacije (za posljednjih pet godina u kojima se primjenjivala ova metoda).

8 poglavlje

Analiza financijskih izvještaja

dr. sc. Hrvoje Volarević
mr. sc. Ivan Šutalo

8 Analiza financijskih izvještaja

8.1 Uvod

Bilanca (engl. *balance sheet*) i **Račun dobiti i gubitka** (engl. *profit and loss account*) dva su najvažnija financijska (računovodstvena) izvještaja koja se izrađuju i prezentiraju u svim poduzećima za potrebe eksternih korisnika (dioničara, vjerovnika, investitora, analitičara i drugih). Financijski se izvještaji analiziraju s ciljem dobivanja kvalitetne informacije za donošenje odluka, kao i zbog komparabilnosti analiziranog poduzeća s ostalim poduzećima (što je prvenstveno potrebno učiniti kod provođenja javnih natječaja pri čemu se više poduzeća natječe samo za jedan ponuđeni posao). Njihova analiza ukazuje na potencijalne probleme s likvidnošću, solventnošću ili zaduženošću poduzeća.

Osim rezultata financijske analize koji je iskazan matematičkom veličinom ili postotkom, uobičajeno je i njegovo tekstualno pojašnjenje. Valja napomenuti kako nam nije cilj u ovom poglavlju primarno se baviti računovodstvenim pristupom analizi financijskih izvještaja (tj., inzistirati na detaljnom računovodstvenom pojašnjenju rezultata analize), već ćemo se fokusirati na korištenje matematičkih metoda u samom izračunu parametara analize. Prema relevantnim izvorima iz stručne literature, najčešći tipovi analize financijskih izvještaja koji se koriste u praksi jesu: analiza upotrebom financijskih pokazatelja tj., analiza odnosa pozicija bilance i pozicija u Računu dobiti i gubitka (*engl. ratio analysis*), horizontalna analiza, odnosno analiza apsolutnih i relativnih promjena u pozicijama financijskih izvještaja, vertikalna analiza, odnosno analiza strukture, analiza smjerova (trendova) kretanja performanse te analiza novčanih tokova.

U ovom poglavlju posebno ćemo se osvrnuti na **horizontalnu analizu**, **vertikalnu analizu** i **analizu upotrebom osnovnih financijskih pokazatelja**. Svaka će analiza biti predočena jednanim konkretnim primjerom, uz napomenu da ćemo je provoditi isključivo na bilanci i računu dobiti i gubitka zbog čega ćemo ta dva financijska izvještaja i dodatno pojasniti na početku ovog poglavlja.

8.2 Bilanca i Račun dobiti i gubitka

Svaki poduzetnik, mali ili veliki, da bi ušao u poslovni pothvat mora imati dugotrajna sredstva (zemljište, zgrade, strojeve, opremu i drugo). Takva su sredstva stvarna (materijalna) te se stoga u računovodstvenoj terminologiji i nazivaju dugotrajnom materijalnom imovinom tj., osnovnim sredstvima. Nakon što poduzetnik započne s poslovanjem, ulazi u poslovni i pravni promet sa svojim partnerima i tekućim poslovanjem stvara potraživanja i obveze koje, ovisno o roku dospijeća, mogu biti kratkoročne ili dugoročne. Sva su potraživanja poduzetnika (kratkoročna ili dugoročna), jednako tako, njegov imetak (imovina) i stoga se smatraju sredstvima, kao i dugotrajna materijalna imovina.

Međutim, niti u prirodi, a tako niti u društvu, nešto ne može nastati ni iz čega. Tako niti poduzetnička sredstva (dugotrajna imovina i potraživanja) ne mogu nastati ni iz čega, već moraju imati neki izvor. U samom početku, svaki poduzetnik mora imati vlastiti kapital (osnivački kapital) za započinjanje poslovanja. To je početni izvor za sredstva kojima raspolaže (uredima, računalima, telefonima, uredskim materijalom, strojevima, alatima i slično). Tijekom svog daljnjeg poslovanja može unositi novi vlastiti kapital financiran ostvarenom štednjom iz novozapočetog pothvata (tekućeg poslovanja) ili štednjom ostvarenom iz nekog svog dohotka izvan tekućeg poslovanja. Ovisno o organizacijskom obliku poduzeća, može koristiti i kapitale (štednju) svojih poslovnih partnera (ortaka) ili drugih dioničara (ako se radi o ortačkom društvu). Na taj se način vlasnički kapital (glavnica poduzetnika) uvećava, stvarajući širu osnovicu za ekspanziju tekućeg poslovanja i stvaranje veće neto dobiti (profita). Pored vlasničkog kapitala, poduzetnik i kreiranjem kratkoročnih i dugoročnih obveza tekućim poslovanjem stvara novu kratkotrajnu (tekuću) i dugotrajnu (stalnu) imovinu, tako da sve novostvorene obveze služe kao dodatni tj., vanjski izvori (uz vlasnički kapital) za pribavljanje novih sredstava.

Poduzetnik svoja potraživanja iz tekućeg poslovanja namiruje, a obveze podmiruje, novcem. Što je njegova gospodarska aktivnost intenzivnija, to je obrtaj novca na žiro-računu veći. Budući da je novac univerzalna roba, razmjenjiva za svaku drugu robu, on je i najvažnija kategorija sredstava. Zbog toga se imovina, odnosno **aktiva,** u računovodstvu definira kao: stvari (materijalna sredstva), prava (potraživanja) i novac, dok se izvori imovine, odnosno **pasiva,** definira kao: zbroj kratkoročnih i dugoročnih obveza plus vlastiti kapital uvećan za pričuve.

Potpuno je razumljivo, slijedeći zakon očuvanja vrijednosti, da je imovina (aktiva) jednaka izvorima imovine (pasivi). Taj identitet ima i svoj računovodstveni izraz u izravnanju (bilanciranju) dugovne (aktivne) i potražne (pasivne) strane. Shematski se ta bilanca (identitet) može prikazati kao na sljedećoj slici:

AKTIVA: = PASIVA:

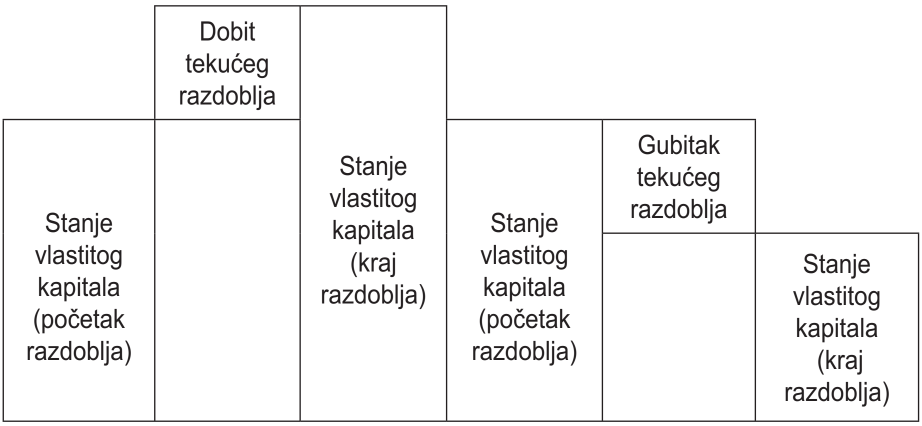
<table>
<tr><td rowspan="2">Imovina (sredstva)</td><td>Vlastiti kapital (+ pričuve)</td></tr>
<tr><td>Obveze (kratkoročne + dugoročne)</td></tr>
</table>

Slika 5.

Vrijednosti i imovine te izvori imovine bilježe se (knjiže) na kraju financijskog razdoblja, obično na kraju fiskalne godine koja se ne mora poklopiti s onom kalendarskom. U slučaju u kojem se financijska i kalendarska godina poklapaju, vrijednosti aktive i pasive evidentiraju se u poslovnim knjigama poduzeća na datum 31.12. tekuće godine. Drugim riječima, u bilanci se knjiže stanja aktive i pasive na određeni datum, stoga varijable aktive i pasive spadaju u grupu varijabli koje se nazivaju varijablama stanja (eng. *stocks*).

Između dva krajnjih datuma koji se koriste za izračunavanje aktive i pasive, odvijaju se poduzetnička aktivnost kojom se stvaraju prihodi, ali da bi se prihodi stvorili, nužno je ostvariti i određene troškove. **Prihodi** i **rashodi** (troškovi) nastaju neprekinuto tijekom cijelog poslovnog razdoblja (obično godine), tj., u svojoj jedinici mjere (dimenziji) moraju imati vrijeme i zbog toga se nazivaju tokovima (engl. *flows*). Razlika između vrijednosti vlastitog kapitala na dva obračunska datuma (obično između 1. siječnja i 31. prosinca tekuće godine), u slučaju da nema unosa kapitala iz trećih dohodaka osim iz tekućeg poslovanja, mora biti jednaka razlici ukupnih prihoda i ukupnih rashoda, tj., **dobiti tekućeg razdoblja** (odnosno dobiti financijske godine). Ta zakonitost može se usporediti s jednom prirodnom analogijom, kao što je primjer vode u akumulacijskom jezeru. Razina vode na kraju razdoblja, u odnosu na početak razdoblja, bit će veća / manja za onoliko koliko je priljev vode tijekom razdoblja bio veći / manji od odljeva vode.

Odnos između stanja kapitala na kraju i početku razdoblja i rezultata poslovanja tijekom razdoblja:



Slika 6.

Ukoliko poduzetnik odluči poslovati početnim zalihama kapitala kojim je i započeo posao, cilj je njegova poslovanja povećanje vrijednosti kapitala reinvestiranjem (ponovnim ulaganjem) dobiti. Ukoliko se tijekom poslovnog razdoblja (odnosno računovodstvene godine) ostvari gubitak, poduzetnik umanjuje vlastiti kapital. Pogledamo li sliku 2, lako uočavamo da je moguće umanjiti cjelokupni vlastiti kapital (tj., svesti ga na nulu), nakon čega bi trebalo uslijediti smanjivanje obveza prema vjerovnicima. Međutim, u regularnoj tržišnoj privredi u kojoj se zakonski štiti imovina svakog tržišnog sudionika, takva praksa nije dozvoljena, tako da ukoliko netko potroši vlastiti kapital i nađe se u zoni obveza prema vjerovnicima, po sili zakona mora ići u stečaj (bankrot).

Tekuće poslovanje mjereno prihodima i rashodima (troškovima) prikazuje se u zasebnom financijskom izvještaju koji se naziva Računom dobiti i gubitka. Račun dobiti i gubitka može imati mnogo prihodovnih i rashodovnih stavki, međutim, njegova osnovna (pojednostavljena) struktura izgleda ovako:

1. Poslovni prihodi (od prodaje roba i usluga)
2. Poslovni rashodi (za materijal u proizvodnji, plaće i ostale troškove poslovanja)
3. Financijski prihodi
4. Financijski rashodi
5. Izvanredni prihodi
6. Izvanredni rashodi
7. Dobit (ili gubitak) prije oporezivanja (1. + 3. + 5.) – (2. + 4. + 6.)
8. Porez na dobit (20%)
9. Dobit (ili gubitak) financijske godine (7. — 8.)

Slika 7.

Pogledamo li prethodnu sliku, u Računu dobiti i gubitka svi prihodi i rashodi raspoređeni su u tri osnovne kategorije (poslovni, financijski i izvanredni prihodi / rashodi). Takav način sastavljanja Računa dobiti i gubitka uobičajen je za prezentiranje eksternim korisnicima, dok se za interne potrebe poduzeća pozicije u ovom izvještaju mogu i drugačije rasporediti.

Pod prihodima koje iskazujemo u računu dobiti i gubitka podrazumijevamo povećanje dobara u poduzeću. Oni predstavljaju pozitivnu komponentu poslovnog uspjeha poduzeća budući da dovode do povećanja imovine i kapitala. S druge strane, rashodi podrazumijevaju ulaganja u poslovni proces koja predstavljaju potrošnju dobara u stvaranju učinaka, ali i neutralnu potrošnju dobara u poduzeću povezanu s nastankom izdatka. Rashodi predstavljaju smanjenje imovine i vlasničkog kapitala ili povećanje obveze i smanjenje vlasničkog kapitala. Rashodi mogu, ali i ne moraju, nastati sa svrhom i ciljem poslovanja, odnosno stvaranja učinaka, budući da rashodi uključuju i razne neposlovne učinke i gubitke. Najveći dio rashoda ipak nastaje u osnovnom poslovnom procesu prilikom stvaranja učinaka, a taj se dio rashoda naziva troškovima.

Nakon što smo ukratko objasnili temeljne financijske izvještaje (bilancu i Račun dobiti i gubitka), prelazimo na njihovu konkretnu analizu.

8.3 Horizontalna analiza financijskih izvještaja

Riječ je o analizi apsolutnih i relativnih promjena u svim pozicijama promatranih financijskih izvještaja (bilance i Računa dobiti i gubitka). Horizontalna analiza predstavlja izračunavanje postotnih promjena svih pozicija u sklopu računovodstvenih izvještaja tekućeg razdoblja u odnosu na prethodno razdoblje. Postotne promjene u takvoj vrsti analize nisu zbrojive jer ne postoji zajednička veličina s kojom bi se uspoređivale. Naime, nazivnik razlomka kojim se izračunava postotna promjena svake pozicije u izvještaju promjenjiv je s obzirom da se svaka pozicija iz izvještaja tekuće godine uspoređuje s istom tom pozicijom iz izvještaja prethodne godine. Prema tome, koliko ima pozicija za koje treba računati postotne promjene u izvještaju, toliko ima i različitih nazivnika koji se koriste za izračun. Formula koja se primjenjuje za izračunavanje postotne (relativne) promjene u horizontalnoj analizi u stvari je formula koja se primjenjuje kod primjene postotnog računa više / niže sto:

$$PP(\%) = \left[\frac{(TG - PG)}{PG}\right] \times 100\%$$

pri čemu je postotak promjene PP, pozicija u tekućoj godini TG i pozicija u prethodnoj godini PG.

Horizontalna analiza može se provoditi i za duže vremensko razdoblje nego što su dvije godine, tako da zapravo možemo govoriti o **trend** ili **dinamičkoj analizi** koja podrazumijeva postojanje vremenske serije od nekoliko uzastopnih godina (sve ovisi o dužini poslovanja poduzeća).

Sada ćemo pokazati primjer zadatka u kojem ćemo matematičkim postupkom doći do rješenja horizontalne analize dvaju temeljnih računovodstvenih izvještaja – bilance i Računa dobiti gubitka.

Primjer 8.1 Dan je paralelalni prikaz računovodstvenih izvještaja poduzeća XYZ (bilance i Računa dobiti i gubitka) na dan 31. prosinca 2004. i 31. prosinca 2005. godine. Treba izvršiti horizontalnu analizu financijskih izvještaja u 2005. godini u odnosu na 2004. godinu.

A) Bilanca na dan 31. prosinca 2004.g. i 31. prosinca 2005. godine:

u kunama

AKTIVA			PASIVA		
OPIS	2004	2005	OPIS	2004	2005
A. STALNA IMOVINA	3.050.000	3.205.000	A. KAPITAL I PRIČUVE	3.040.000	3.220.000
1. Nematerijalna imovina	320.000	350.000	1. Emitirane dionice	2.200.000	2.300.000
2. Materijalna imovina	2.500.000	2.510.000	2. Premije na emitirane dionice	440.000	480.000
3. Dugoročna financijska imovina	175.000	250.000	3. Zakonske pričuve	220.000	230.000
4. Dugoročna potraživanja	55.000	95.000	4. Dobit tekućeg razdoblja	180.000	210.000
B. TEKUĆA IMOVINA	828.000	910.000	B. DUGOROČNE OBVEZE	280.000	295.000
1. Zalihe	245.000	185.000	1. Dugoročni krediti	280.000	295.000
2. Kratkoročna potraživanja	185.000	125.000			
3. Kratkoročna financijska imovina	98.000	175.000	C. KRATKOROČNE OBVEZE	555.000	595.000
4. Novčana sredstva	300.000	425.000			
			1. Kratkoročni krediti	245.000	285.000
C. AKTIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	22.000	25.000	2. Obveze prema dobavljačima	225.000	275.000
			3. Obveze za porez na dobit	85.000	35.000
			D. PASIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	25.000	30.000
∑ AKTIVA	3.900.000	4.140.000	**∑ PASIVA**	3.900.000	4.140.000

B) Račun dobiti i gubitka za razdoblje od 1. siječnja do 31. prosinca 2004. i 2005. godine:

u kunama

OPIS	2004	2005
1. Poslovni prihodi	560.000	610.000
2. Poslovni rashodi	475.000	460.000
3. Financijski prihodi	65.000	75.000
4. Financijski rashodi	38.000	68.000
5. Izvanredni prihodi	27.000	25.000
6. Izvanredni rashodi	29.000	32.000
7. Ukupni prihodi **(1. + 3. + 5.)**	652.000	710.000
8. Ukupni rashodi **(2. + 4. + 6.)**	542.000	560.000
9. Dobit/gubitak prije oporezivanja (Bruto dobit) **(7. - 8.)**	110.000	150.000
10. Porez na dobit/gubitak (20%)	22.000	30.000
11. Dobit/gubitak financijske godine (Neto dobit) **(9. - 10.)**	88.000	120.000

Rješenje primjera prezentiramo tako da najprije u tabličnom prikazu iskazujemo rezultate horizontalne analize za bilancu, a zatim i za Račun dobiti i gubitka:

A) Bilanca – horizontalna analiza:

u kunama

AKTIVA		**PASIVA**	
OPIS	**% promjene** u 2005. u odnosu na 2004.	**OPIS**	**% promjene** u 2005. u odnosu na 2004.
A. STALNA IMOVINA	5,08%	A. KAPITAL I PRIČUVE	5,92%
1. Nematerijalna imovina	9,38%	1. Emitirane dionice	4,55%
2. Materijalna imovina	0,40%	2. Premije na emitirane dionice	9,09%
3. Dugoročna financijska imovina	42,86%	3. Zakonske pričuve	4,55%
4. Dugoročna potraživanja	72,73%	4. Dobit tekućeg razdoblja	16,67%
B. TEKUĆA IMOVINA	9,90%	B. DUGOROČNE OBVEZE	5,36%
1. Zalihe	-24,49%	1. Dugoročni krediti	5,36%
2. Kratkoročna potraživanja	-32,43%		
3. Kratkoročna financijska imovina	78,57%	C. KRATKOROČNE OBVEZE	7,21%
4. Novčana sredstva	41,67%		
		1. Kratkoročni krediti	16,33%
C. AKTIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	13,64%	2. Obveze prema dobavljačima	22,22%
		3. Obveze za porez na dobit	-58,82%
		D. PASIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	20,00%
∑ **AKTIVA**	6,15%	∑ **PASIVA**	6,15%

Postupak horizontalne analize za sve pozicije u bilanci iz *primjera 1* provodi se korištenjem prethodno navedene formule (primjena postotnog računa više / niže sto), a primjeri izračuna postotne promjene za jednu poziciju u aktivi (zalihe) i jednu poziciju u pasivi bilance poduzeća (emitirane dionice) su sljedeći:

I) AKTIVA:

A) TEKUĆA IMOVINA:

1. Zalihe:

$$PP(\%) = \left[\frac{(185.000,00 - 245.000,00)}{245.000,00}\right] \times 100\% = \left[\frac{-60.000,00}{245.000,00}\right] \times 100\% = -24,49\%$$

II) PASIVA:

A) KAPITAL I PRIČUVE:

1. Emitirane dionice:

$$PP(\%) = \left[\frac{(2.300.000{,}00 - 2.200.000{,}00)}{2.200.000{,}00}\right] \times 100\% = \left[\frac{100.000{,}00}{2.200.000{,}00}\right] \times 100\% = 4{,}55\%$$

Dobiveni rezultati horizontalne analize pokazuju u kojoj je mjeri (tj., u kojem postotku) došlo do promjene vrijednosti svake pojedine pozicije u bilanci s kraja 2005. godine u odnosu na bilancu s kraja 2004. godine. Na primjeru pozicije zaliha i promjena koje su se dogodile u 2005. godini u odnosu na 2004. godinu, možemo zaključiti kako je došlo do relativnog smanjenja zaliha od 24,49 posto što može biti posljedica specifičnih poslovnih aktivnosti poduzeća (npr., poduzeće je moglo povećati opseg prodaje svojih zaliha te je sukladno tome došlo do smanjenja njihove vrijednosti na skladištu, ili je poduzeće smanjilo razinu proizvodnje, što je uz pretpostavku istog opsega prodaje također prouzročilo pad vrijednosti zaliha na skladištu). S druge strane, relativno povećanje vrijednosti emitiranih dionica od 4,55 posto moglo je nastati kao kombinacija sljedećih dviju aktivnosti - dodatne emisije (povećanje) dionica te povlačenja (smanjenja) istih dionica iz opticaja u toku 2005. godine. Na identičan se način mogu komentirati i sve ostale postotne promjene zadanih pozicija u bilanci. Krajnji rezultati horizontalne analize u bilanci poduzeća ne mogu se međusobno analitički, odnosno matematički uspoređivati. Jedina matematička logičnost koja se javlja kod rezultata ukazuje na činjenicu da je dobivena vrijednost promjene za ukupnu poziciju aktive jednaka dobivenoj vrijednosti promjene za ukupnu poziciju pasive. To proizlazi iz zakonitosti temeljne računovodstvene jednadžbe koja kazuje kako je aktiva jednaka pasivi bilance poduzeća.

Ono što možemo analizirati svakako je trend promjene određene pozicije kroz duži niz godina te se tada takva promjena promatra isključivo s računovodstvenog, odnosno poslovnog gledišta (analiziraju se uzroci, odnosno posljedice koje su dovele do određenih promjena u toj poziciji bilance kroz određeni broj godina poslovanja poduzeća). Ukoliko pak zbog analitičkih potreba želimo postići matematičku relaciju uspoređujući postotne promjene u zadnjih nekoliko godina, poželjna je izravna usporedba postotnih promjena onih dviju godina koje kronološki ne slijede jedna iza druge (recimo, usporedba 2003. i 2005. godine). U tom slučaju, rezultat takve postotne promjene razlikuje se od rezultata postotnih promjena u 2004. godini u odnosu na 2003. godinu, kalkuliranog s rezultatom postotne promjene u 2005. godini u odnosu na 2004. godinu. Dakle, za razliku od zadanog primjera, raspon godina za horizontalnu analizu računovodstvenih izvještaja u tom bi slučaju umjesto jedne iznosio dvije godine (2003. – 2005.).

B) Račun dobiti i gubitka – horizontalna analiza:

u kunama

OPIS	**% promjene** u 2005. u odnosu na 2004.
1. Poslovni prihodi	8,93%
2. Poslovni rashodi	-3,16%
3. Financijski prihodi	15,38%
4. Financijski rashodi	78,95%
5. Izvanredni prihodi	-7,41%
6. Izvanredni rashodi	10,34%
7. Ukupni prihodi **(1. + 3. + 5.)**	8,90%
8. Ukupni rashodi **(2. + 4. + 6.)**	3,32%
9. Dobit/gubitak prije oporezivanja (Bruto dobit) **(7. - 8.)**	36,36%
10. Porez na dobit/gubitak (20%)	36,36%
11. Dobit/gubitak financijske godine (Neto dobit) **(9. - 10.)**	36,36%

Obzirom da su formule i postupak izračunavanja kod horizontalne analize Računa dobiti i gubitka jednaka onima kod horizontalne analize bilance, taj postupak nećemo ovdje ponovno izvoditi, već je dovoljno pogledati rezultate u tablici koji pokazuju postotak promjene u 2005. godini u odnosu na 2004. godinu. Ono što mora biti jednako u rezultatima kod Računa dobiti i gubitka jesu evidentirane promjene dobiti prije oporezivanja i dobiti financijske godine, a sve zbog činjenice da se u ovom primjeru u svakoj godini horizontalne analize obračunava ista stopa poreza na dobit od 20 posto. Rezultati ostalih pozicija u Računu dobiti i gubitka međusobno su i kronološki neusporedivi prema istom principu kao i kod bilance.

8.4 Vertikalna analiza financijskih izvještaja

Vertikalna analiza jest izračunavanje postotnih udjela svih pozicija u sklopu računovodstvenog izvještaja u odnosu na samo jednu određenu tj., unaprijed definiranu poziciju iz tog istog izvještaja. Radi se o analizi strukture budući da se vertikalna analiza bavi izračunavanjem postotnih vrijednosti u okviru računovodstvenog izvještaja određene godine bez komparacije s prethodnim godinama. U odnosu na izvještaj koji se analizira, fiksna (stalna) pozicija definirana je na sljedeći način:

a) Bilanca – vertikalna analiza izračunava se u odnosu na **ukupnu neto imovinu** koja predstavlja razliku između **ukupne imovine** (stalne i tekuće imovine uvećane za aktivna vremenska razgraničenja, što u konačnici predstavlja ukupnu aktivu bilance poduzeća) i njegovih **ukupnih obveza** (kratkoročnih i dugoročnih obveza, uključujući i pasivna vremenska razgraničenja).

b) Račun dobiti i gubitka – vertikalna analiza računa se u odnosu na **ukupne prihode od prodaje roba i usluga** koji u pravilu predstavljaju **ukupne poslovne prihode** poduzeća.

Na temelju unaprijed definiranih računovodstvenih veličina s kojima uspoređujemo sve preostale pozicije u računovodstvenim izvještajima, definiramo i formulu za izračun. Formula koja se primjenjuje u vertikalnoj analizi za izračunavanje postotnog (relativnog) udjela u stvari je formula koja se primjenjuje kod postotnog računa od sto, samo što je kod svakog računovodstvenog izvještaja drugačija baza, odnosno nazivnik u formuli (koji predstavlja fiksnu poziciju iz bilance te Računa dobiti i gubitka):

a) Bilanca: $$PU(\%) = \left[\frac{PI}{UNI}\right] \times 100\%$$

b) Račun dobiti i gubitka: $$PU(\%) = \left[\frac{PI}{UPP}\right] \times 100\%$$

pri čemu je postotni udio PU, pozicija u izvještaju PI, ukupna neto imovina UNI i ukupni prihodi od prodaje UPP.

Vertikalna analiza provodi se isključivo u okviru računovodstvenih izvještaja samo jednog razdoblja, odnosno određene računovodstvene godine, tako da, za razliku od horizontalne analize, ona predstavlja **statičku analizu**.

Slijedi primjer zadatka u kojem ćemo matematičkim postupkom doći do rješenja vertikalne analize dvaju temeljnih računovodstvenih izvještaja – bilance i Računa dobiti gubitka. Kao i u prethodnom primjeru, primarni cilj naše analize neće biti detaljno pojašnjenje svake pozicije iz izvještaja s računovodstvenog aspekta promatranja, već ćemo se uglavnom fokusirati na matematički izračun.

Primjer 8.2 Na temelju istih podataka iz financijskih izvještaja prikazanih u prethodnom primjeru treba izvršiti vertikalnu analizu financijskih izvještaja u tekućoj 2005. godini.

Rješenje primjera prezentiramo tako da najprije u tabličnom prikazu iskazujemo rezultate vertikalne analize za Račun dobiti i gubitka, a zatim i za bilancu:

A) Račun dobiti i gubitka – vertikalna analiza:

u kunama

OPIS	**% udio** u ukupnom prihodu od prodaje
1. Poslovni prihodi	100,00%
2. Poslovni rashodi	75,41%
3. Financijski prihodi	12,30%
4. Financijski rashodi	11,15%
5. Izvanredni prihodi	4,10%
6. Izvanredni rashodi	5,25%
7. Ukupni prihodi **(1. + 3. + 5.)**	116,39%
8. Ukupni rashodi **(2. + 4. + 6.)**	91,80%
9. Dobit/gubitak prije oporezivanja (Bruto dobit) **(7. - 8.)**	24,59%
10. Porez na dobit/gubitak (20%)	4,92%
11. Dobit/gubitak financijske godine (Neto dobit) **(9. - 10.)**	19,67%

Prihodi od prodaje = Poslovni prihodi = 610.000 kn

Postupak vertikalne analize za sve pozicije provodi se korištenjem prethodno navedene formule za Račun dobiti i gubitka (primjena postotnog računa od sto), pri čemu nazivnik definiraju ukupni prihodi od prodaje koji su u ovom primjeru jednaki ukupnim poslovnim prihodima poduzeća (610.000,00 kn), a rezultati posebno izdvojenih pozicija su sljedeći (analiza se provodi za 2005. godinu):

1. Poslovni prihodi:

$$PP(\%) = \left[\frac{610.000,00}{610.000,00}\right] \times 100\% = 100,00\%$$

2. Poslovni rashodi:

$$PP(\%) = \left[\frac{460.000,00}{610.000,00}\right] \times 100\% = 75,41\%$$

7. Ukupni prihodi:

$$PP(\%) = \left[\frac{710.000,00}{610.000,00}\right] \times 100\% = 116,39\%$$

8. Ukupni rashodi:

$$PP(\%) = \left[\frac{560.000,00}{610.000,00}\right] \times 100\% = 91,80\%$$

9. Dobit prije oporezivanja (Bruto dobit):

$$PP(\%) = \left[\frac{150.000,00}{610.000,00}\right] \times 100\% = 24,59\%$$

10. Porez na dobit (20%):

$$PP(\%) = \left[\frac{30.000,00}{610.000,00}\right] \times 100\% = 4,92\%$$

11. Dobit financijske godine (Neto dobit):

$$PP(\%) = \left[\frac{120.000,00}{610.000,00}\right] \times 100\% = 19,67\%$$

Za razliku od horizontalne analize, matematička je provjera rezultata kod vertikalne analize izvediva pa se stoga sve izračunate pozicije u takvoj vrsti analize mogu prekontrolirati u okviru izvještaja. Naime, na primjeru Računa dobiti i gubitka iz samog izvještaja vidimo kako je zbroj svih pojedinačnih vrsta prihoda (pozicije 1, 3, i 5) jednak ukupnim prihodima (poziciji 7), što se u konačnici reflektira i na rezultate vertikalne analize, pri čemu su postotni udjeli u ukupnom prihodu od prodaje za sve tri pojedinačne vrste prihoda (100,00% + 12,30% + 4,09 posto) jednaki postotnom udjelu u ukupnom prihodu od prodaje za ukupne prihode (116,39 posto). Jednaka vrsta kontrole može se obaviti i za sve rezultate na pozicijama rashoda te bruto i neto dobiti kao konačnog rezultata poslovanja poduzeća. Neto dobit poduzeća u ovom primjeru iznosi 19,67 posto od ukupnih prihoda od prodaje, što je dobar pokazatelj (ne) uspješnosti poslovanja poduzeća. Možemo zaključiti, što je veći postotak neto dobiti u ukupnim prihodima od prodaje, to je poduzeće uspješnije u svom poslovanju. Isto tako, iz primjera je vidljivo kako su financijski i izvanredni prihodi zanemarivi u ukupnoj strukturi prihoda poduzeća u kojima u velikoj mjeri prevladavaju poslovni prihodi (od prodaje proizvoda, roba i/ili usluga). S obzirom na vrstu poduzeća (koje prema iskazanim vrijednostima u Računu dobiti i gubitka može biti proizvođačko, trgovačko ili uslužno), dobiveni rezultati sasvim su logični.

B) Bilanca – vertikalna analiza:

u kunama

AKTIVA		PASIVA	
OPIS	**% udio** u ukupnoj neto imovini	OPIS	**% udio** u ukupnoj neto imovini
A. STALNA IMOVINA	99,53%	A. KAPITAL I PRIČUVE	100,00%
1. Nematerijalna imovina	10,87%	1. Emitirane dionice	71,43%
2. Materijalna imovina	77,95%	2. Premije na emitirane dionice	14,91%
3. Dugoročna financijska imovina	7,76%	3. Zakonske pričuve	7,14%
4. Dugoročna potraživanja	2,95%	4. Dobit tekućeg razdoblja	6,52%
B. TEKUĆA IMOVINA	28,26%	B. DUGOROČNE OBVEZE	9,16%
1. Zalihe	5,75%	1. Dugoročni krediti	9,16%
2. Kratkoročna potraživanja	3,88%		
3. Kratkoročna financijska imovina	5,43%	C. KRATKOROČNE OBVEZE	18,48%
4. Novčana sredstva	13,20%		
		1. Kratkoročni krediti	8,85%
C. AKTIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	0,78%	2. Obveze prema dobavljačima	8,54%
		3. Obveze za porez na dobit	1,09%
		D. PASIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	0,93%
∑ AKTIVA	128,57%	**∑ PASIVA**	128,57%

Neto imovina = Ukupna imovina-Ukupne obveze = 3.220.000 kn

Na primjeru vertikalne analize bilance vidljivo je da stalnu bazu, odnosno nazivnik kojim se dijele sve pozicije u izvještaju, predstavlja vrijednost neto imovine koja je jednaka razlici između ukupne imovine i ukupnih obveza poduzeća, odnosno vrijednosti **vlasničke glavnice poduzeća** (tj., kapitala i pričuva). U ovom primjeru ta vrijednost iznosi 3.220.000,00 kn [(3.205.000,00 kn + 910.000,00 kn + 25.000,00 kn) – (295.000,00 kn + 595.000,00 kn + 30.000,00 kn)]. Ono što je vidljivo iz strukture rezultata vertikalne analize bilance poduzeća jest činjenica da u pasivi poduzeća prevladava vlastiti kapital (tj., kapital dioničara poduzeća) u odnosu na tuđi kapital (tj., dugoročne i kratkoročne obveze). Ta činjenica potvrđuje tezu kako je management poduzeća na temelju analize financijskog tržišta zaključio da mu je jeftinije financiranje vlastitog poslovanja cijenom vlastitog kapitala nego što bi to bilo eventualnim zaduživanjem kod potencijalnih kreditora (najčešće se radi o zajmovima kod poslovnih banaka). Naime, cijena vlastitog kapitala izračunava se eventualnom godišnjom isplatom dividendi dioničarima poduzeća, dok se cijena tuđeg kapitala izračunava evidentiranim godišnjim kamatnim stopama kreditora (koje su u ovom slučaju veće od isplaćenih dividendi).

8.1 Analiza upotrebom osnovnih financijskih pokazatelja

Uz horizontalnu i vertikalnu analizu financijskih izvještaja koje su objašnjene u prethodnom dijelu poglavlja, koristi se i analiza upotrebom osnovnih financijskih pokazatelja. Taj je oblik analize najvažniji za pravovremeno uočavanje različitih rizika koji se javljaju u poslovanju poduzeća budući da se kod tog tipa analize u odnos stavljaju pojedine pozicije bilance i/ili pozicije Računa dobiti i gubitka (stvara se omjer između dvije veličine koje mogu biti iz istih, ali i iz dvaju različitih financijska izvještaja). Kao prvo i osnovno treba klasificirati financijske pokazatelje koji se dijele na četiri osnovne kategorije - pojedinačne pokazatelje, skupine pokazatelja, sustave pokazatelja i sintetičke (zbrojne) pokazatelje. Kod mnogih autora iz područja računovodstvene literature koji obrađuju pojedinačne financijske pokazatelje postoje različiti koncepti prikaza i definiranja njihove važnosti. Dok manji dio autora u svjetskoj literaturi analizira i razvrstava pojedinačne financijske pokazatelje prema kriteriju korisnika za koje se izračunavaju, veći dio svjetskih, uključujući i domaće autore, provodi analizu upotrebom financijskih pokazatelja prema kriteriju razvrstavanja pojedinačnih pokazatelja u osnovne skupine. Važno je spomenuti kako kod analize upotrebom financijskih pokazatelja u Republici Hrvatskoj još uvijek nisu usvojeni jedinstveni termini za pojedine pojmove ili pokazatelje (budući da se ravnopravno koristi i američka i britanska literatura), tako da postoje određene razlike. Iz tog razloga u daljnjem tekstu uz određene pokazatelje navodimo i njihove originalne engleske nazive (osim za pokazatelj ekonomičnosti ukupnog poslovanja koji nema engleski prijevod).

U ovom poglavlju spomenut ćemo 6 osnovnih kategorija pokazatelja i u okviru svake kategorije po jedan pokazatelj kao reprezentativni primjer te kategorije (u praksi se koristi i više od 20 različitih financijskih pokazatelja o kojima se detaljnije govori u okviru računovodstvenih predmeta). Ono što valja spomenuti činjenica je da se svi pokazatelji izračunavaju stavljanjem u odnos (brojnik / nazivnik) pozicija iz bilance, Računa dobiti i gubitka ili kombinirano (istovremeno) pozicija iz obaju računovodstvenih izvještaja. Šest osnovnih kategorija pokazatelja su:

a) **Pokazatelji likvidnosti** – mjere sposobnost poduzeća da podmiri svoje dospjele kratkoročne obveze. Primjer pokazatelja likvidnosti je:

   Tekuća likvidnost (engl. *current ratio*) = tekuća imovina / kratkoročne obveze

   Pokazatelj tekuće likvidnosti iskazuje se kao brojčana vrijednost, a što je veća njegova vrijednost (poželjno je da bude veća od 2), to poduzeće posluje likvidnije, odnosno u stanju je na vrijeme vjerovnicima vraćati svoje kratkoročne obveze (što je osnovni preduvjet za nesmetano poslovanje).

b) **Pokazatelji zaduženosti** – mjere koliko se poduzeće financira iz vlastitih izvora. Primjer pokazatelja zaduženosti je:

   Stupanj zaduženosti (engl. *debt ratio*) = ukupne obveze / ukupna imovina (aktiva)

   Pokazatelj stupnja zaduženosti iskazuje se u postocima, a poželjno je da je zaduženost poduzeća manja od 50 posto, tj., da je udio tuđeg kapitala (kratkoročnih i dugoročnih obveza) u strukturi pasive bilance manji od 50 posto.

c) **Pokazatelji aktivnosti** – mjere kako efikasno poduzeće upotrebljava svoje resurse. Primjer pokazatelja aktivnosti je:

   Koeficijent obrtaja ukupne imovine (engl. *total asset turnover*) = ukupan prihod /ukupna imovina (aktiva)

   Koeficijent obrtaja ukupne imovine iskazuje se kao brojčana vrijednost, a što je veći broj koeficijenta obrtaja, to znači da poduzeće svojom ukupnom imovinom stvara više novčanih jedinica prihoda, što predstavlja jedan od osnovnih ciljeva njegova poslovanja.

d) **Pokazatelji ekonomičnosti** – mjere odnos prihoda i rashoda tj., koliko se prihoda ostvari po jedinici rashoda. Primjer pokazatelja ekonomičnosti je:

   Ekonomičnost ukupnog poslovanja = ukupan prihod / ukupan rashod

   Ukoliko je rezultat pokazatelja ekonomičnosti ukupnog poslovanja već od jedan (iskazuje se brojčano), tada poduzeće posluje s dobiti, ukoliko je pak rezultat manji od jedan, tada poduzeće posluje s gubitkom. Dakle, svaki rezultat ekonomičnosti ukupnog poslovanja koji je veći od jedan prihvatljiv je za management poduzeća.

e) **Pokazatelji profitabilnosti** – mjere povrat uloženog kapitala u poslovni proces. Primjer pokazatelja profitabilnosti je:

   Bruto profitna marža (engl. *gross profit margin*) = dobit prije oporezivanja / ukupan prihod

   Pokazatelj bruto profitne marže iskazuje se u postocima i možemo kazati kako se radi o najviše korištenoj mjeri profitabilnosti koja pokazuje odnos ostvarene dobiti prema ukupnim prihodima poduzeća. Zbog te bi činjenice bilo dobro da taj pokazatelj ima što veću vrijednost jer su u tom slučaju i ukupni rashodi poduzeća manji (s obzirom da vrijedi: prihodi – rashodi = dobit prije oporezivanja).

f) **Pokazatelji investiranja** – mjere uspješnost ulaganja investitora u dionice poduzeća. Primjer pokazatelja investiranja je:

   Dobit po dionici (engl. *EPS – earnings per share*) = dobit financijske godine / broj običnih dionica

   Pokazatelj dobiti po dionici jedini je od svih dosad navedenih pokazatelja koji osim podataka iz bilance (i/ili Računa dobiti i gubitka) koristi u svom izračunu i dopunski podatak – broj običnih dionica koje je poduzeće izdalo. Taj podatak ne može se pročitati iz temeljnih računovodstvenih izvještaja već iz dopunskih bilješki koje se prezentiraju uz same izvještaje. Iskazuje se u novčanim iznosima po dionici (npr., HRK po dionici), a pruža dioničarima poduzeća i potencijalnim dioničarima (investitorima) informacije o efektima ulaganja u redovne dionice dioničkog društva. Sukladno tome, ako je vrijednost dobiti po dionici veća, tada će i potražnja za tim dionicama na tržištu biti veća te će i njihova tržišna vrijednost narasti.

Analiza upotrebom osnovnih financijskih pokazatelja najčešće se provodi u situaciji u kojoj uspoređujemo temeljne računovodstvene izvještaje određenog broja poduzeća iz iste industrijske grane, kao kada se ta poduzeća natječu za ponuđeni posao (prema Zakonu o javnoj nabavi). Financijske pokazatelje treba usporediti s povijesnim pokazateljima vlastitog poduzeća, zatim s planiranim vrijednostima i s financijskim pokazateljima drugih sličnih poduzeća. Treba ih promatrati zajedno, a ne odvojeno. Financijski pokazatelji pod velikim su utjecajem upotreba različitih računovodstvenih metoda. Također ne uzimaju u obzir sezonske fluktuacije jer se obično koriste podaci s kraja računovodstvenog razdoblja tj., podaci od 31. prosinca. Dobiveni financijski pokazatelji isključivo se odnose na povijesne podatke zbog čega se često nazivaju i **statičkim pokazateljima** (jer interpretiraju samo ono što se već dogodilo, a ne što će se tek dogoditi u poslovanju poduzeća). Osim vrijednosti pozicija iz financijskih izvještaja, za izračun određenih financijskih pokazatelja potrebno je raspolagati i nekim drugim podacima koji bi u pravilu trebali biti sastavni dio bilješki uz financijske izvještaje (kao što je, npr., broj običnih dionica) ili se pak radi o dostupnim informacijama s financijskih tržišta (npr., tržišna cijena po dionici).

Činjenica je da postoji objektivni problem prilikom provođenja analize financijskih izvještaja upotrebom financijskih pokazatelja. Naime, u financijskoj teoriji i praksi još uvijek ne postoji jedan univerzalni sintetički pokazatelj koji bi definirao precizni financijski položaj poduzeća (tj., njegovu uspješnost poslovanja) te su stoga financijski analitičari primorani koristiti više različitih skupina pokazatelja kojima se to može obaviti samo u okviru pojedinih područja. Tada, prilikom selektiranja pojedinih financijskih pokazatelja za analizu, dolazi do razmimoilaženja kod znatnog broja autora oko preferiranja pojedinačnih pokazatelja u odnosu na neke druge. Ne postoje u financijskoj literaturi dva ista izvora (osim ako jedan nije nastao na temelju drugog) koja će davati jednak pregled pojedinačnih financijskih pokazatelja i osnovnih skupina prema njihovoj važnosti (iako se može kazati kako se određeni financijski pokazatelji mogu smatrati važnijima od nekih drugih, nigdje u literaturi ne postoji univerzalna rang-lista koja bi tako nešto i potvrdila). Do danas, nitko od domaćih i svjetskih autora iz tog područja nije ni pokušao definirati takve kriterije jer bi, sasvim logično, takav pokušaj bio unaprijed osuđen na kritiku i preispitivanje. Slijedi primjer u kojem ćemo matematičkim postupkom doći do rješenja šest osnovnih financijskih pokazatelja, što će nam pomoći u interpretaciji financijskog položaja analiziranog poduzeća.

Primjer 8.3 Na temelju istih podataka iz financijskih izvještaja prikazanih u primjeru 1 treba izvršiti analizu financijskih izvještaja u tekućoj 2005. godini upotrebom svih navedenih financijskih pokazatelja. Ukupni broj emitiranih običnih dionica poduzeća iznosi 2.000.

Rješenje zadatka iskazujemo tako da najprije u tabličnom prikazu iskazujemo rezultate analize osnovnih financijskih pokazatelja na temelju zadanih računovodstvenih izvještaja:

RB	Vrsta pokazatelja:	Ime pokazatelja:	Rezultati:	Poželjni rezultati:
1	LIKVIDNOSTI	Tekuća likvidnost	1,53	> 2
2	ZADUŽENOSTI	Stupanj zaduženosti	21,50%	< 50%
3	AKTIVNOSTI	Koeficijent obrtaja ukupne imovine	0,17	što veći broj !
4	EKONOMIČNOSTI	Ekonomičnost ukupnog poslovanja	1,27	> 1
5	PROFITABILNOSTI	Bruto profitna marža	21,13%	što veći postotak !
6	INVESTIRANJA	EPS (dobit po dionici)	60,00	što veći iznos HRK po dionici !

Ukupan broj običnih dionica = **2.000**

Rezultati u tablici dobiveni su na temelju navedenih formula za financijske pokazatelje (za 2005. godinu), a postupak matematičkog rješavanja je sljedeći (radi se o upotrebi postotnog računa):

1) Pokazatelj likvidnosti:

   Tekuća likvidnost = tekuća imovina / kratkoročne obveze = 910.000 / 595.000 = 1,53

2) Pokazatelj zaduženosti:

   Stupanj zaduženosti = ukupne obveze / ukupna imovina (aktiva) = (295.000 + 595.000) / (3.205.000 + 910.000 + 25.000) = 890.000 / 4.140.000 = 21,50 %

3) Pokazatelj aktivnosti:

   Koeficijent obrtaja ukupne imovine = ukupni prihodi / ukupna imovina (aktiva) = 710.000 / (3.205.000 + 910.000 + 25.000) = 710.000 / 4.140.000 = 0,17

4) Pokazatelj ekonomičnosti:

   Ekonomičnost ukupnog poslovanja = ukupni prihodi / ukupni rashodi = 710.000 / 560.000 = 1,27

5) Pokazatelj profitabilnosti:

   Bruto profitna marža = dobit prije oporezivanja / ukupni prihodi = 150.000 / 710.000 = 21,13 %

6) Pokazatelj investiranja:

   EPS (dobit po dionici) = dobit financijske godine / ukupan broj običnih dionica = 120.000 / 2.000 = 60,00 HRK po dionici

Analiziramo li dobivene rezultate, kao i one koji su poznati kao poželjni iz ekonomske teorije (kao što je prikazano u prethodnoj tablici), možemo zaključiti da se u ovom slučaju radi o poduzeću s dobrim financijskim pokazateljima. Potencijalni problemi s kojima se u budućnosti to poduzeće može susresti odnose se prije svega na eventualnu nelikvidnost, no, ona se može uvijek riješiti kratkoročnim pozajmicama (kao i kvalitetnom projekcijom budućih novčanih tokova). Rezultati ostalih pokazatelja, kao što su pokazatelji aktivnosti, profitabilnosti i investiranja, dobili bi na konkretnom značaju kada bi se mogli komparirati s istim tim pokazateljima nekog drugog poduzeća (iz iste industrijske grane). Takav primjer zadatka bit će obrađen na kraju ovog poglavlja tj., u njegovom dodatku.

8.6 Zadaci za vježbu

1. Dan je paralelni prikaz financijskih izvještaja poduzeća XYZ (bilance stanja i izvještaja o dobiti / gubitku) na dan 31. prosinca 2001. i 31. prosinca 2002. godine. Treba izvršiti horizontalnu analizu financijskih izvještaja u 2002. godini u odnosu na 2001. godinu.

A) Bilanca stanja na dan 31. prosinca 2001.godine i 31. prosinca 2002. godine:

u kunama

AKTIVA			PASIVA		
OPIS	2001	2002	OPIS	2001	2002
A. STALNA IMOVINA	2.425.000	2.760.000	A. KAPITAL I PRIČUVE	2.470.000	2.710.000
1. Nematerijalna imovina	150.000	265.000	1. Emitirane dionice	1.500.000	1.500.000
2. Materijalna imovina	2.000.000	2.100.000	2. Premije na emitirane dionice	300.000	300.000
3. Dugoročna financijska imovina	225.000	250.000	3. Zakonske pričuve	600.000	800.000
4. Dugoročna potraživanja	50.000	145.000	4. Dobit tekućeg razdoblja	70.000	110.000
B. TEKUĆA IMOVINA	677.000	686.000	B. DUGOROČNE OBVEZE	250.000	289.500
1. Zalihe	222.000	175.000	1. Dugoročni krediti	250.000	289.500
2. Kratkoročna potraživanja	125.000	155.000			
3. Kratkoročna financijska imovina	75.000	145.000	C. KRATKOROČNE OBVEZE	381.000	442.500
4. Novčana sredstva	255.000	211.000			
			1. Kratkoročni krediti	147.000	230.000
C. AKTIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	18.000	24.000	2. Obveze prema dobavljačima	216.500	185.000
			3. Obveze za porez na dobit	17.500	27.500
			D. PASIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	19.000	28.000
∑ **AKTIVA**	3.120.000	3.470.000	∑ **PASIVA**	3.120.000	3.470.000

B) Izvještaj o dobiti / gubitku u razdoblju od 1. siječnja do 31. prosinca 2001. i 2002. godine:

u kunama

OPIS	2001	2002
1. Poslovni prihodi	450.000	520.000
2. Poslovni rashodi	375.000	405.000
3. Financijski prihodi	45.000	56.000
4. Financijski rashodi	27.000	34.500
5. Izvanredni prihodi	15.800	18.000
6. Izvanredni rashodi	21.300	17.000
7. Ukupni prihodi **(1. + 3. + 5.)**	510.800	594.000
8. Ukupni rashodi **(2. + 4. + 6.)**	423.300	456.500
9. Dobit/gubitak prije oporezivanja (Bruto dobit) **(7. - 8.)**	87.500	137.500
10. Porez na dobit/gubitak (20%)	17.500	27.500
11. Dobit/gubitak financijske godine (Neto dobit) **(9. - 10.)**	70.000	110.000

Rješenje:

A) Bilanca stanja – horizontalna analiza:

u kunama

AKTIVA		PASIVA	
OPIS	**% promjene** u 2002. u odnosu na 2001.	**OPIS**	**% promjene** u 2002. u odnosu na 2001.
A. STALNA IMOVINA	13,81%	A. KAPITAL I PRIČUVE	9,72%
1. Nematerijalna imovina	76,67%	1. Emitirane dionice	0,00%
2. Materijalna imovina	5,00%	2. Premije na emitirane dionice	0,00%
3. Dugoročna financijska imovina	11,11%	3. Zakonske pričuve	33,33%
4. Dugoročna potraživanja	190,00%	4. Dobit tekućeg razdoblja	57,14%
B. TEKUĆA IMOVINA	1,33%	B. DUGOROČNE OBVEZE	15,80%
1. Zalihe	-21,17%	1. Dugoročni krediti	15,80%
2. Kratkoročna potraživanja	24,00%		
3. Kratkoročna financijska imovina	93,33%	C. KRATKOROČNE OBVEZE	16,14%
4. Novčana sredstva	-17,25%		
		1. Kratkoročni krediti	56,46%
C. AKTIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	33,33%	2. Obveze prema dobavljačima	-14,55%
		3. Obveze za porez na dobit	57,14%
		D. PASIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	47,37%
∑ AKTIVA	11,22%	**∑ PASIVA**	11,22%

B) Izvještaj o dobiti / gubitku – horizontalna analiza:

u kunama

OPIS	**% promjene** u 2002. u odnosu na 2001.
1. Poslovni prihodi	15,56%
2. Poslovni rashodi	8,00%
3. Financijski prihodi	24,44%
4. Financijski rashodi	27,78%
5. Izvanredni prihodi	13,92%
6. Izvanredni rashodi	-20,19%
7. Ukupni prihodi **(1. + 3. + 5.)**	16,29%
8. Ukupni rashodi **(2. + 4. + 6.)**	7,84%
9. Dobit/gubitak prije oporezivanja (Bruto dobit) **(7. - 8.)**	57,14%
10. Porez na dobit/gubitak (20%)	57,14%
11. Dobit/gubitak financijske godine (Neto dobit) **(9. - 10.)**	57,14%

2. Na temelju istih podataka iz financijskih izvještaja treba izvršiti vertikalnu analizu financijskih izvještaja u tekućoj 2002. godini.

Rješenje:

A) Bilanca stanja – vertikalna analiza:

u kunama

AKTIVA		**PASIVA**	
OPIS	**% udio** u ukupnoj neto imovini	**OPIS**	**% udio** u ukupnoj neto imovini
A. STALNA IMOVINA	101,85%	A. KAPITAL I PRIČUVE	100,00%
1. Nematerijalna imovina	9,78%	1. Emitirane dionice	55,35%
2. Materijalna imovina	77,49%	2. Premije na emitirane dionice	11,07%
3. Dugoročna financijska imovina	9,23%	3. Zakonske pričuve	29,52%
4. Dugoročna potraživanja	5,35%	4. Dobit tekućeg razdoblja	4,06%
B. TEKUĆA IMOVINA	25,31%	B. DUGOROČNE OBVEZE	10,68%
1. Zalihe	6,46%	1. Dugoročni krediti	10,68%
2. Kratkoročna potraživanja	5,72%		
3. Kratkoročna financijska imovina	5,35%	C. KRATKOROČNE OBVEZE	16,33%
4. Novčana sredstva	7,79%		
		1. Kratkoročni krediti	8,49%
C. AKTIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	0,89%	2. Obveze prema dobavljačima	6,83%
		3. Obveze za porez na dobit	1,01%
		D. PASIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	1,03%
∑ AKTIVA	128,04%	**∑ PASIVA**	128,04%

Neto imovina = Ukupna imovina-Ukupne obveze = 2.710.000 kn

B) Izvještaj o dobiti / gubitku – vertikalna analiza:

u kunama

OPIS	**% udio** u ukupnom prihodu od prodaje
1. Poslovni prihodi	100,00%
2. Poslovni rashodi	77,88%
3. Financijski prihodi	10,77%
4. Financijski rashodi	6,63%
5. Izvanredni prihodi	3,46%
6. Izvanredni rashodi	3,27%
7. Ukupni prihodi **(1. + 3. + 5.)**	114,23%
8. Ukupni rashodi **(2. + 4. + 6.)**	87,79%
9. Dobit/gubitak prije oporezivanja (Bruto dobit) **(7. - 8.)**	26,44%
10. Porez na dobit/gubitak (20%)	5,29%
11. Dobit/gubitak financijske godine (Neto dobit) **(9. - 10.)**	21,15%

Prihodi od prodaje = Poslovni prihodi = 520.000 kn

3. Na temelju istih podataka iz financijskih izvještaja prikazanih u 1. zadatku treba izvršiti analizu financijskih izvještaja u tekućoj 2002. godini upotrebom sljedećih financijskih pokazatelja:

a) Pokazatelj likvidnosti – Tekuća likvidnost

b) Pokazatelj zaduženosti – Stupanj zaduženosti

c) Pokazatelj aktivnosti – Koeficijent obrtaja ukupne imovine

d) Pokazatelj ekonomičnosti – Ekonomičnost ukupnog poslovanja

e) Pokazatelj profitabilnosti – Bruto profitna marža

f) Pokazatelj investiranja – EPS (dobit po dionici)

Rješenje:

RB	Vrsta pokazatelja:	Ime pokazatelja:	Rezultati:	Poželjni rezultati:
1	LIKVIDNOSTI	Tekuća likvidnost	1,55	> 2
2	ZADUŽENOSTI	Stupanj zaduženosti	21,24%	< 50%
3	AKTIVNOSTI	Koeficijent obrtaja ukupne imovine	0,17	što veći broj puta !
4	EKONOMIČNOSTI	Ekonomičnost ukupnog poslovanja	1,30	> 1
5	PROFITABILNOSTI	Bruto profitna marža	23,15%	što veći postotak !
6	INVESTIRANJA	EPS (dobit po dionici)	73,33	što veći iznos KN po dionici !

Ukupan broj običnih dionica = **1.500**

PROBLEMSKI ZADATAK

Lokalna samouprava jedne županije odlučila je investirati određena novčana sredstva u izgradnju velikog sportskog kompleksa. Na javnom natječaju prikupljeno je nekoliko ponuda velikih građevinskih poduzeća koja su pripremi svojih elaborata pristupila vrlo ozbiljno s obzirom na veliki opseg budućeg potencijalnog posla. Komisija za odabir izvođača pri kraju zahtjevnog i odgovornog posla u prilično oštroj konkurenciji odabrala je 2 poduzeća (Alfa i Beta) koja su prema unaprijed određenim kriterijima (cijena koštanja investicije i rok završetka radova) imala podjednake ponude. U takvoj situaciji trebalo je definirati dodatne kriterije pomoću kojih bi se odabralo najbolje poduzeće, odnosno najpovoljnija ponuda. Izbor je pao na kriterij usporedbe osnovnih financijskih pokazatelja obaju preostalih poduzeća. Odlučeno je da se usporedbom pokazatelja likvidnosti, zaduženosti, aktivnosti, ekonomičnosti, profitabilnosti i investiranja utvrdi koje je poduzeće bolje. Temeljna pretpostavka takve vrste usporedbe bila je ta da su svi kriteriji jednaki po važnosti te da se međusobno uspoređuju rezultati svakog pojedinačnog kriterija za oba poduzeća. Ono poduzeće koje ima veći broj povoljnijih rezultata financijskih pokazatelja u odnosu na drugo poduzeće trebalo bi dobiti prednost na javnom natječaju.

Poduzeća su za analizu financijskih pokazatelja trebala dostaviti svoje temeljne financijske izvještaje – Bilancu stanja i Račun dobiti / gubitka, kao što se i vidi iz priloženog:

1a) Bilanca stanja poduzeća Alfa:

u kunama

AKTIVA		PASIVA	
OPIS	2002	OPIS	2002
A. STALNA IMOVINA	1.982.000	A. KAPITAL I PRIČUVE	1.992.000
1. Nematerijalna imovina	457.000	1. Emitirane dionice	1.200.000
2. Materijalna imovina	1.250.000	2. Premije na emitirane dionice	400.000
3. Dugoročna financijska imovina	120.000	3. Zakonske pričuve	200.000
4. Dugoročna potraživanja	155.000	4. Dobit tekućeg razdoblja	192.000
B. TEKUĆA IMOVINA	607.000	B. DUGOROČNE OBVEZE	233.000
1. Zalihe	88.000	1. Dugoročni krediti	233.000
2. Kratkoročna potraživanja	150.000		
3. Kratkoročna financijska imovina	45.000	C. KRATKOROČNE OBVEZE	348.000
4. Novčana sredstva	324.000		
		1. Kratkoročni krediti	175.000
C. AKTIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	21.000	2. Obveze prema dobavljačima	125.000
		3. Obveze za porez na dobit	48.000
		D. PASIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	37.000
∑ AKTIVA	2.610.000	**∑ PASIVA**	2.610.000

1b) Račun dobiti / gubitka poduzeća Alfa:

u kunama

OPIS	**2002**
1. Poslovni prihodi	659.000
2. Poslovni rashodi	425.000
3. Financijski prihodi	47.000
4. Financijski rashodi	38.500
5. Izvanredni prihodi	15.500
6. Izvanredni rashodi	18.000
7. Ukupni prihodi **(1. + 3. + 5.)**	721.500
8. Ukupni rashodi **(2. + 4. + 6.)**	481.500
9. Dobit/gubitak prije oporezivanja (Bruto dobit) **(7. - 8.)**	240.000
10. Porez na dobit/gubitak (20%)	48.000
11. Dobit/gubitak financijske godine (Neto dobit) **(9. - 10.)**	192.000

2a) Bilanca stanja poduzeća Beta:

u kunama

AKTIVA		PASIVA	
OPIS	2002	OPIS	2002
A. STALNA IMOVINA	3.002.000	A. KAPITAL I PRIČUVE	2.744.000
1. Nematerijalna imovina	785.000	1. Emitirane dionice	2.000.000
2. Materijalna imovina	2.050.000	2. Premije na emitirane dionice	200.000
3. Dugoročna financijska imovina	22.000	3. Zakonske pričuve	400.000
4. Dugoročna potraživanja	145.000	4. Dobit tekućeg razdoblja	144.000
B. TEKUĆA IMOVINA	534.000	B. DUGOROČNE OBVEZE	385.000
1. Zalihe	78.000	1. Dugoročni krediti	385.000
2. Kratkoročna potraživanja	120.000		
3. Kratkoročna financijska imovina	78.000	C. KRATKOROČNE OBVEZE	394.000
4. Novčana sredstva	258.000		
		1. Kratkoročni krediti	202.000
C. AKTIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	24.000	2. Obveze prema dobavljačima	156.000
		3. Obveze za porez na dobit	36.000
		D. PASIVNA VREMENSKA RAZGRAN.	37.000
∑ **AKTIVA**	3.560.000	∑ **PASIVA**	3.560.000

2b) Račun dobiti / gubitka poduzeća Beta:

u kunama

OPIS	**2002**
1. Poslovni prihodi	985.000
2. Poslovni rashodi	784.000
3. Financijski prihodi	89.000
4. Financijski rashodi	112.000
5. Izvanredni prihodi	24.000
6. Izvanredni rashodi	22.000
7. Ukupni prihodi **(1. + 3. + 5.)**	1.098.000
8. Ukupni rashodi **(2. + 4. + 6.)**	918.000
9. Dobit/gubitak prije oporezivanja (Bruto dobit) **(7. - 8.)**	180.000
10. Porez na dobit/gubitak (20%)	36.000
11. Dobit/gubitak financijske godine (Neto dobit) **(9. - 10.)**	144.000

Napomena: Poduzeća Alfa i poduzeća Beta imaju jednaki broj emitiranih običnih dionica (svako poduzeće ukupno po 2.000 dionica).

Na temelju navedenih podataka treba izračunati i utvrditi sljedeće:

a) tekuću likvidnost za poduzeća Alfa i Beta;

b) stupanj zaduženosti za poduzeća Alfa i Beta;

c) koeficijent obrtaja ukupne imovine za poduzeća Alfa i Beta;

d) ekonomičnost ukupnog poslovanja za poduzeća Alfa i Beta;

e) bruto profitnu maržu za poduzeća Alfa i Beta;

f) EPS (dobit po dionici) za poduzeća Alfa i Beta;

g) koje poduzeće ima bolje financijske pokazatelje (odnosno koje će poduzeće dobiti javni natječaj) ako uzmemo u obzir činjenicu da svaki pokazatelj ima jednaku težinu (ponder)?

9 poglavlje

Ocjena investicijskih projekata

dr. sc. Hrvoje Volarević
mr. sc. Ivan Šutalo

9 Ocjena investicijskih projekata

9.1 Uvod

U današnjem su globaliziranom svijetu manageri u poduzećima suočeni s kontinuiranim procesom donošenja odluka o tome u koju vrstu imovine treba investirati. Ako tvrtku promatramo kao portfelj investicijskih projekata, vrijednost poduzeća može se definirati kao zbroj vrijednosti tekućih investicijskih projekata i onih koje poduzeće planira usvojiti. Takva definicija tvrtke ide u prilog stavu da postoji izravna veza između efikasnosti procesa investicijskih ulaganja i vrijednosti dionica poduzeća. Planiranjem investicijskih ulaganja u poduzeće podrazumijevamo čitav proces kreiranja, analize i procjene investicijskih projekata, strukturiranja kapitalnog budžeta te kontrolu provođenja odobrenih investicijskih projekata. Dakle, riječ je o ulaganju poduzeća u vlastitu materijalnu i nematerijalnu imovinu (odnosno u dugoročnu imovinu). **Kapitalna ulaganja** podrazumijevaju relativno velike novčane izdatke u sadašnjosti za koje se očekuje da će stvoriti (u pravilu pozitivne) novčane tokove u budućnosti u razdoblju dužem od godine dana.

Jedan je od važnijih ciljeva financijskog managementa u poduzećima **maksimaliziranje bogatstva dioničara** (tj., ulaganja vlasnika). Da bi to postigli, manageri trebaju biti u stanju vrednovati investicijske prilike i odrediti koja će od njih povećati vrijednost imovine, odnosno bilance poduzeća. U tom kontekstu, možemo promatrati tri različita poduzeća koja imaju jednaku vrijednost imovine i investicijskih mogućnosti, osim što: management poduzeća A ne koristi prednosti investicijskih mogućnosti i u potpunosti tekuću dobit financijske godine isplaćuje svojim dioničarima; management poduzeća B koristi mogućnosti investiranja samo kada treba zamijeniti dotrajala postrojenja i opremu dok ostatak neto dobiti financijske godine isplaćuje svojim dioničarima; i management poduzeća C koristi sve mogućnosti investiranja koje mu osiguravaju stopu povrata veću nego što bi dioničari poduzeća mogli ostvari da su sami investirali svoja sredstva negdje drugdje.

U slučaju poduzeća A, investicija dioničara u poduzeće neće biti profitabilna u mjeri u kojoj bi bila da je poduzeće iskoristilo prednosti boljih mogućnosti investiranja. S obzirom da poduzeće A odbacuje mogućnost investiranja i zamjenu dotrajalih postrojenja i opreme, pretpostavlja se da će poduzeće A u budućnosti smanjivati opseg svoga poslovanja do situacije u kojoj više neće raspolagati vlastitom imovinom. S druge strane, poduzeće B nalazi se u poslovnoj situaciji u kojoj ne koristi mogućnost prihvaćanja profitabilnih investicija. Management poduzeća B ima unaprijed definirane tj., zadane investicije, dok istovremeno ne uspijeva maksimalizirati bogatstvo dioničara. I na kraju, management poduzeća C koristi priliku za pokretanjem svih profitabilnih investicija čime maksimalizira vrijednost ulaganja vlasnika u poduzeće. Takvo poduzeće nastavit će rasti sve dok postoji mogućnost za profitabilnim investicijama i dok ih management tog poduzeća bude spreman pokrenuti u potpunosti.

Sukladno navedenom, možemo pretpostaviti kako poduzeća kontinuirano investiraju svoja sredstva u imovinu, zatim upotrebom te iste imovine stvaraju prihode i novčane tokove koje opet mogu reinvestirati u kupnju nove imovine ili odrediti za isplatu dividende dioničarima. Ukupna vrijednost te imovine predstavlja kapital poduzeća. U kapital je uključena sva materijalna i nematerijalna imovina. Ta imovina može biti fizička (kao što su, na primjer, zemljišta, zgrade, oprema i strojevi) te imovina koja predstavlja prava na vlasništvo (kao što su, na primjer potraživanja, vrijednosni papiri, patenti i autorska prava). Iz toga možemo zaključiti da se prilikom definiranja pojma **kapitalnog investiranja** (*engl. capital investment*) u biti definira investiranje poduzeća u vlastitu imovinu. S druge strane, pojam **kapitalne strukture** predstavlja kombinaciju različitih sredstava koja su korištena za financiranje imovine poduzeća (kao što su, na primjer, novac, vlasnički i dužnički vrijednosni papiri i drugi oblici kratkoročnog financiranja). Proces donošenja odluka vezanih za kapitalne investicije u poduzeću može biti formuliran kao proces u kojem se donosi nekoliko različitih odluka koje su sve povezane s projektom. **Kapitalni projekt** (*engl. capital project*) predstavlja proces nabave različitih oblika imovine koje su uvjetovane jedna drugom i koje se promatraju zajedno (na primjer, proizvodnja novog proizvoda podrazumijeva nabavu novog zemljišta, izgradnju proizvodnog pogona i kupnju novih strojeva). Osim toga, takav projekt može zahtijevati povećanje investiranja u radno raspoloživi kapital poduzeća (*engl. working capital*) koji predstavljaju zalihe, potraživanja i novac. Ulaganjem u radno raspoloživi kapital poduzeće omogućuje svakodnevne radne operacije koje podržavaju njegovu dugoročnu investiciju.

Nadalje, manageri su prinuđeni procjenjivati velik broj faktora u procesu donošenja odluka. Ne samo da je manager dužan podesiti promjene u budućim novčanim tokovima u slučaju da poduzeće odluči investirati u projekt, već je obvezan procijeniti nesigurnost tj., rizike povezane s budućim novčanim tokovima. Takvi budući novčani tokovi posljedica su korištenja već postojeće imovine (kao rezultata investicijskih odluka u prošlosti) i budućih investicijskih mogućnosti. U tom je slučaju vrijednost poduzeća jednaka sadašnjoj vrijednosti budućih novčanih tokova, odnosno sadašnjoj vrijednosti novčanih tokova od postojeće imovine uvećanoj za sadašnju vrijednost novčanih tokova budućih investicijskih prilika. Budući novčani tokovi diskontirani su po stopi koja predstavlja prihvaćanje nesigurnosti tj. rizika od strane investitora, kojim se pretpostavlja da će ti novčani tokovi biti realizirani u očekivanom iznosu i vremenu. Iz perspektive investitora, **diskontna je stopa** (*engl. discount rate*) **zahtijevana stopa povrata** (*engl. required rate of return*), dok iz perspektive poduzeća ona predstavlja **trošak kapitala** (*engl. cost of capital*). Ako diskontiramo sve novčane tokove s obzirom na iskazani trošak kapitala, možemo zaključiti na koji način projekt utječe na sadašnju vrijednost poduzeća. Ako je očekivana promjena vrijednosti poduzeća s obzirom na planiranu investiciju:

- **pozitivna**, tada je stopa povrata na projekt veća od troška kapitala,
- **negativna**, tada je stopa povrata na projekt manja od troška kapitala, i
- **jednaka nuli**, tada je stopa povrata na projekt jednaka trošku kapitala.

S druge strane, kako bismo procijenili vrijednost poduzeća, potrebno je procijeniti i **poslovni rizik** njegovih novčanih tokova koji predstavlja kombinaciju rizika prodaje (ovisi o kretanjima u gospodarstvu i na specifičnim tržištima) i operativnog rizika (ovisi o promjenama u prodaji).

Na temelju navedenih činjenica, možemo zaključiti da je **kapitalno budžetiranje** proces identificiranja i selektiranja investicija u dugotrajnu imovinu, ili u imovinu, od koje se očekuje stvaranje ekonomskih koristi u razdoblju dužem od godine dana. Zbog činjenice da poduzeća trebaju konstantno procjenjivati moguće investicije, kapitalno budžetiranje u poduzećima predstavlja, s obzirom na vremenski horizont, kontinuirani proces. No, prije nego poduzeće počne razmišljati o kapitalnom budžetiranju, prvo treba definirati **korporativnu strategiju** (*engl. corporate strategy*). Ona predstavlja širok spektar ciljeva u vezi s odabirom budućih investicija u poduzeću. Provođenje korporativne strategije predstavlja u konačnici proces investiranja u dugotrajnu imovinu čime se postiže maksimaliziranje bogatstva dioničara. Selektiranje takvih projekata ono je čime se bavi kapitalno budžetiranje. Polazeći od strategijskog plana i osnovnih ciljeva svoga poslovanja, poduzeće mora biti u stanju uočiti nove mogućnosti, brzo ih realizirati i koristiti svoje resurse tako da spriječi ulazak konkurencije na tržište, odnosno da očuva svoje konkurentske prednosti na tom tržištu. Zbog izuzetne važnosti za kompaniju, što uključuje mogućnosti proširenja na nova tržišta, povećanja udjela na postojećim, a time i povećanja zarada i cijena dionica, pa sve do mogućnosti bankrota uzrokovanog neprilagođenim obujmom i/ili dinamikom ulaganja, odlukama o kapitalnim ulaganjima posvećujemo iznimnu pozornost, kako u teoriji, tako i u praksi. Iz tog je razloga, u procesu donošenja odluka o provođenju investicijskih projekata, glavni management poduzeća onaj presudni faktor koji treba donijeti konačno mišljenje o tome hoće li se:

- **usvojiti** ili **odbaciti** investicijski projekt,
- **usvojiti** ili **odgoditi** investicijski projekt, ili
- **napustiti** investicijski projekt.

Iako je u tom postupku odlučivanja temeljni korporacijski cilj definirano povećanje bogatstva dioničara, management poduzeća treba voditi računa i o vlastitim interesima. Ponekad je u slučaju lošeg ili nedovoljnog investiranja ugrožena i osobna pozicija managere u poduzeću (prijeti mu smjenjivanje) te se zbog toga može zaključiti kako je i u njegovom interesu (a ne samo u interesu dioničara) pospješiti proces kapitalnog investiranja u poduzeću.

Isključivo zbog samog postupka **procjene investicijskih projekata upotrebom različitih metoda** često dolazi do zanemarivanja ostalih faza procesa kapitalnog budžetiranja. Jedan od razloga iz kojeg se fazi procjene investicijskih projekata posvećuje najveća pozornost leži u činjenici da je u toj fazi moguć kvantitativan pristup što se potencira upotrebom novih sofisticiranih metoda procjene i primjenom računalnih programa (aplikacija), čime se osigurava veća efikasnost u procesu rangiranja investicijskih projekata.

9.2 Pojam novčanog toka

Očekivani novčani tokovi predstavljaju značajan faktor prilikom odabira investicijskih projekata u poduzeću zbog toga što predstavljaju temelj za procjenu njihove efikasnosti. Naime, temelj procjene efikasnosti investicijskih projekata ne predstavlja iskazana računovodstvena dobit, odnosno neto dobit poduzeća, već projekcija budućih neto novčanih tokova. Iako se u određenom razdoblju svi neto novčani tokovi (ukupni primici umanjeni za ukupne izdatke) izjednačuju s vrijednosti neto dobiti (taj koncept odgovara indirektnoj metodi izvještaja o novčanom toku), analiza investicijskih projekata ne bazira se na temelju ukupnih prihoda i rashoda, već na ukupnim primicima i izdacima poduzeća. Razlog tome leži u činjenici što se prilikom donošenja svih financijskih odluka u poduzeću uzima u obzir stanje novčanih sredstava i zbog toga je raspoloživost novčanih sredstava (gotovine) temelj za donošenje takvih odluka. Poduzeće je likvidno ako je u stanju podmiriti svoje kratkoročne obveze, a za to mu trebaju raspoloživa novčana sredstva (u što se može uključiti i financijska imovina koja predstavlja novčani ekvivalent ako ima dospijeće do 3 mjeseca). Isplate obveza dobavljačima, zaposlenicima za plaće, kreditorima za kratkoročne zajmove, dioničarima za dividende i ostalim vjerovnicima moguće je samo ako se raspolaže dovoljnom količinom novčanih sredstava. Eventualno reinvestiranje zadržane dobiti poduzeća kupovinom nove dugotrajne i kratkotrajne imovine ili zamjenom postojeće također uvjetuje visoku likvidnost. U suprotnom, problemi koji mogu nastati zbog nedostatka likvidnosti dovode često do blokade, stečaja i likvidacije poduzeća.

Polazna je pretpostavka u analizi novčanih tokova činjenica da se oni ostvaruju na kraju izvještajnog razdoblja (kalendarske godine) te da u analizu uključujemo samo dodatne (marginalne) novčane tokove. Isto tako, kako bismo osigurali konzistentnost u procjeni novčanih tokova, potrebno je da svi stručnjaci u okviru poduzeća koji osiguravaju ulazne podatke za procjenu vrijednosti novčanih tokova raspolažu istim pretpostavkama i principima kod potrebnih izračuna. Nije dobro ukoliko se pojave pristranosti kod procjene vrijednosti novčanih tokova koje najčešće idu u pravcu preoptimističnih tj., prevelikih brojeva. Takva pogrešna procjena novčanih tokova (bilo uslijed propuštanja relevantnih ili nepotrebnog uključenja irelevantnih novčanih tokova) neizbježno vodi ka lošoj investicijskog odluci bez obzira koriste li se jednostavne ili složenije metode za procjenu investicijskih projekata. Zbog toga ovoj problematici posvećujemo posebnu pozornost prilikom razmatranja potencijalnih investicijskih prijedloga.

Osnovni motiv poduzeća za pokretanjem nove investicije trebao bi biti povećanje vrijednosti njegove neto imovine odnosno, povećanje bogatstva dioničara. Pretpostavka je da će bilo koje poduzeće ostvarivati novčane tokove u budućnosti na temelju donesenih odluka iz prošlosti koje se odnose na pokretanje novih investicija. Investiranjem u fizičku imovinu očekuje se da će budući novčani tokovi biti veći nego u situaciji bez tih istih novih investicija. Razlika između novčanih tokova s uključenim novim investicijskim projektima i novčanih tokova bez novih investicijskih projekata u istom vremenu promatranja nazivamo **dodatnim tj. inkrementalnim novčanim tokom** (*engl. incremental cash flows*). U tom slučaju, promjenu vrijednosti poduzeća koja nastaje kao posljedica pokretanja nove investicije računamo kao razliku između ostvarenih koristi od projekta umanjenih za njegove troškove. Detaljniji i korisniji način **evaluacije promjene vrijednosti imovine poduzeća uslijed pokretanja investicije** predstavlja nam razdvajanje novčanog toka investicijskog projekta na dvije osnovne komponente koje čine:

- sadašnja vrijednost novčanih tokova ostvarenih poslovnim (operativnim) aktivnostima u okviru samog projekta (prihodi umanjeni za operativne troškove); radi se o **operativnom novčanom toku** (*engl. operating cash flows - OCF*), i
- sadašnja vrijednost **investicijskog novčanog toka** (*engl. investment cash flows - ICF*) koja predstavlja troškove koji su potrebni za nabavu imovine investicijskog projekta i novčanih tokova ostvarenih otuđenjem (prodajom) te iste imovine.

Prema navedenom, promjena vrijednosti imovine poduzeća u biti predstavlja ostvareni **neto novčani tok** (*engl. net cash flow - NCF*) investicijskog projekta. Neto novčani tok investicijskog projekta (**NCF**) bit će jednak sadašnjoj vrijednosti dodatnog operativnog novčanog toka u okviru projekta (**ΔOCF**) uvećanoj za sadašnju vrijednost investicijskog novčanog toka (**ICF**). To možemo prikazati i sljedećem formulom:

$$NCF = ICF + \Delta OCF$$

Sadašnja vrijednost operativnog novčanog toka projekta uobičajeno je pozitivna (zbog značajnijih novčanih priljeva), dok je sadašnja vrijednost investicijskog novčanog toka uobičajeno negativna (zbog značajnijih novčanih odljeva).

Promjene u operativnom novčanom toku poduzeća koje nastaju kao posljedica nove investicije rezultat su promjene u prihodima poduzeća, promjene u rashodima poduzeća, promjene novčanog toka kao posljedice promjene obračunatog poreza na dobit s obzirom na ostvarene prihode i rashode poduzeća te promjene novčanog toka kao posljedice obračuna amortizacije, uključujući i utjecaj poreznog aspekta amortizacije.

Kalkulaciju dodatnog operativnog novčanog toka (**ΔOCF**) započinjemo tako da najprije od očekivanih promjena u prihodima poduzeća uslijed nove investicije (*engl. change in revenues - **ΔR***) oduzmemo očekivane promjene u rashodima poduzeća (*engl. change in expenses - **ΔE***) i očekivane promjene u obračunu amortizacije (*engl. change in depreciation* - ***ΔD***). Dobivena razlika predstavlja novčani iznos promjena oporezivog prihoda poduzeća (*engl. change in taxable income*) na koji obračunavamo odgovarajuću stopu poreza na dobit (*engl. tax rate - **t***). Na kraju, dobiveni novčani iznos promjena prihoda poduzeća nakon obračunatog poreza (*engl. change in income after taxes*) uvećavamo za iznos obračunate amortizacije s obzirom da ona predstavlja nenovčani trošak poduzeća. Konačni iznos predstavlja promjenu operativnog novčanog toka poduzeća (ΔOCF) za određeno izvještajno razdoblje (najčešće je u pitanju fiskalna, odnosno kalendarska godina). Matematički, to možemo prikazati sljedećom formulom:

$$\Delta OCF = (\Delta R - \Delta E - \Delta D) \times (1 - t) + \Delta D$$

odnosno,

$$\Delta OCF = (\Delta R - \Delta E) \times (1 - t) + \Delta D \times t$$

S druge strane, investicijski novčani tok u pravilu predstavlja novčane tokove kao posljedicu odljeva uslijed kupnje nove investicije (imovine) poduzeća, odljeva uslijed transportnih troškova i troškova instalacije te investicije, priznavanja poreznih olakšica zbog investiranja u novu imovinu poduzeća, priljeva ili odljeva uslijed otuđenja (prodaje) imovine na kraju njezinog životnog vijeka, uključujući i utjecaj poreznog aspekta te aktivnosti i odljeva uslijed postupaka vezanih uz zatvaranje investicijskog projekta.

Početnim (inicijalnim) novčanim tokovima možemo smatrati prve dvije kategorije odljeva (kupnja nove imovine i zavisni troškovi te kupnje), kao i eventualne porezne olakšice koje zapravo predstavljaju efekt umanjenja tih odljeva (jer predstavljaju izuzeće reinvestirane dobiti poduzeća od obveze plaćanja poreza na dobit). S druge strane, **konačne novčane tokove** predstavljaju priljevi ili odljevi od prodaje investicije koji se javljaju kada poduzeće ima kupca za svoju imovinu (priljevi), odnosno kada je poduzeće prinuđeno platiti uklanjanje te imovine (odljevi). Kod prodaje imovine poduzeća kupcu na kraju njezinog životnog vijeka u kalkulaciju trebamo uključiti i porezne aspekte te prodaje koji se manifestiraju ili kao dodatni izdatak na ime poreza na dobit (*engl. tax on disposition*) ako je imovina prodana po tržišnoj cijeni većoj od knjigovodstvene, ili kao umanjenje oporezive dobiti ako je imovina prodana po tržišnoj cijeni manjoj od knjigovodstvene (*engl. tax-shield on disposition*). Porezni efekt prodaje, dakle, ovisi o odnosu tržišne i knjigovodstvene (rezidualne) vrijednosti imovine koju prodajemo. Osim toga, postoje i specifični odljevi kod nekih investicijskih projekata koji su vezani uz njegovo zatvaranje (npr., zbog ekoloških razloga potrebno je obaviti određene radnje prilikom zatvaranja projekta kojima se štiti prirodni okoliš). Ukoliko iz daljnjeg razmatranja investicijskog novčanog toka izuzmemo porezne olakšice i odljeve vezane za zatvaranje projekta (jer oni nisu vezani za sve investicijske projekte), tada ih možemo prikazati pomoću sljedeće formule:

$$ICF = -PA - SE \pm SA \pm T$$

pri čemu su odljevi za nabavu nove imovine ***PA*** (*engl. purchase of asset*), transportni i instalacijski troškovi kod nabave nove imovine ***SE*** (*engl. set-up expenditures*), priljevi/odljevi koji nastaju prilikom prodaje/uklanjanja imovine na kraju životnog vijeka ***SA*** (*eng. sale of asset*) i porezi koje treba umanjiti/platiti u slučaju prodaje imovine ***T*** (*engl. tax or tax-shield*).

Zaključno, pojasnit ćemo i utjecaj nove investicije na **radno raspoloživi kapital poduzeća** (koji predstavlja razliku između tekuće imovine i tekućih obveza poduzeća, odnosno predstavlja svu kratkoročnu imovinu koja bi preostala poduzeću nakon trenutnog podmirenja svih kratkoročnih obveza). U okviru prethodnih relacija u kojima smo izračunali promjene operativnog novčanog toka (**ΔOCF**) i investicijskog novčanog toka (**ICF**) nisu bile uključene i promjene u radno raspoloživom kapitalu poduzeća (*engl. changes in net working capital –* ***ΔNWC***). To je učinjeno stoga što ulaganje u radno raspoloživi kapital poduzeća možemo zbog njegove specifičnosti razmatrati kao dio investicijskog novčanog toka, ali isto tako i kao dio operativnog novčanog toka.

Najprije pojasnimo kako dolazi do promjena u radno raspoloživom kapitalu poduzeća. One nastaju zbog toga što u situaciji pokretanja investicije u pravilu dolazi do potrebe za povećanjem razine obrtnog, odnosno tekućeg kapitala poduzeća (osim kod projekata zamjene). To znači da dolazi do procesa dodatnog angažiranja novčanih sredstava u nekim drugih dijelovima poduzeća, što je povezano s istovremenim započinjanjem investicijskog projekta. Na kraju njegova životna vijeka, pretpostavlja se da prestaju potrebe za takvim dodatnim ulaganjima u radno raspoloživi kapital (zalihe, potraživanja i novac) te onda, sukladno tome, dolazi i do novčanih primitaka po toj osnovi. Osim toga, poduzeće može povećati radno raspoloživi kapital i zbog opreza u poslovanju, odnosno zbog sigurnosnih razloga. Povećanjem poslovnih aktivnosti poduzeća uslijed novih investicija dolazi i do iznenadnih potreba za velikim isplatama novca ili potrošnjom zaliha, što onda znači da vrijednosti novčanih sredstava i zaliha trebaju biti na višoj razini od uobičajene. Isto tako, valja nam podsjetiti da se promjene u radno raspoloživom kapitalu koriste i za svođenje neto dobiti poduzeća na njegov neto novčani tok iz poslovnih aktivnosti. Radi se zapravo o indirektnoj metodi izvještaja o novčanom toku kod koje sve promjene u tekućoj imovini (u vrijednostima zaliha, potraživanja i kratkoročnoj financijskoj imovini), kao i u tekućim obvezama (u vrijednostima svih kratkoročnih obveza), imaju utjecaj na definiranje neto novčanog toka iz poslovnih aktivnosti. S obzirom da su financijski analitičari (donositelji odluka) u pravilu osuđeni na rad s računovodstvenim podacima (prihodima i rashodima) umjesto novčanim (priljevima i odljevima), za kvantitativnu evidenciju promjena radno raspoloživog kapitala poduzeća koristi se i ovakav pristup (gdje se obračunske kategorije iz računovodstvene evidencije svode na novčane).

Nadalje, treba razjasniti dvojbu oko pozicioniranja radno raspoloživog kapitala poduzeća u budućim novčanim tokovima koja nastaje prilikom definiranja operativnog i investicijskog novčanog toka. Ukoliko su promjene u radno raspoloživom kapitalu posljedica inicijalnog investiranja tj., odljeva koji su nam potrebni da bi se projekt pokrenuo, tada su promjene radno raspoloživog kapitala svrstane u investicijski novčani tok. Istu logiku primjenjujemo i prilikom nastanka priljeva na kraju investicijskog projekta koji su povezani s radno raspoloživim kapitalom. I tada se promjene u radno raspoloživom kapitalu svrstavaju u investicijski novčani tok. S druge strane, ako odljevi i priljevi koji su vezani uz promjene radnog kapitala nastaju u toku čitavog vijeka trajanja projekta te ako su oni posljedica činjenice da postoji razlika između obračunskih i novčanih kategorija (što znači da svi prihodi/rashodi nisu ujedno i naplaćeni/isplaćeni u toku istog obračunskog razdoblja), tada se promjene radnog kapitala svrstavaju u operativni novčani tok. U svakom slučaju, arbitar (tj., osoba koja izrađuje investicijsku studiju) može klasificirati promjene u radno raspoloživom kapitalu poduzeća na oba načina (investicijskim ili operativnim novčanim tokom), bez mogućnosti da utječe na konačnu vrijednost neto novčanog toka.

Osim dvojbi oko klasificiranja neto radno raspoloživog kapitala poduzeća, postoje i tumačenja u vezi tretiranja **nataloženih** (nepovratnih) i **oportunitetnih troškova** u okviru investicijskog projekta. Nataloženi tj., nepovratni troškovi (*engl. sunk costs*) predstavljaju nenadoknadive prošle izdatke koji, s obzirom da se više ne mogu nadoknaditi, ne bi smjeli utjecati na sadašnje ili buduće odluke u vezi investiranja. Sukladno tome, trebamo ih ignorirati kod izračuna novčanih tokova jer koliko god bili povezani s investicijskim projektom, oni će i dalje postojati (i kao takvi teretiti poslovanje poduzeća u cijelosti). S druge strane, oportunitetni troškovi (*engl. opportunity costs*) vezani su s mogućnosti alternativne upotrebe resursa kojima raspolaže poduzeće (troškovi koji se gube zbog nepoduzimanja neke druge, najbolje investicijske alternative). Zbog te činjenice ove troškove trebali bismo uključiti u izračun novčanih tokova investicijskog projekta (ali samo kada se na temelju stručne procjene mogu pouzdano izračunati). Primjer takvih troškova predstavljaju razni imovinski oblici poduzeća koje zbog pokretanja investicije ne možemo koristiti za neke druge potrebe (npr., za prodaju kojom bismo stvorili dodatne novčane troškove).

Završno razmatranje glede formiranja ukupnog neto novčanog toka (NCF) bilo kojeg investicijskog projekta tiče se odvajanja investicijske od financijske odluke. To se prvenstveno odnosi na situaciju u kojoj se investicijski projekt djelomično (ili u potpunosti) financira tuđim kapitalom (npr., podizanjem dugoročnog kredita u poslovnoj banci). U tom slučaju aktivnost financiranja trebamo u potpunosti odvojiti od investicijske aktivnosti tako da odljeve novca koji se odnose na otplatu glavnice i kamata isključujemo iz proračuna bilo investicijskog, bilo operativnog novčanog toka. To znači da, bez obzira na izvor financiranja (za izbor načina financiranja radi se zasebna analiza), investicijski projekt promatramo kao da je u potpunosti financiran dioničkim kapitalom poduzeća. Takva situacija podrazumijeva da sve novčane izdatke koji su nastali u okviru investicijskog projekta tretiramo kao novčana sredstva koja su došla od dioničara (kao i novčani primici za koje se smatra da se radi o novčanim sredstvima koja idu dioničarima). Svakako trebamo naglasiti da financijski analitičari trebaju biti posebno pažljivi kako troškove kamata na dugoročni kredit koji je korišten za financiranje investicijskog projekta ne bi uključili u novčane tokove. Glavni je razlog tome taj što ćemo korištenjem metoda za procjenu investicijskih projekata diskontirati buduće novčane tokove investicije upotrebom diskontne stope, odnosno troška kapitala, čime bi došlo do dvostrukog obračuna kamata (troškovi financiranja investicije sastavni su dio diskontne stope). Drugi, ne manje značajan razlog načelne je prirode i odnosi se na činjenicu da teret dugoročnog zaduživanja poduzeća treba snositi poduzeće u cijelosti, a ne samo određeni investicijski projekt.

Na sljedećoj slici, u okviru koje ilustriramo praktični primjer projekcije budućih novčanih tokova, promjene u radnom raspoloživom kapitalu poduzeća evidentirali smo kao investicijski novčani tok (dakle, samo na početku i na kraju životnog vijeka investicijskog projekta). Osim toga, pretpostavit ćemo i sljedeća **pojednostavljenja u izračunu projekcije budućih novčanih tokova**:

- novčani tokovi (priljevi i odljevi) evidentiraju se u okviru poduzeća isključivo u istom vremenskom intervalu i to na kraju godine (iako se zna da u realnim situacijama novčani tokovi nastaju u toku cijele godine),
- pretpostavka je da se kupljena i/ili izgrađena dugotrajna imovina (investicija) stavlja u upotrebu odmah (u trenutku njezine dopreme i/ili dovršetka izgradnje), odnosno najkasnije do kraja prve godine životnog vijeka investicijskog projekta,
- kombinacija novčanih tokova (priljeva i odljeva) u svakoj godini trajanja investicijskog projekta uvijek se manifestira istim rizikom, i
- oportunitetni troškovi investicije uključeni su u vrijednost investicijskog novčanog toka (kao dio odljeva za kupljenu i/ili izgrađenu dugotrajnu imovinu).

Možemo zaključiti da je kod projekcije budućih novčanih tokova potrebno sve priljeve i odljeve koji nastaju u toku jednog izvještajnog razdoblja (kalendarske godine) tretirati kao novčane tokove koji se događaju na kraju tog razdoblja, odnosno kalendarske godine. Time značajno pojednostavljujemo daljnji matematički izračun novčanih tokova koji je uglavnom baziran na financijskoj matematici i vremenskoj komponenti novca. Sljedeći prikaz daje nam praktičan primjer projekcije budućih novčanih tokova investicijskog projekta poduzeća u sklopu poslovne aktivnosti proizvodnje vlastitih proizvoda u razdoblju od 5 godina (2005. – 2009.). Projekcija budućih neto novčanih tokova investicije sastoji se od promjena u operativnom novčanom toku i investicijskog novčanog toka, što je prikazano na sljedeći način:

RB	OPIS:	GODINE ŽIVOTNOG VIJEKA INVESTICIJSKOG PROJEKTA:				
		2005.	2006.	2007.	2008.	2009.
1.	Promjene u prihodima zbog investicije	1.150	1.560	1.890	2.100	2.520
2.	Promjene u rashodima zbog investicije	480	760	820	960	1.050
3.	Povećanje u obračunu amortizacije zbog investicije u novu imovinu	160	160	160	160	160
4.	Promjene u oporezivim prihodima (1. - 2. - 3.):	510	640	910	980	1.310
5.	Oporezivi dio prihoda (20%)	102	128	182	196	262
6.	Promjene u prihodima nakon odbitka poreza (4. - 5.):	408	512	728	784	1.048
7.	Dodavanje amortizacije zbog karaktera nenovčanog rashoda	160	160	160	160	160
8.	**Promjene u operativnom novčanom toku (6. + 7.): ΔOCF**	568	672	888	944	1.208
9.	Kupnja i prodaja proizvodnog pogona u sklopu investiranja	-1.200	0	0	0	240
10.	Kupnja i prodaja opreme za proizvodnju u sklopu investiranja	-350	0	0	0	70
11.	Promjene u radno raspoloživom kapitalu zbog investicije	-200	0	0	0	20
12.	**Novčani tok od investicije (9. + 10. + 11.): ICF**	-1.750	0	0	0	330
13.	**Neto novčani tok (8. + 12.): NCF = ΔOCF + ICF**	-1.182	672	888	944	1.538

Slika 8.

Iz gornjeg je prikaza vidljivo kako je u okviru životnog vijeka investicijskog projekta vrijednost neto novčanih tokova pozitivna u svim godinama osim u prvoj (2005.), što je razumljivo s obzirom na velike novčane odljeve na ime investicijskog ulaganja u proizvodne pogone, opremu i radno raspoloživi kapital poduzeća u toj godini investicije.

Prije nego matematički definiramo metode za vrednovanje investicijskih projekata, potrebno nam je odrediti i jedinstveni način prikaza neto novčanih tokova za sve analizirane investicijske projekte s obzirom da ćemo takav prikaz koristiti u izračunu za sve korištene metode procjene (osim toga, u sljedećem dijelu poglavlja umjesto engleske kratice NCF za neto novčane tokove investicijskog projekta, koristit ćemo hrvatsku kraticu NNT).

U dosadašnjem dijelu teksta prezentirali smo projekciju budućih novčanih tokova investicije u kojoj smo novčane odljeve evidentirali u toku prve godine trajanja životnog vijeka investicijskog projekta (radilo se o poslovnoj situaciji kupovine i ulaganja u izgradnju nove dugotrajne imovine u maksimalnom trajanju od godine dana). Takav prikaz budućih neto novčanih tokova možemo pojednostaviti ako pretpostavimo da se investicijsko ulaganje odnosi isključivo na kupnju (a ne izgradnju) dugotrajne imovine koja je odmah raspoloživa za upotrebu (na početku prve godine trajanja investicijskog projekta). Tada kao prvi, formiramo neto novčani tok na kraju nulte godine (NNT_0), odnosno na početku prve godine životnog vijeka investicijskog projekta (n = 0) koji u biti predstavlja **novčane odljeve (novčani tok od investicije)** na ime ulaganja u dugotrajnu imovinu (investiciju). Svi preostali neto novčani tokovi (NNT_1, NNT_2, ..., NNT_{t-1}, NNT_t) do kraja životnog vijeka investicijskog projekta (n = 1, 2, ..., t-1, t) tada u pravilu predstavljaju **novčane priljeve (promjene u operativnom novčanom toku)** od ulaganja u tu istu dugotrajnu imovinu. To možemo prikazati sljedećom slikom:

Slika 9.

Sukladno prethodnom prikazu budućih neto novčanih tokova investicijskog projekta, dugoročni karakter kapitalnih ulaganja možemo podijeliti na dva osnovna razdoblja. Prvo razdoblje predstavlja **razdoblje investiranja** u kojem je potrebno osposobiti kapitalnu investiciju za stvaranje pozitivnih novčanih tokova tj., za generiranje profita. S obzirom na prethodni primjer, riječ je samo o početku prve godine kada dolazi do očekivanih novčanih odljeva u okviru investicijskog projekta. Drugo razdoblje predstavlja **razdoblje efektuiranja** unutar kojega se osigurava ekonomska i financijska efikasnost kapitalnog projekta. U odnosu na prethodni primjer, riječ je o svim novčanim tokovima koji uključuju razdoblje od kraja prve do kraja posljednje godine investicijskog projekta.

Na temelju tako definiranih novčanih tokova investicijskog projekta možemo pristupiti matematičkom izračunu metoda za vrednovanje investicija.

9.3 Osnovne metode vrednovanja investicija

Ovdje ćemo izložiti **četiri metode vrednovanja investicijskih projekata** (sve četiri međusobno se nadopunjuju) koje se ravnopravno koriste u svijetu. Na slici 3 prikazali smo njihove nazive na hrvatskom jeziku, međutim, zbog toga što su te metode proistekle iz anglosaksonske gospodarske prakse, i zbog toga što se engleski nazivi i skraćenice koriste u računalnim programima za odgovarajuće financijske funkcije (Excel), na sljedećem prikazu dajemo i njihove engleske prijevode:

RB	HRVATSKI NAZIVI	ENGLESKI NAZIVI
1.	Vrijeme povrata	Payback period (PBP)
2.	Neto sadašnja vrijednost	Net present value (NPV)
3.	Interna stopa rentabilnosti	Internal rate of return (IRR)
4.	Indeks profitabilnosti	Profitability index (PI)

Slika 10.

Unatoč tome što se sve četiri metode izvode jedna iz druge, svaka od njih ima svoje prednosti i nedostatke. Prva je od njih (vrijeme povrata) za ekonomske analitičare najjednostavnija, međutim ona premalo govori o svim aspektima investicijskih projekata nužnim za njihovo vrednovanje (s obzirom da pripada metodama koje ne koriste diskontirane novčane tokove). Preostale tri metode modernije su i profinjenije, međutim, teže za primjenu u praksi (traže poznavanje financijske matematike i osnovnih financijskih aplikacija), a uz to, one mogu davati i međusobno oprečne ocjene (pripadaju skupini metoda koje koriste diskontirane novčane tokove). Krenimo redom s pojašnjenjem svih metoda:

1. Vrijeme povrata (*engl. payback period* - ***PBP***) predstavlja broj razdoblja, odnosno broj godina tijekom kojih je potrebno ostvariti takav neto novčani tok investicijskog projekta kojim bi se unutar njegovog životnog vijeka povratila ukupna vrijednost realizirane investicije.

Ako je NNT_n neto novčani tok investicijskog projekta u *n-toj* godini, I_n vrijednost investicije u *n-toj* godini životnog vijeka investicijskog projekta, *n* broj godina u životnom vijeku investicijskog projekta (*n = 0, 1, 2,…, t*), *t* sveukupno razdoblje životnog vijeka investicijskog projekta, t_i sveukupno razdoblje investiranja, tada je $\boldsymbol{t_p}$ ***(PBP)*** vrijeme povrata investicijskog projekta jednako:

a) ako su svi godišnji neto novčani tokovi jednaki ($NNT_0 = NNT_1 ... = ... NNT_{n-1} = NNT_n$):

$$\sum_{n=0}^{t_i} I_n = \sum_{n=0}^{t_p} NNT_n$$, primjenom pojednostavljenog zapisa dobije se:

$$I_0 = NNT_0 = \sum_{n=1}^{t_p} NNT_n$$

u situaciji u kojoj su novčani odljevi na ime investicije (I_0 / NNT_0) evidentirani samo na početku životnog vijeka projekta (n = 0), a svi novčani priljevi u okviru investicijskog projekta (NNT_n) evidentirani na kraju svake godine njegovog životnog vijeka, počevši od prve pa sve do godine pokrića, odnosno povrata investicije ($n = 1, 2, \ldots, t_p$). U tom slučaju, novčani odljev na ime investicije (I_0) može biti nekoliko puta veći od pojedinačnih novčanih priljeva (NNT_n), a vrijeme povrata dobivamo kao omjer vrijednosti investicije i novčanog priljeva u jednoj godini ($t_p = I_0 / NNT_n$). Rezultat je samo tada jednak cjelobrojnom iznosu godina.

b) ako godišnji neto novčani tokovi nisu jednaki ($NNT_0 \neq NNT_1 ... \neq ... NNT_{n-1} \neq NNT_n$):

   $\boldsymbol{t_p}$ *= zbroj godina prije pokrića + (apsolutna vrijednost nepokrivenog iznosa kumulativnog neto novčanog toka u godini prije pokrića / neto novčani tok u godini pokrića)*

Zbroj godina prije pokrića predstavlja one godine životnog vijeka investicijskog projekta koje još uvijek imaju evidentiranu negativnu kumulativnu vrijednost budućih neto novčanih tokova (*engl. cumulative cash flows* - ***CCF***). Posebnu pozornost obraćamo na dvije uzastopne godine u kojima kumulativ neto novčanih tokova prelazi iz negativne u pozitivnu vrijednost jer se te dvije vrijednosti prema prethodnoj relaciji stavljaju u omjer (apsolutna vrijednost kumulativnog neto novčanog toka u posljednjoj godini prije pokrića i vrijednost neto novčanog toka u prvoj godini pokrića).

Vrijeme povrata predstavlja specifičnu mjeru efikasnosti jer se za razliku od svih ostalih metoda koje ćemo analizirati ne radi o apsolutnoj niti relativnoj veličini, već o broju razdoblja, odnosno broju godina (iskazuje se vremenski period). Izračunavamo je upotrebom kalkulatora te, alternativno, primjenom računala u Excelu. Za donositelja odluke, kriteriji za investiranje kod izračuna PBP su sljedeći:

1) $t_p < t$ projekt prihvatljiv!

2) $t_p = t$ projekt neutralan (na razini točke pokrića)!

3) $t_p > t$ projekt nije prihvatljiv!

pri čemu je *t* sveukupno razdoblje životnog vijeka investicijskog projekta. Iz definiranog kriterija za investiranje vidljivo je da je nužno usporediti vrijeme povrata (PBP) tj., razdoblje u kojem će se izvršiti povrat investicije (t_p) sa sveukupnim razdobljem životnog vijeka investicijskog projekta (t). Ukoliko je vrijeme povrata investicije kraće od sveukupnog razdoblja životnog vijeka investicijskog projekta ($t_p < t$), tada je projekt prihvatljiv za poduzeće. Ako pak na povrat uložene investicije treba čekati do kraja životnog vijeka investicijskog projekta ($t_p = t$), tada će projekt biti ostvaren samo na razini točke pokrića. Najnepovoljniji scenarij pretpostavlja da se za vrijeme životnog vijeka investicijskog projekta neće uopće ostvariti pozitivni kumulativni neto novčani tokovi tj., povrat na investiciju ($t_p > t$), što onda znači da je investicija u potpunosti neisplativa, odnosno neprihvatljiva managementu poduzeća.

Na temelju takvih razmatranja možemo zaključiti kako kod ove metode, ako se ona koristi za procjenu efikasnosti investicijskih projekata, bolje rezultate daju oni investicijski projekti koji ostvaruju ‘pozitivnije’ neto novčane tokove u prvim godinama svog životnog vijeka (*engl. front-loaded cash flows*). Osim toga, ova se metoda može povezati s tipom ekonomske analize kojom se traži, odnosno izračunava točka pokrića (*engl. break-even analysis*). Naime, sve godine životnog vijeka investicijskog projekta koje slijede nakon godine odnosno točke pokrića, zapravo su suvišne u takvoj vrsti analize. Sukladno tome, godine, životnog vijeka koje slijede nakon vremena povrata (*engl. postpayback duration*) ne utječu na definiranje stava o efikasnosti tog investicijskog projekta (prema tome, ne utječu na postizanje maksimaliziranja bogatstva dioničara). Ukoliko je pak vrijednost tih preostalih novčanih tokova zanemariva ili jednaka nuli, tada možemo zaključiti kako je takav investicijski projekt u potpunosti neisplativ za poduzeće. Zbog svega navedenog, ova metoda ima vrlo ograničenu primjenu u praksi (ukoliko se njome želi postići maksimaliziranje bogatstva dioničara). Vrijeme povrata trebali bi koristiti samo u postupku 'inicijalnog testiranja' efikasnosti investicijskih projekata (i to ne onih dugoročnih) jer u biti predstavlja 'približnu mjeru' kojom se utvrđuje likvidnost investicijskog projekta (tj., kako se brzo mogu ostvariti povrati novčanih sredstava, odnosno novčani priljevi od investicije). To je i osnovni razlog zbog kojeg ova metoda ne može biti pouzdanim kriterijem za procjenu efikasnosti investicijskih projekata kada poduzeće odlučuje između **međusobno isključivih projekata,** odnosno u situaciji **ograničenog kapitalnog budžeta** (o čemu će biti više govora u daljnjem dijelu teksta).

2. Neto sadašnja vrijednost (*engl. net present value* - ***NPV***) predstavlja sumu svih budućih neto novčanih tokova investicijskog projekta svedenih na sadašnju vrijednost primjenom procesa diskontiranja. Treba napomenuti da je u izračun svih budućih neto novčanih tokova uključeno i početno (inicijalno) ulaganje u investiciju.

Ako je NNT_n neto novčani tok investicijskog projekta u n-toj godini, r diskontna stopa n broj godina u životnom vijeku investicijskog projekta ($n = 0, 1, 2, \ldots, t$) i t sveukupno razdoblje životnog vijeka investicijskog projekta, tada je ***NPV*** neto sadašnja vrijednost investicijskog projekta jednaka:

$$NPV = \frac{NNT_0}{(1+r)^0} + \frac{NNT_1}{(1+r)^1} + \ldots.. + \frac{NNT_{t-1}}{(1+r)^{t-1}} + \frac{NNT_t}{(1+r)^t},$$ tj., u skraćenom zapisu:

$$NPV = \sum_{n=0}^{t} \left(\frac{NNT_n}{(1+r)^n}\right)$$

Alternativno, dobivenu formulu za NPV možemo prikazati i na drugačiji način, tako da umjesto simbola za neto novčani tok na kraju nulte godine (NNT_0) u prethodnu relaciju uvrstimo simbol za vrijednost investicije na kraju nulte godine životnog vijeka investicijskog projekta (I_0). U tom slučaju dobit ćemo sljedeću relaciju:

$$NPV = -I_0 + \frac{NNT_1}{(1+r)^1} + ... + \frac{NNT_{t-1}}{(1+r)^{t-1}} + \frac{NNT_t}{(1+r)^t}$$, tj., u skraćenom zapisu:

$$NPV = -I_0 + \sum_{n=1}^{t} \left(\frac{NNT_n}{(1+r)^n}\right)$$

Neto sadašnja vrijednost predstavlja apsolutnu mjeru efikasnosti jer se izražava u novčanim jedinicama (a ne u postocima). Također se izračunava upotrebom kalkulatora te, alternativno, primjenom računala u Excelu (korištenjem financijskih funkcija). Za donositelja odluke, kriteriji za investiranje kod izračuna NPV su sljedeći:

1) NPV > 0 projekt je efikasan!
2) NPV = 0 projekt neutralan (na razini točke pokrića)!
3) NPV < 0 projekt nije efikasan!

Kriterij za investiranje definiran je NPV pravilom odlučivanja koje glasi da investicijski projekt treba usvojiti samo ako je NPV > 0. Postoji specifičnost koja se javlja kod međusobno isključivih projekata u kojima usvajanje samo jednog investicijskog projekta u poduzeću znači odbijanje jednog ili više drugih razmatranih prijedloga (najčešće zbog operativnih ili strateških poslovnih razloga). Druga je specifičnost poslovna situacija ograničenog kapitalnog budžeta, odnosno racioniranja kapitala. Te dvije poslovne situacije ponekad mogu biti i povezane, čime u biti dobivaju isto značenje (iako to nije uvijek slučaj). Na primjer, zbog ograničenog kapitalnog budžeta tj., oskudnosti novčanih sredstava, poduzeće može biti u situaciji odabrati samo jedan investicijski projekt između više ponuđenih, što onda znači da su svi ostali projekti automatski isključeni iz investicijskih planova poduzeća (dakle, radi se o međusobno isključivim projektima). No, to ne mora biti nužno tako jer se ponekad u poduzeću, u situaciji racioniranja kapitala, može usvojiti i kombinacija nekoliko investicijskih projekata. Za obje specifične situacije vrijedi NPV pravilo odlučivanja koje kaže da tada treba usvojiti samo onaj investicijski projekt s NPV > 0 koji ima maksimalnu NPV (sve druge treba odbaciti).

Međutim, u vrlo rijetkim slučajevima, dva različita i međusobno isključiva investicijska projekta mogu davati identičnu neto sadašnju vrijednost koja će ovisiti o obračunatoj diskontnoj stopi u kalkulaciji (u takvoj situaciji ne bismo mogli donijeti odluku o tome koji investicijski projekt usvojiti, a koji ne). Diskonta stopa koja daje identičan rezultat NPV za dva različita investicijska projekta naziva se **prijelaznom diskontnom stopom** (*engl. cross-over discount rate*). Ukoliko se takav slučaj pojavi u praksi, donositelj odluka bit će primoran promijeniti vrijednost diskontne stope na veću ili manju vrijednost (uz odgovarajuće argumente koji će potkrijepiti takvu odluku jer ona izravno utječe na odabir investicijskog projekta).

Iz svega navedenog, možemo zaključiti kako najveći problem kod primjene NPV kriterija odlučivanja predstavlja definiranje rizika budućih novčanih tokova odabirom diskontne stope r, odnosno adekvatnom primjenom troška kapitala (zahtijevane stope povrata) koji će odgovarati stvarnim tj., tržišnim vrijednostima u trenutku izračuna.

3. Interna stopa rentabilnosti (*engl. internal rate of return – **IRR***) takva je diskontna stopa koja neto sadašnju vrijednost investicijskog projekta svodi na nulu (radi se o maksimalno prihvatljivoj stopi profitabilnosti, najvećoj što je investicijski projekt može prihvatiti).

Ako je NPV neto sadašnja vrijednost investicijskog projekta, NNT_n neto novčani tok investicijskog projekta u n-toj godini, n broj godina u životnom vijeku investicijskog projekta ($n = 0, 1, 2, ..., t$) i t sveukupno razdoblje životnog vijeka investicijskog projekta, tada je ***IRR*** interna stopa rentabilnosti investicijskog projekta jednaka:

$$NPV = \sum_{n=0}^{t} \left(\frac{NNT_n}{(1 + IRR)^n}\right) = 0$$

Jednako kao i kod neto sadašnje vrijednosti, dobivenu formulu za IRR možemo prikazati i na drugačiji način. Ako umjesto simbola za neto novčani tok na kraju nulte godine (NNT_0) u prethodnu relaciju uvrstimo simbol za vrijednost investicije na kraju nulte godine životnog vijeka investicijskog projekta (I_0), u tom slučaju dobit ćemo sljedeću relaciju:

$$NPV = -I_0 + \sum_{n=1}^{t} \left(\frac{NNT_n}{(1 + IRR)^n}\right) = 0$$

Prema gornjoj relaciji, interna stopa rentabilnosti (*IRR*) ona je diskontna stopa koja svodi sve neto novčane priljeve (NNT_n) u razdoblju čitavog životnog vijeka investicijskog projekta (*n = 1, 2,…, t*) na sadašnju vrijednost njegovih investicijskih troškova (I_0). Interna stopa rentabilnosti predstavlja relativnu mjeru efikasnosti jer se izražava u postocima (a ne u novčanim jedinicama). Izračunava se primjenom računala u Excelu (korištenjem financijskih funkcija) te, alternativno, upotrebom kalkulatora u metodi iteracije kojom se izvodi ponavljanje postupaka pokušaja i pogrešaka. Ti postupci završavaju primjenom formule za **linearnu interpolaciju** koja nam služi za točan izračun IRR. Postupak takvog izračuna IRR započinjemo tako da najprije odaberemo jednu diskontnu stopu za koju se vjeruje da je blizu vrijednosti interne stope rentabilnosti. Zatim primjenom te diskontne stope izračunavamo neto sadašnju vrijednost. Ako primjena te diskontne stope rezultira nultom neto sadašnjom vrijednošću, postupak je završen i dobivena je IRR (no, to je varijanta koja se rijetko događa). Ako je rezultat NPV veći od nule, nastavlja se isti proračun s drugom diskontnom stopom koja ima višu vrijednost od prve (jer će primjena takve stope dati manju vrijednost NPV koja je bliža vrijednosti nula). S druge strane, ako je rezultat NPV manji od nule, proračun se nastavlja s drugom diskontnom stopom koja ima manju vrijednost od prve (s obzirom da će primjena takve stope dati veću vrijednost NPV koja je također bliža nuli). Konačno, u postupku iteracije treba odrediti koje su to dvije diskontne stope između kojih se nalazi tražena IRR (za jednu od njih NPV je malo veći od vrijednosti nule, dok je za drugu NPV malo manji od nule). Nakon toga se za izračun interne stope rentabilnosti koristi formula za linearnu interpolaciju koja ima sljedeći oblik:

$$Y = Y_1 + \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}(X - X_1)$$

pri čemu je Y tražena interna stopa rentabilnosti, Y_1 i Y_2 diskontne stope između kojih se vrši interpolacija, X neto sadašnja vrijednost za IRR (to je nulta vrijednost) te X_1 i X_2 neto sadašnje vrijednosti za diskontne stope

Y_1 i Y_2. Gornja formula odgovara matematičkoj jednadžbi pravca kroz dvije zadane točke $T_1(x_1,y_1)$ i $T_2(x_2,y_2)$. Konačno, za donositelja odluke, kriteriji za investiranje kod izračuna IRR su sljedeći:

1) IRR > r projekt efikasan!
2) IRR = r projekt neutralan (na razini točke pokrića)!
3) IRR < r projekt nije efikasan!

pri čemu je *r* diskontna stopa koja predstavlja trošak kapitala investicijskog projekta odnosno zahtjevam stopu povrata investitora. Kriterij za investiranje definiran je IRR pravilom odlučivanja koje kaže da projekt treba usvojiti samo ako je IRR > r, zato što je prema definiciji interna stopa rentabilnosti ona diskontna stopa čija primjena uzrokuje da neto sadašnja vrijednost investicijskog projekta bude jednaka nuli (NPV = 0). U tom slučaju, IRR treba biti veća od zadane diskontne stope r koju koristimo u investicijskom projektu kako bi na taj način i neto sadašnja vrijednost bila veća od nule (NPV > 0).

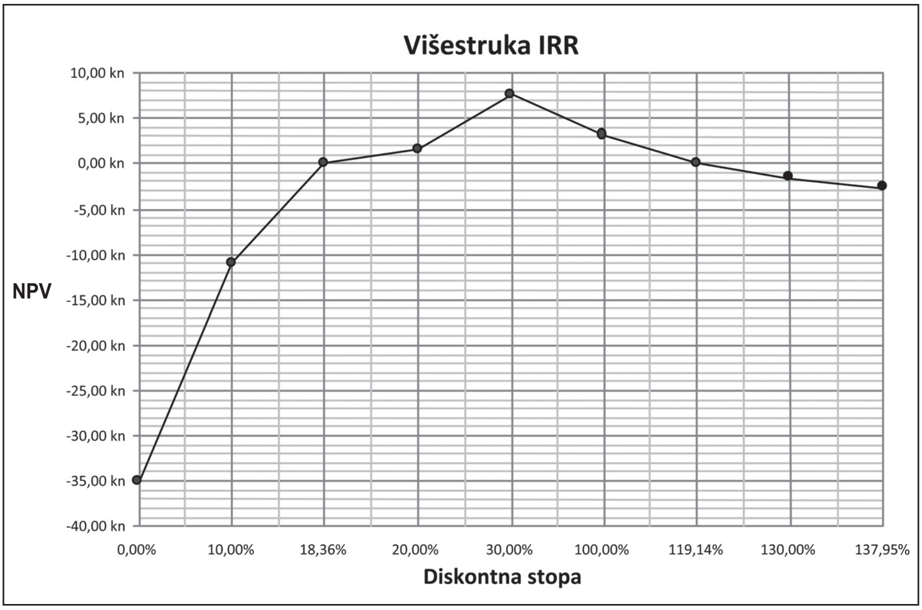
Postoji realna opasnost za primjenu interne stope rentabilnosti kao pravila (tehnike) odlučivanja kod investicijskih projekata, a odnosi se na mogućnost pojavljivanja više od jedne, odnosno **višestrukih internih stopa rentabilnosti** (*engl. multiple internal rate of return*). Takva situacija javlja se kada dolazi do višestrukih promjena predznaka u vrijednostima neto novčanih tokova u okviru životnog vijeka investicijskog projekta (od pozitivne na negativnu vrijednost i obratno, od negativne na pozitivnu vrijednost). To onda znači da se i predznak neto sadašnje vrijednosti investicijskog projekta mijenja u tom razdoblju (+ / - odnosno - / +).

U trenutku kada je vrijednost NPV jednaka nuli (tj., kada je u toku promjena iz jednog predznaka u drugi), vrijednost diskontne stope (r) odgovara vrijednosti interne stope rentabilnosti (IRR). To se može vidjeti na sljedećem grafičkom prikazu (slika 4) kojim prikazujemo odnos neto sadašnje vrijednosti i diskontne stope u razdoblju od tri godine životnog vijeka određenog investicijskog projekta u kojem vrijednosti neto novčanih tokova (NNT) na kraju svake godine iznose: -160 kn, 540 kn i 415 kn.

Na temelju poznate formule za NPV i nakon uvrštavanja različitih vrijednosti diskontnih stopa *r* u tu formulu, dobit ćemo sljedeće rezultate neto sadašnje vrijednosti (koje zatim uvrštavamo u grafički prikaz):

NPV	-35,00	-10,97	0,00	1,50	7,56	3,13	0,00	-1,59	-2,67
r	0,00	10,00	18,36	20,00	30,00	100,00	119,14	130,00	137,95

Iz sljedećeg grafičkog prikaza vidljivo je kako je neto sadašnja vrijednost tako definiranih neto novčanih tokova investicijskog projekta u dva navrata jednaka nuli. NPV je jednaka nuli kada je vrijednost diskontne stope jednaka 18,36 posto, ali i kada je vrijednost diskontne stope jednaka 119,14 posto. U oba se slučaja radi o različitim vrijednostima interne stope rentabilnosti za isti investicijski projekt.



Slika 11.

Dakle, iz dobivenog izračuna možemo zaključiti kako ne postoji jedinstvena interna stopa rentabilnosti i zbog toga se u ovom specifičnom slučaju IRR ne može upotrijebiti kao tehnika odlučivanja za procjenu efikasnosti investicijskih projekata.

Što se tiče ostalih ograničenja, postoji opasnost da primjenom IRR kriterija za odlučivanje eventualno ne dođe do maksimaliziranja bogatstva dioničara. Takva situacija može se javiti kod međusobno isključivih projekata, odnosno u situaciji racioniranja kapitala. Naime, odabir onog investicijskog projekta koji ima veću vrijednost IRR kada se treba odlučiti između dvaju različitih, ali i isključivih investicijskih projekata (najčešće zbog raspolaganja ograničenim kapitalom), ne mora nužno značiti i odabir boljeg investicijskog projekta (odnosno, tako definirano rangiranje investicijskih projekata ne mora biti i točno). S obzirom da izračun IRR predstavlja postotnu vrijednost, a ne apsolutnu (kao, na primjer, kod NPV kriterija za odlučivanje), donositelj odluke može biti doveden u zabludu (jer veća vrijednost dobivene kamatne stope ipak ne mora značiti da je taj projekt nužno i bolji). Zbog te činjenice trebamo s rezervom raspolagati dobivenim vrijednostima IRR kriterija za odlučivanje (dok kod primjene NPV kriterija za odlučivanje ipak nema takvih potencijalnih opasnosti). No, s druge strane, IRR kriterij jednostavan je za upotrebu i razumijevanje od strane donositelja odluka baš zato što ga izražavamo kao postotnu vrijednost (a to najviše odgovara ekonomistima).

4. Indeks profitabilnosti (*engl. profitability index - **PI***) predstavlja omjer sadašnje vrijednosti promjena u operativnom novčanom toku (**ΔOCF**) i sadašnje vrijednosti investicijskog novčanog toka (**ICF**). Indeks profitabilnosti često se naziva i **'benefit-cost' omjerom** (*engl. benefit-cost ratio*) zato što u stvari predstavlja omjer između koristi od ulaganja u investiciju (sadašnja vrijednost novčanih priljeva) i troškova investicije (sadašnja vrijednost novčanih odljeva).

Ako ΔOCF_n predstavlja vrijednost promjena u operativnom novčanom toku investicijskog projekta u *n-toj* godini, ICF_n predstavlja vrijednost investicijskog novčanog toka u *n-toj* godini, r je diskontna stopa, n broj godina u životnom vijeku investicijskog projekta ($n = 0, 1, 2, \ldots, t$) i t sveukupno razdoblje životnog vijeka investicijskog projekta, tada je ***PI*** indeks profitabilnosti investicijskog projekta jednak:

$$PI = \frac{\dfrac{\Delta OCF_0}{(1+r)^0} + \dfrac{\Delta OCF_1}{(1+r)^1} + \ldots.. + \dfrac{\Delta OCF_{t-1}}{(1+r)^{t-1}} + \dfrac{\Delta OCF_t}{(1+r)^t}}{\dfrac{ICF_0}{(1+r)^0} + \dfrac{ICF_1}{(1+r)^1} + \ldots.. + \dfrac{ICF_{t-1}}{(1+r)^{t-1}} + \dfrac{ICF_t}{(1+r)^t}}$$

, tj., u skraćenom zapisu:

$$PI = \sum_{n=0}^{t} \left(\frac{\frac{\Delta OCF_n}{(1+r)^n}}{\frac{ICF_n}{(1+r)^n}} \right)$$

Ukoliko tako definiranu formulu primijenimo na jedinstveni način prikaza neto novčanih tokova investicijskog projekta, u tom slučaju može se modificirati, odnosno pojednostaviti. Naime, neto novčani tokovi investicijskog projekta samo na početku prve godine (tj., na kraju nulte godine: n = 0) iskazuju novčane odljeve (investicijski novčani tok), dok na kraju svake godine životnog vijeka investicijskog projekta (n = 1, 2,..., t) iskazuju novčane priljeve (promjene u operativnim novčanim tokovima). Kada se ta modifikacija primijeni na prethodnu formulu, dobit ćemo sljedeću relaciju:

$$PI = \frac{\sum_{n=1}^{t} \frac{\Delta OCF_n}{(1+r)^n}}{ICF_0}$$

Konačno, postoji još jedna modifikacija prema kojoj prethodnu relaciju transformiramo u poseban oblik formule kojom se također definira indeks profitabilnosti. Ako brojnik u prethodnoj relaciji usporedimo s relacijom za NPV, možemo zaključiti kako vrijednost brojnika u gornjoj relaciji odgovara neto sadašnjoj vrijednosti (**NPV**) uvećanoj za troškove investicije ($\mathbf{I_0}$), i to ako se simbol za novčane priljeve (ΔOCF_n) supstituira simbolom za neto novčane tokove (NNT_n). Za novu relaciju trebamo još samo u nazivniku supstituirati simbol za novčane odljeve (ICF_0) simbolom za trošak tj., vrijednost investicije (I_0). Nakon toga dobit će se konačna, odnosno pojednostavljena relacija za izračun PI:

$$PI = \frac{(NPV + I_0)}{I_0}$$

Indeks profitabilnosti predstavlja relativnu mjeru efikasnosti jer se radi o brojčanom iznosu koji iskazuje omjer dviju apsolutnih veličina (tj., novčanih vrijednosti). Također se izračunava upotrebom kalkulatora te, alternativno, primjenom računala u Excelu (korištenjem financijskih funkcija). Za donositelja odluke, kriteriji za investiranje kod izračuna PI su sljedeći:

1) PI > 1 projekt je efikasan!

2) PI = 1 projekt neutralan (na razini točke pokrića)!

3) PI < 1 projekt nije efikasan!

Kriterij za investiranje definiran je PI pravilom odlučivanja koje kaže da projekt treba usvojiti samo ako je PI > 1, s obzirom da indeks profitabilnosti govori o tome koliku će vrijednost poduzeće ostvariti za jednu novčanu jedinicu investiranu u projekt (u ovom slučaju, više nego što je uloženo jer je rezultat veći od jedan). Sukladno tome, ako je vrijednost PI = 1, to znači da je povrat novčanih sredstava jednak uloženim sredstvima u projekt. S druge strane, projekt treba odbaciti ako se investitoru uložena sredstva u projekt vraćaju u manjem iznosu (kada je PI < 1).

Na temelju interpretacije rezultata indeksa profitabilnosti, možemo zaključiti kako se radi o kriteriju koji je zapravo varijacija kriterija neto sadašnje vrijednosti. Naime, kada je vrijednost NPV jednaka nuli, tada je vrijednost PI jednaka jedan. Tu povezanost možemo dodatno potkrijepiti analizom korištenja NPV i PI kriterija kod međusobno isključivih investicijskih projekata te u situaciji racioniranja kapitala. Na primjer, ukoliko su investicijski projekti međusobno isključivi i različitih težina (tj., bitno različitih novčanih iznosa), primjena PI kriterija nije najbolji odabir s obzirom na maksimaliziranje bogatstva dioničara (jer je, kao i kod IRR kriterija, u pitanju relativna, a ne apsolutna vrijednost). Sve dok ne trebamo birati između više projekata, što znači da možemo istovremeno odabrati više njih profitabilnih, korištenjem PI kriterija donosi se jednaka poslovna odluka kao i korištenjem NPV kriterija. U suprotnom, trebamo koristiti NPV kriterij kod kojeg nam je poznato da se u situaciji međusobno isključivih investicijskih projekata odabire onaj investicijski projekt s maksimalnom NPV. Ukoliko pak postoji ograničenje na potrošnju u okviru investicijskog projekta, izračun indeksa profitabilnosti može biti vrlo koristan jer njegovom primjenom postižemo maksimaliziranje bogatstva dioničara. Primjena PI kriterija nam u situaciji limitiranja kapitalnog budžeta (racioniranja kapitala) osigurava maksimalnu NPV na uloženi kapital u investicijski projekt. Naime, korištenje NPV kriterija utječe na selektiranje (odabir) efikasnih investicijskih projekata, ali ne i na njihovo rangiranje (od najviše do najmanje efikasnog). To rangiranje treba biti definirano tako da je najbolji onaj investicijski projekt koji daje najveću dodatnu vrijednost na uložena novčana sredstva. U tom slučaju, trebamo li odabrati između više efikasnih investicijskih projekata, koristit ćemo PI kriterij i odabrat ćemo onaj efikasni investicijski projekt koji ima najveću vrijednost PI (jer daje najveći povrat na uložena sredstva).

Nakon što smo pojasnili sve četiri metode za vrednovanje investicijskih projekata, na sljedećem konkretnom primjeru predočit ćemo i njihov izračun.

Primjer 9.1 Poduzeće ABC namjerava pokrenuti investicijski projekt za proširenje proizvodnih kapaciteta u iznosu od 30 milijuna kuna u trajanju od 10 godina. Inicijalno ulaganje u investiciju realizirat će se na početku prve godine životnog vijeka projekta (tj., na početku 2001. godine). U izračunu je predviđena kalkulacija diskontne stope u iznosu od 9 posto godišnje. Projekcija budućih neto novčanih tokova investicijskog projekta (uključujući i vrijednost kumulativnih neto novčanih tokova) je sljedeća:

milijuni kuna

Godina	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
NNT	-30,00	-11,50	-7,89	-5,20	3,60	8,50	11,90	18,70	21,80	25,70	35,50
CCF	-30,00	-41,50	-49,30	-54,50	-50,90	-42,40	-30,50	-11,80	10,00	35,70	71,20

NAPOMENA: Godina 2000.* predstavlja nultu godinu investicijskog projekta, odnosno početak prve, 2001. godine kada je evidentirana ukupna vrijednost investicije u iznosu od 30 mil. kuna.

1) Izračun metoda za procjenu efikasnosti zadanog investicijskog projekta na temelju prezentiranih formula je sljedeći (bez upotrebe financijskih funkcija):

a) PBP:

t_p = zbroj godina prije pokrića + (apsolutna vrijednost nepokrivenog iznosa kumulativnog neto novčanog toka u godini prije pokrića / neto novčani tok u godini pokrića)

$t_p = 7 + (11{,}80 / 21{,}80) = 7 + 0{,}54 = 7{,}54$ *godine*

Potrebno vrijeme povrata investicijskog projekta iznosi **7,54** godine, odnosno 7 godina, 6 mjeseci i približno 14 dana.

b) NPV:

$$NPV = -I_0 + \frac{NNT_1}{(1+r)^1} + ... + \frac{NNT_{t-1}}{(1+r)^{t-1}} + \frac{NNT_t}{(1+r)^t}$$

$$NPV = -30 + \frac{(-11{,}50)}{(1+0{,}09)^1} + \frac{(-7{,}80)}{(1+0{,}09)^2} + \frac{(-5{,}20)}{(1+0{,}09)^3} + \frac{(+3{,}60)}{(1+0{,}09)^4} + \frac{(+8{,}50)}{(1+0{,}09)^5} +$$

$$+ \frac{(+11{,}90)}{(1+0{,}09)^6} + \frac{(+18{,}70)}{(1+0{,}09)^7} + \frac{(+21{,}80)}{(1+0{,}09)^8} + \frac{(+25{,}70)}{(1+0{,}09)^9} + \frac{(+35{,}50)}{(1+0{,}09)^{10}}$$

$$NPV = -30 + \frac{(-11{,}50)}{1{,}0900} + \frac{(-7{,}80)}{1{,}1881} + \frac{(-5{,}20)}{1{,}2950} + \frac{(+3{,}60)}{1{,}4116} + \frac{(+8{,}50)}{1{,}5386} +$$

$$+ \frac{(+11{,}90)}{1{,}6771} + \frac{(+18{,}70)}{1{,}8280} + \frac{(+21{,}80)}{1{,}9926} + \frac{(+25{,}70)}{2{,}1719} + \frac{(+35{,}50)}{2{,}3674}$$

$NPV = 11{,}96$ milijuna kn

Prema tome, neto sadašnja vrijednost investicijskog projekta uz primjenu diskontne stope od 9 posto iznosi **11,96** milijuna kn.

c) IRR:

$$NPV = -I_0 + \sum_{n=1}^{t} \left(\frac{NNT_n}{(1+IRR)^n}\right) = 0$$

S obzirom da se u izračunu interne stope rentabilnosti koristimo metodom iteracije kojom izvodimo ponavljanje postupaka pokušaja i pogrešaka, u ovom ćemo slučaju praktični izračun IRR pojednostaviti, tj., svesti ga samo na primjenu sljedećih dviju diskontnih stopa (r) za koje je prema poznatoj formuli NPV jednaka:

a) za $r = 12\%$ $NPV = 0{,}91$ milijuna kn
b) za $r = 13\%$ $NPV = -2{,}19$ milijuna kn

Na taj način dobili smo referentne neto sadašnje vrijednosti od kojih je prva nešto veća, a druga nešto manja od nule. Kako neto sadašnja vrijednost treba biti jednaka nuli kako bismo dobili točnu internu stopu rentabilnosti, možemo zaključiti da će IRR imati vrijednost između 12 i 13 posto. Sukladno tome, da bismo precizno odredili vrijednost IRR, upotrijebit ćemo formulu za linearnu interpolaciju:

$$Y = Y_1 + \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}(X - X_1)$$

pri čemu je Y tražena interna stopa rentabilnosti IRR, Y_1 vrijednost diskontne stope od 12 posto, Y_2 vrijednost diskontne stope od 13 posto, X neto sadašnja vrijednost za IRR (NPV=0), X_1 neto sadašnja vrijednost za diskontnu stopu Y_1 u iznosu od 0,91milijuna kn, te X_2 neto sadašnja vrijednost za diskontnu stopu Y_2 u iznosu od -2,19 milijuna kn.

Kada se sve te veličine stave u prethodnu formulu, dobit ćemo sljedeću vrijednost za IRR:

$$IRR = 12\% + \frac{(13\% - 12\%)}{(-2{,}19 - 0{,}91)}(0 - 0{,}91)$$

$IRR = 12{,}26\%$

Dakle, vrijednost interne stope rentabilnosti u ovom primjeru iznosi **12,26 posto** godišnje.

d) PI:

$$PI = \frac{(NPV + I_0)}{I_0}$$

$$PI = \frac{(11{,}96 + 30)}{30} = \frac{41{,}96}{30}$$

$$PI = 1{,}40$$

Konačno, dobivena vrijednost za indeks profitabilnosti iznosi 1,40.

Proračunska tablica omogućava izračun gore navedenih kriterija pomoću ugrađenih funkcija. Vrijeme povrata zbog svoje jednostavnosti nije obuhvaćeno nikakvom posebnom funkcijom, dok se za neto sadašnju vrijednost i internu stopu rentabilnosti koriste dvije zasebne funkcije. Za izračun indeksa profitabilnosti upotrebljava se formula u okviru koje se koristi jednaka funkcija kao i za neto sadašnju vrijednost.

Neto sadašnja vrijednost (NPV) temelji se na ideji diskontiranja budućih neto novčanih tokova. Funkcija se zadaje u obliku

NPV(stopa, neto novčani tok 1, neto novčani tok 2...)

pri čemu je stopa diskontna stopa, a neto novčani tok predstavlja neto novčani tok za svako pojedino razdoblje (osim vrijednosti same investicije).

Interna stopa rentabilnosti (IRR) se zadaje u obliku IRR (vrijednost)

pri čemu se parametar vrijednost odnosi na neto novčane tokove svakog promatranog razdoblja, a vrijednost same investicije uključuje se u popis vrijednosti kao nulti neto novčani tok.

Ovaj primjer riješit ćemo pomoću tablice u koju ćemo upisati sve neto novčane tokove te nakon toga primijeniti gore navede funkcije), kao što je navedeno u nastavku.

Za izračun neto novčanog toka u ćeliju C15 potrebno je unijeti

=NPV(0,09;C4:C13)+C3

	A	B	C	D
1				
2		Godina	NNT	
3		2000	-30	
4		2001	-11,5	
5		2002	-7,89	
6		2003	-5,2	
7		2004	3,6	
8		2005	8,5	
9		2006	11,9	
10		2007	18,7	
11		2008	21,8	
12		2009	25,7	
13		2010	35,5	
14				
15		NPV=	11,96	mil. kuna
16		IRR=	12,26%	
17		PI=	1,40	

dok je za izračun interne stope rentabilnosti u ćeliju C16 potrebno upisati

=IRR(C3:C13)

te u ćeliju C17 upisati omjer NPV bez inicijalne investicije i vrijednosti same inicijalne investicije

=NPV(0,09;C4:C13)/ABS(C3)

2) Interpretacija dobivenih rezultata za sve četiri metode za procjenu investicijskih projekata obavlja se na sljedeći način:

a) $t_p < t$ odnosno $t_p < 10$

b) NPV > 0

c) IRR > r odnosno IRR > 9%

d) PI > 1

Prema dobivenim rezultatima svih četiriju metoda za procjenu (PBP, NPV, IRR i PI) možemo zaključiti kako je investicijski projekt efikasan, odnosno prihvatljiv za poduzeće, te da će management poduzeća u tom slučaju prihvatiti opciju njegova pokretanja.

9.4 Investicijska politika poduzeća (optimalan odabir investicijskih projekata)

U specifičnim poslovnim situacijama manageri su prinuđeni odabrati samo jedan investicijski projekt između više ponuđenih, različitih projekata, što znači da su takvi projekti uzajamno isključivi. Tada se s obzirom na sve ponuđene investicijske projekte obavlja njihovo rangiranje (od najefikasnijeg do najmanje efikasnog) te se odabire najbolje rangirani, odnosno optimalni investicijski projekt. Na temelju izračuna vrijednosti svih osnovnih kriterija za procjenu investicijskih projekata koje koriste diskontirane novčane tokove (NPV, IRR i PI), moći ćemo definirati poredak međusobno isključivih investicijskih projekata. Međutim, primjena različitih kriterija (NPV, IRR ili PI) može nam dati i proturječne rezultate (ali ne nužno), što znači da će u tom slučaju investicijski projekti biti različito rangirani. Konfliktno rangiranje upotrebom osnovnih kriterija koji koriste diskontirane novčane tokove posljedica je različitih kombinacija koje se mogu pojaviti u tom slučaju, a odnose se na razlike u vrijednosti investicije, razlike u životnom vijeku investicije i razlike u vrijednosti budućih novčanih tokova investicije. S druge strane, kriteriji koji ne koriste diskontirane novčane tokove (kao, na primjer, PBP) zbog svojih ograničenja ne osiguravaju pouzdanu informaciju za donositelje odluka (tj., ne maksimaliziraju bogatstvo dioničara), tako da ih u pravilu ne uključujemo u takvu vrstu kalkulacije.

Manageri koji uspoređuju više različitih investicijskih projekata trebali bi koristiti rezultate onih kriterija koji su upotrebljeni za procjenu njihove efikasnosti tako da ih rangiraju u opadajućem redoslijedu (s obzirom na njihovu prihvatljivost). Za NPV i PI kriterij rangiranje se bazira na temelju novčanog (apsolutnog) iznosa dobivenog upotrebom NPV kriterija, odnosno na temelju brojčane (relativne) vrijednosti dobivene korištenjem PI kriterija. Iako su oba kriterija bazirana na identičnoj matematičkoj osnovi, NPV i PI kriterij u situaciji više različitih projekata neće uvijek osigurati isto rangiranje (baš zbog činjenice što ih izražavamo u različitim mjernim jedinicama). Isto tako, ako u izračunu upotrebljavamo IRR kriterij koji se iskazuje na temelju postotne (relativne) vrijednosti definiranjem zahtijevane stope povrata, iskazano rangiranje ni tada ne mora biti jednako dobivenom rangiranju, kao što je to bilo kod NPV i IRR kriterija. Postoji specifična situacija u poslovanju u kojoj bi manageri trebali biti indiferentni kod odabira samo jednog investicijskog projekta između više ponuđenih. Ta točka indiferencije predstavlja stopu povrata kod koje se izjednačavaju sadašnje vrijednosti budućih novčanih tokova iz svih razmatranih i različitih investicijskih projekata (što odgovara pretpostavkama kod izračuna prijelazne diskontne stope koja daje jednaku neto sadašnju vrijednost za dva različita investicijska projekta). Navedenu stopu povrata nazivamo **Fisherovom stopom** prema cijenjenom ekonomistu Irvingu Fisheru koji je poznat u svjetskim razmjerima s obzirom na svoj rad u području kapitalnog budžetiranja. Ukoliko je korištena diskontna stopa koja predstavlja trošak kapitala veći nego što je Fisherova stopa, NPV, IRR i PI kriterij prezentirat će identično rangiranje u situaciji višestrukih investicijskih projekata. U suprotnom, ako je diskontna stopa manja od Fisherove, tada će sva tri kriterija koji koriste diskontirane novčane tokove prezentirati potencijalno drugačije rangiranje.

Konfliktni tj., drugačiji rezultati rangiranja proizlaze na temelju različitih pretpostavki reinvestiranja kod svih triju korištena kriterija. **Pretpostavkom reinvestiranja** predviđa se na koji se način novčani tokovi ostvareni tijekom životnog vijeka investicijskog projekta reinvestiraju do njegova završetka. NPV i PI kriterij pretpostavljaju da se ostvareni novčani tokovi reinvestiraju po diskontnoj stopi, odnosno u visini troška kapitala. IRR kriterij pretpostavlja da se ostvareni novčani tokovi reinvestiraju po diskontnoj stopi, koja odgovara zahtijevanoj stopi povrata. Iz tog razloga interna stopa rentabilnosti, odnosno zahtijevana stopa povrata može biti značajno veća nego što je diskontna stopa kojom se definira trošak kapitala te nas zbog toga može navesti na pogrešne zaključke u postupku procjene efikasnosti investicijskih projekata. Sada ćemo ilustrirati primjer zadatka u kojem će se odrediti rangiranje dvaju različitih investicijska projekata u istom poduzeću na temelju definiranih pretpostavki vezanih uz njihov optimalan odabir.

Primjer 9.2 Analiziraju se dva različita investicijska projekta unutar istog poduzeća, koja imaju sljedeća obilježja:

Obilježje:	Investicija A:	Investicija B:
Vrijednost investicije:	2.000.000 KN	200.000 KN
Neto novčani tokovi:	370.000 KN	39.000 KN
Životni vijek projekta:	12 godina	12 godina
Diskontna stopa:	9% godišnje	9% godišnje

Ovo je primjer zadatka u kojemu treba izvršiti rangiranje dvaju različitih investicijskih projekata koji imaju jednake životne vjekove, nejednake ali konstantne buduće novčane tokove i nejednake vrijednosti investicija. Rezultati metoda za procjenu efikasnosti investicije A i B dani su na sljedećem prikazu (kao i projekcija budućih novčanih tokova obiju investicija):

INVESTICIJA A:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-2.000.000	370.000	370.000	370.000	370.000	370.000	370.000	370.000	370.000	370.000	370.000	370.000	370.000

9%	r
649.468,35 kn	NPV
1,32	PI
15,07%	IRR

INVESTICIJA B:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-200.000	39.000	39.000	39.000	39.000	39.000	39.000	39.000	39.000	39.000	39.000	39.000	39.000

9%	r
79.268,29 kn	NPV
1,40	PI
16,32%	IRR

Iz dobivenih rezultata možemo vidjeti kako postoji konfliktna situacija rangiranja kod ovih dvaju investicijskih projekata. Naime, dok je kod *investicije A* vrijednost NPV kriterija veća nego kod *investicije B*, vrijednosti PI i IRR kriterija veće su kod *investicije B* nego kod *investicije A*. U tom bi slučaju donositelji odluka trebali odabrati onaj investicijski projekt koji ima veći prioritet s obzirom na postojeću poslovnu situaciju u poduzeću umjesto da se u obzir uzimaju konfliktni rezultati rangiranja korištenih kriterija za procjenu efikasnosti investicija.

Ukoliko pak izračunamo točku indiferencije, odnosno Fisherovu stopu kod koje se izjednačavaju neto sadašnje vrijednosti obiju investicija (u ovom primjeru neto sadašnja vrijednost za obje investicije iznosi 12.084,59 kn kada je stopa povrata jednaka 14,92 posto godišnje), tada se može izvršiti njihovo rangiranje. Zbog toga što apsolutna vrijednost NPV kriterija *investicije A* ima izraženiji pad vrijednosti nego apsolutna vrijednost NPV kriterija *investicije B*, to znači da će nakon točke indiferencije vrijednost NPV kriterija za *investiciju A* biti manja od NPV kriterija za *investiciju B*. Sukladno navedenom, ukoliko management poduzeća očekuje da će stvarna vrijednost troška kapitala odnosno diskontne stope biti iznad 14,92 posto godišnje, tada će prema NPV kriteriju rangirati *investiciju B* ispred *investicije A*. U suprotnom, *investicija A* biti će rangirana ispred *investicije B* sve dok je vrijednost troška kapitala manja od 14,92 posto godišnje.

Iz prakse je poznato kako manageri rangiraju kapitalne projekte tako da bi odabrali onaj investicijski projekt koji osigurava najveći povrat na uloženi kapital poduzeća. Pritome manageri imaju saznanja da su u stanju investirati u mnogo prihvatljivije investicijske projekte, ali im nedostaje dovoljno novčanih sredstava za takve poslovne odluke. To znači da mnoga poduzeća zapravo posluju u uvjetima racioniranja kapitala, odnosno ograničenog kapitala. Racioniranje kapitala podrazumijeva ograničenje managementu poduzeća u raspolaganju financijskim sredstvima za potrebe kapitalnog budžetiranja, odnosno za potrebe investiranja u dugotrajnu materijalnu imovinu. Razlozi za postojanje ograničenja kapitala mogu biti vanjski ili unutarnji. Vanjski su razlozi posljedica teškoća u pribavljanju raspoloživih novčanih sredstava po povoljnim uvjetima tj., uz adekvatnu kamatnu stopu koja tada predstavlja cijenu financiranja poduzeća (ne bi smjeli posuđivati novčana sredstva po nepovoljnijim uvjetima od tržišnih). Takvo racionaliziranje kapitala smatra se ‘tvrdim’ racionaliziranjem jer je nametnuto od strane investitora, odnosno kreditora poput poslovnih banaka. S druge strane, unutarnji razlozi mogu biti motivirani restriktivnom politikom uprave poduzeća (kada postoji opravdan strah da će veličina predložene investicije prouzročiti teškoće u radu managerima koji će biti zaduženi za njezino provođenje). U tom se slučaju racionaliziranje kapitala smatra 'mekim' racionaliziranjem jer je nametnuto od strane managementa poduzeća. Kada u poduzeću postoji ograničen novčani budžet za kapitalno investiranje, donošenje odluka o odabiru najefikasnijeg investicijskog projekta mora biti pod utjecajem postavljenih ograničenja. U takvim uvjetima, NPV kriterij možda neće definirati rangiranje koje maksimalizira bogatstvo dioničara s obzirom da se iskazuje u apsolutnom iznosu koji nema ograničenja i 'ne raspoznaje razlike' u veličini predloženih investicija. To je i jedan od glavnih razloga zbog kojeg vrednovanje efikasnosti kapitalnih projekata u uvjetima racioniranja kapitala ne smije biti provedeno upotrebom isključivo jednog kriterija. Kriteriji za procjenu efikasnosti investicijskih projekata trebaju biti korišteni u uzajamnoj zavisnosti s drugim kriterijima bez namjere da jedan drugog isključuju iz izračuna. I to zato što svaki od kriterija osigurava određenu korisnu informaciju donositelju odluka, bez obzira radilo se o kriterijima koji koriste ili ne koriste diskontirane novčane tokove.

S obzirom na specifične okolnosti ograničenosti kapitala, manageri u procesu ocjenjivanja prihvatljivosti predloženih investicijskih projekata trebaju prepoznati dva različita načina na temelju kojih će donijeti odgovarajuće poslovne odluke: **inicijalna odluka** kojom se određuje je li kapitalni projekt prihvatljiv s obzirom na neke ranije postavljene minimalne zahtjeve (takvi zahtjevi mogu biti postavljeni, na primjer, definiranjem odgovarajuće vrijednosti diskontne stope ili maksimalno prihvatljivog razdoblja povrata) te **preferencijalna odluka** kojom se određuje konačno rangiranje kapitalnih projekata s obzirom na njihov utjecaj na maksimalne dosege poslovnih ciljeva poduzeća (određena poduzeća u takvim situacijama rangiraju kategorije kapitalnih projekata s obzirom na prioritete u poslovanju). Na temelju takvih procjena managementa poduzeća bazira se i naš sljedeći primjer zadatka.

Primjer 9.3 Prikazano je pet različitih investicijskih projekata (zajedno s vrijednostima NPV, IRR i PI kriterija) u okviru kojih poduzeće treba odrediti optimalni projekt tj., treba ih sve rangirati (od najefikasnijeg do najmanje efikasnog), uz postojanje ograničenog kapitalnog budžeta u iznosu od 15 milijuna kuna:

Obilježje:	Vrijednost:	NPV:	IRR:	PI:
Investicija 1	11.000.000 KN	1.300.000 KN	12,20%	1,12
Investicija 2	9.000.000 KN	1.150.000 KN	15,65%	1,13
Investicija 3	7.500.000 KN	760.000 KN	9,15%	1,10
Investicija 4	10.000.000 KN	1.450.000 KN	11,45%	1,15
Investicija 5	12.000.000 KN	1.120.000 KN	8,80%	1,09

Bitno je napomenuti da se inicijalna odluka managementa u ovom slučaju odnosi na prihvaćanje projekata koji imaju IRR > 10%, dok se preferencijalna odluka odnosi na definiranje prioritetnih investicija, a u ovom primjeru to su investicije 1, 3 i 4.

Na primjeru pet zadanih investicijskih projekata u uvjetima ograničenog kapitala, ukoliko se kao inicijalni uvjet postavi zahtjev samo na IRR kriterij (mora biti veći od 10 posto), tada u konkurenciji ostaju još tri kapitalna projekta (*investicije 1, 2 i 4*). S obzirom na ograničenost kapitala, postoji mogućnost odabira samo jedne od tih triju preostalih investicija (jer kada bismo i htjeli kombinirati istovremeno dvije investicije u poduzeću, to ne bismo mogli učiniti s obzirom da je zajednička vrijednost *investicija 1 i 2*, *investicija 1 i 4*, te *investicija 2 i 4* veća od prihvatljivih 15 milijuna kuna, koliko iznosi postavljeni budžet). Kako smo *investicije 1 i 4* svrstali u prioritetne investicije za poduzeće, možemo zaključiti kako iz daljnjih kombinacija otpada *investicija 2* koja se ne smatra prioritetnom. Management poduzeća u tom će slučaju rangirati *investiciju 1* ili *investiciju 4* na prvo mjesto kao najefikasniju. Postojeću dvojbu između dviju preostalih investicija riješit ćemo tako da za njihovo konačno rangiranje primijenimo izračun PI kriterija. Onaj investicijski projekt koji bude imao najveću vrijednost PI kriterija bit će odabran kao najefikasniji (jer daje najveći povrat na investiciju, odnosno stvara najveću dodanu vrijednost kapitalnog projekta). U tom bi slučaju, na primjeru prethodnog zadatka, *investicija 4* bila najefikasnija i, sukladno tome, rangirana na prvo mjesto s obzirom da ima vrijednost PI kriterija 1,15. S druge strane, *investicija 1* ima vrijednost PI kriterija 1,12, što je u ovom slučaju rangira na drugo mjesto. Na taj smo način definirali rangiranje investicija i u uvjetima ograničenog kapitala.

Iz svega navedenog možemo zaključiti kako je problem rangiranja investicijskih projekata s obzirom na korištene metode prilično izražen (pogotovo u poslovnoj situaciji uzajamno isključivih projekata i/ili ograničenog kapitalnog budžeta). Naime, donositelji odluka moraju biti i dobri matematičari s vrsnim poznavanjem područja financijske matematike (kamatnog računa) kako bi izbjegli sve probleme i zamke u procesu rangiranja investicija (koji se logično multipliciraju s povećanjem broja onih investicija koje treba rangirati). Ukoliko to nije slučaj, donositelji odluka (koji su najčešće iz područja ekonomske struke) mogu doći u nedoumicu prilikom odabira najefikasnijeg investicijskog projekta kada poduzeće raspolaže većim brojem različitih investicijskih projekata.

9.5 Zadaci za vježbu

1. Izračunajte razdoblje povrata investicijskog projekta za sljedeće neto novčane tokove (NNT izraženi u milijunima kn) ako je vrijednost investicije jednaka 10 milijuna kn, a kumulativni neto novčani tokovi (CCF) po godinama životnog vijeka projekta su sljedeći:

GODINA:	2002.	2003.	2004.	2005.	2006.	2007.	2008.	2009.
NNT:	-15,25	-12,78	-4,85	8,80	15,44	22,10	28,17	33,78
CCF:	-25,25	-38,03	-42,88	-34,08	-18,64	3,46	31,63	65,41

Rješenje: PBP = t_p = 5,84 godine

2. Izračunajte neto sadašnju vrijednost investicijskog projekta za sljedeće neto novčane tokove (NNT izraženi u milijunima kn) ako je vrijednost investicije jednaka 5 milijuna kn, te provjerite je li ovaj projekt efikasan, neutralan ili neefikasan:

GODINA:	2002.	2003.	2004.	2005.	2006.	2007.	r (diskontna stopa)
NNT:	- 21,54	- 12,65	- 5,11	+ 9,19	+ 18,66	+ 22,44	8%

Rješenje: NPV = -6,25 milijuna kn, projekt neefikasan!

3. Izračunajte neto sadašnju vrijednost i indeks profitabilnosti investicijskog projekta za sljedeće neto novčane tokove (NNT izraženi u milijunima kn) ako je vrijednost investicije jednaka 10 milijuna kn, te provjerite je li ovaj projekt efikasan, neutralan ili neefikasan:

GODINA:	2003.	2004.	2005.	2006.	2007.	2008.	r (diskontna stopa)
NNT:	- 12,50	- 8,85	- 4,10	+ 9,22	+ 21,45	+ 32,33	11%

Rješenje: NPV = 4,65 milijuna kuna ; PI = 1,465, projekt efikasan!

4. Izračunajte koja je od ponuđenih diskontnih kamatnih stopa jednaka internoj stopi rentabilnosti tj., za koju će vrijednost diskontne stope neto sadašnja vrijednost investicije biti jednaka nuli za sljedeće neto novčane tokove (NNT izraženi u milijunima kuna):

GODINA:	2004.*	2005.	2006.	2007.	2008.	2009.	2010.
NNT:	- 15,00	- 11,82	- 8,23	+ 7,45	+ 12,50	+ 18,78	+28,52

Ponuđene diskontne stope: a) r_1 = 14,7852 % b) r_2 = 16,9011 %
c) r_3 = 18,2542 %

Napomena: Godina 2004.* predstavlja nultu godinu investicijskog projekta, odnosno početak prve, 2005. godine kada je evidentirana ukupna vrijednost investicije u iznosu od 15 mil. kuna.

Rješenje: IRR = r_2 = 16,9011 %

Problemski zadatak

Poduzeće FENIKS odlučilo je podići zajam u poslovnoj banci zbog investiranja u gradnju novog proizvodnog pogona za koji se pretpostavlja da će imati životni vijek od 7 godina (poduzeće će na ovu dugotrajnu imovinu primjenjivati linearnu stopu amortizacije od 14,29 posto u trajanju od 7 godina). S obzirom na kratak životni vijek ovog investicijskog projekta, poduzeće očekuje da će projekt biti isplativ u relativno kratkom roku, odnosno da će ocjena njegove financijske efikasnosti pokazati opravdanost ulaganja sredstava. Financijski tim stručnjaka poduzeća FENIKS pripremio je projekciju budućih neto novčanih tokova ovog investicijskog projekta koja uključuje promjene u operativnom novčanom toku, kao i novčani tok od investicije (odnosno, vrijednost investicije u iznosu od 132,50 milijuna kn koji su uloženi u kapitalni projekt na početku njegova životna vijeka tj., na početku 2003. godine). Konačni rezultat predstavlja neto novčani tok za svih 7 godina životnog vijeka ovog investicijskog projekta (počevši od 2003. godine pa sve do 2009. godine). Vrijednosti budućih neto novčanih tokova (kao i kumulativnih neto novčanih tokova) prikazane su u sljedećoj tabeli:

OCJENA FINANCIJSKE EFIKASNOSTI INVESTICIJSKOG PROJEKTA

RB	OPIS	2002*	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
1.	Promjene u prihodima zbog investicije	-	142,40	164,50	178,50	191,10	205,70	218,70	238,20
2.	Promjene u rashodima zbog investicije	-	124,70	134,80	142,70	154,20	167,10	172,90	189,20
3.	Povećanje u obračunu amortizacije zbog investicije u novu imovinu	-	18,93	18,93	18,93	18,93	18,93	18,93	18,92
4.	Promjene u oporezivim prihodima (1. - 2. - 3.):	-	-1,23	10,77	16,87	17,97	19,67	26,87	30,08
5.	Oporezivi dio prihoda (20%)	-	-0,25	2,15	3,37	3,59	3,93	5,37	6,02
6.	Promjene u prihodima nakon odbitka poreza (4. - 5.):	-	-0,98	8,62	13,50	14,38	15,74	21,50	24,06
7.	Dodavanje amortizacije zbog karaktera nenovčanog rashoda	-	18,93	18,93	18,93	18,93	18,93	18,93	18,92
8.	**Promjene u operativnom novčanom toku (6. + 7.): ΔOCF**	**-**	**17,95**	**27,55**	**32,43**	**33,31**	**34,67**	**40,43**	**42,98**
9.	**Novčani tok od investicije: ICF**	**-132,50**	**0,00**	**0,00**	**0,00**	**0,00**	**0,00**	**0,00**	**0,00**
10.	**Neto novčani tok (8. + 9.): NCF = ΔOCF + ICF**	**-132,50**	**17,95**	**27,55**	**32,43**	**33,31**	**34,67**	**40,43**	**42,98**
11.	**Kumulativni neto novčani tokovi: CCF**	**-132,50**	**-114,55**	**-87,01**	**-54,58**	**-21,28**	**13,39**	**53,82**	**96,80**

NAPOMENA: Godina 2002.* u tablici predstavlja nultu godinu investicijskog projekta, odnosno početak prve, 2003. godine kada je evidentirana ukupna vrijednost investicije u iznosu od 132,50 milijuna kuna.

Diskontna stopa (zahtijevana stopa povrata, odnosno trošak kapitala) koja se primjenjuje kod financijske analize ovog investicijskog projekta iznosi 9 posto godišnje (složeni dekurzivni obračun kamata).

Na temelju projekcije budućih neto novčanih tokova ovog investicijskog projekta treba izvršiti ocjenu njegove financijske efikasnosti korištenjem sljedećih metoda:

a) razdoblje povrata (PBP);

b) neto sadašnja vrijednost (NPV);

c) interna stopa rentabilnosti (IRR);

d) indeks profitabilnosti (PI).

Literatura

1. Atrill, P., McLaney, E., (2006), Accounting and Finance for Non-Specialists, 5th edition, Prentice Hall, Harlow, England.
2. Babić, M., Babić., A., (2000), Međunarodna ekonomija, MATE d.o.o., Zagreb.
3. Barfield, J., Raiborn, C., A., Dalton, M., A., (1991), Cost Accounting – Traditions and Innovations, West Publishing Company, USA.
4. Barnett, R., A., Ziegler, M., R., Byleen, K., E., (2006), Primjenjena matematika za poslovanje, ekonomiju, znanosti o živom svijetu i humanističke znanosti, hrvatsko izdanje, MATE d.o.o., Zagreb.
5. Belak, V., (2006), Menadžersko računovodstvo, RRiF-plus d.o.o., Zagreb.
6. Bendeković, J., Lasić, V., (1991), Vrednovanje imovine i poslovanja poduzeća, Ekonomski institut, Zagreb.
7. Brealey, R., A., Myers S., C., Marcus A., J., (2007), Osnove korporativnih financija, hrvatsko izdanje, MATE d.o.o., Zagreb.
8. Dabčević, A., Dravinac, N., Franić, I., Sekulić, B., Šego, B., (1994), Primjena matematike za ekonomiste, Zbirka zadataka, Informator, Zagreb.
9. Fabozzi, F., J., (1993), Bond Markets, Analysis and Strategies, 2nd edition, Prentice-Hall Inc., Englwood Cliffs, New Jersey, USA.
10. Grabovsky, K., (1997), Priručnik za investitore, TEB poslovno savjetovanje, Zagreb.
11. Grupa autora (redaktori: D. Gulin, L. Žager), (2006), Računovodstvo, HZRIFD, Zagreb.
12. Kieso, D., Weygandt, J., Warfield, T., (2003), Fundamentals of Intermediate Accounting, John Wiley & Sons, New Jersey, USA.
13. Krugman, P., Obstfeld, M., (2004), International Economics: Theory and Policy, 6th edition, Addison Wesley, Boston, USA.
14. Lerner, J., J., Petr, Z., (1985), Schaum's Outline of Theory and Problems of Business Mathematics, McGraw-Hill Inc., New York, USA.
15. Levy, H., Sargant, M., (1990), Capital & investment financial decisions, Prentice-Hall Inc., Englwood Cliffs, New Jersey, USA.
16. Meigs, R., F., Meigs, W., B., (1993), Računovodstvo: Temelj poslovnog odlučivanja, hrvatsko izdanje, MATE d.o.o., Zagreb.
17. Orsag, S., (2002) Budžetiranje kapitala – procjena investicijskih projekata, Masmedia, Zagreb.
18. Peterson, P., Fabozzi, F., J., (2002), Capital Budgeting: Theory and Practice, John Wiley & Sons Inc., New York, USA.
19. Relić, B., (1996), Gospodarska matematika, Hrvatska zajednica računovođa i financijskih djelatnika, Zagreb.

20. Roueche, W., N, Graves, H., G., (2001), Business Mathematics, Prentice-Hall Inc., Englwood Cliffs, New Jersey, USA.
21. Shapiro, A., (2004), Capital Budgeting and Investment Analysis, Prentice Hall, New York, USA.
22. Šutalo, I., Leko, V., Grubišić, N., (1994), Financijski management u praksi, II izdanje, Masmedia, Zagreb.
23. Tuttle, M., D., (2001), Practical Business Math - An Applications Approach, Northwood University, Cedar Hill, USA.
24. Van Horne, J., (1997), Financijsko upravljanje i politika, hrvatsko izdanje, MATE d.o.o., Zagreb.
25. Van Horne, J., Wachowicz, J., (2002), Osnove financijskog menedžmenta, hrvatsko izdanje, MATE d.o.o., Zagreb.
26. Vidučić, Lj., (2006), Financijski menadžment, RRIF-plus d.o.o., V izdanje, Zagreb.
27. William, L., Kindsfather, W., Parish, A., (2003), Business Mathematics, Prentice-Hall Inc., Englwood Cliffs, New Jersey, USA.
28. Žager, K., Tušek, B., Vašiček, V., Žager, L., (2007), Osnove računovodstva - računovodstvo za neračunovođe, HZRIFD, Zagreb.
29. Žager, K., Žager, L., (1999), Analiza financijskih izvještaja, Masmedia, Zagreb.

Indeks pojmova

O autorima

Branimir Gruić rođen je 1972. u Vukovaru, Republika Hrvatska. Diplomirao je 1997. na Ekonomskom fakultetu u Zagrebu na kojem je 2003. stekao i titulu magistra znanosti. Trenutno radi u Bank for International Settlements u Baselu. Sudjelovao je na nekoliko međunarodnih konferencija. Oženjen je i otac dvoje djece.

Igor Jemrić rođen je 1961. godine u Zagrebu. Diplomirao je na Ekonomskom fakultetu u Zagrebu 1985. godine, a magistrirao na temu Optimalizacija konveksnih modela matematičkog programiranja i primjene, također na Ekonomskom fakultetu u Zagrebu. Zaposlen je u Hrvatskoj narodnoj banci kao direktor Direkcije za statistiku. Predaje na Zagrebačkoj školi ekonomije i managementa predmete Matematika za ekonomiste i managere, Financijska matematika 2 te Odabrana poglavlja financijske matematike. Otac je dvoje djece, Nike i Matka.

Ivan Šutalo rođen je 1959. godine u Gradištu kraj Županje. Diplomirao je i magistrirao na Ekonomskom fakultetu u Zagrebu, doktorski je kandidat na Ekonomskom fakultetu u Splitu. Od 2010. godine stalno je zaposlen na ZŠEM-u u zvanju predavača na katedri za matematiku i statistiku. Na Zagrebačkoj školi ekonomije i managementa predaje sljedeće predmete: Matematika za ekonomiste i managere, Statistika 1 i Statistika 2 te Ekonomija za managere. Oženjen je i otac dvoje djece.

Hrvoje Volarević rođen je 1970. godine u Zagrebu, R. Hrvatska. Diplomirao je i magistrirao na Ekonomskom fakultetu u Zagrebu. Doktorirao je 2010. godine na Ekonomskom fakultetu u Splitu na temu Dizajniranje modela kapitalnog budžetiranja s ciljem efikasnog izbora investicijskih projekata. Zaposlen je u Hrvatskoj narodnoj banci od 1997. godine, od 2001. godine u direkciji računovodstva kao glavni stručni suradnik. Od 2003. godine zaposlen na Zagrebačkoj školi ekonomije i managementa kao vanjski suradnik, od 1. srpnja 2005. godine kao profesor u stalnom radnom odnosu na pola radnog vremena (druga polovica i dalje u HNB). Predaje na Zagrebačkoj školi ekonomije i managementa predmete Elementarna matematika, Matematika za ekonomiste i managere, Računovodstvo troškova, Računovodstvo za managere i Analiza financijskih izvještaja (MBA). Oženjen je i otac dvoje djece, Luke i Martina.

zagrebačka
škola ekonomije
i managementa
zagreb school
of economics
and management

Stručni studij ekonomije i managementa

U trajanju od četiri godine, 240 ECTS bodova

Online prijave u tijeku na *www.zsem.hr*

Specijalistički diplomski stručni studij, MBA program

U trajanju od jedne godine, 60 ECTS bodova

Smjerovi: Management, Marketing, Financije i bankarstvo, Kvantitativne financije, Računovodstvo i revizija, Financije i računovodstvo, Management informacijskih sustava, Upravljanje ljudskim potencijalima, General MBA program.

Online prijave u tijeku na *www.zsem.hr* i *http://mba.zsem.hr*

Executive Education

Programi cjeloživotnog obrazovanja
Online prijave u tijeku na *www.zsem.hr* i *http://exed.zsem.hr*

Prednosti studiranja na ZŠEM-u:

- Studiranje u Zagrebu sa studentima iz Hrvatske i svijeta
- Moderno opremljen kampus ZŠEM-a smješten u rezidencijalnom dijelu Zagreba
- Radni jezici hrvatski i engleski
- Profesori sa međunarodnim obrazovanjem i iskustvom
- Mogućnost međunarodne razmjene studenata na više od 80 sveučilišta u svijetu
- Mogućnost nastavka MBA i doktorskih studija na uglednim svjetskim sveučilištima
- Dokazana mogućnost zapošljavanja u kompanijama i bankama u Hrvatskoj i svijetu

Students today, leaders tomorrow!
www.zsem.hr

ZSEM MEMBER
AACSB
INTERNATIONAL

PLATINUMINVEST

Dionički fondovi
Platinum Blue Chip (BC)
i Platinum Jugoistočna Europa (JIE)

ZA SIGURNOST

Platinum BC i Platinum JIE fondovi su **među najbolja tri otvorena investicijska dionička fonda** po prinosu ove godine. Dosadašnja iskustva bivših recesija pokazuju da je **zadržavanje pozicija i po mogućnosti dodatno dugoročno ulaganje** često razboritija odluka od odluke o rasprodaji dionica i udjela tijekom kriznih razdoblja. Platinum fondovi u danim okolnostima nastoje **maksimalno očuvati vrijednost uloga i likvidnost**. Time se osigurava bolja početna pozicija za razdoblja prosperiteta kada Platinum fondovi investiraju u kompanije koje stvaraju veću vrijednost od prosjeka tržišta.

(Potpuni tekst nalazi se na **www.platinuminvest.hr**)

OBJAVLJENI NASLOVI

Biblioteka GOSPODARSKA MISAO

Područje - EKONOMIJA

1. Budućnost kapitalizma, L. C. Thurow 1997.
2. Budućnost mreže, C. Martin 2000.
3. Čileansko iskustvo, skupina autora 1996.
4. Država i poljoprivreda u Zapadnoj Europi 1880-1988, III. Izdanje, M. Tracy 1996.
5. Ekonomija, XVIII. Izdanje, P. A. Samuelson, W. D. Nordhaus 2007.
6. Ekonomija u perspektivi: kritička povijest, J. K. Galbraith 1995.
7. Ekonomija za menedžere II. Izdanje, D. Salvatore 1994.
8. Ekonomija za svakoga III. Izdanje, R. L. Heilbroner, L. C. Thurow 1995.
9. Ekonomika i okoliš, E. S. Goodstein 1995.
10. Englesko-hrvatski ekonomski rječnik, A. Babić 2001.
11. e-Poslovanje II. izdanje R. Kalakota, M. Robinson 2002.
12. Gartsideovi modeli poslovnih pisama, S. Taylor 2003.
13. Hrana i poljoprivreda u tržišnom gospodarstvu, M. Tracy 2000.
14. Makroekonomija XV. izmijenjeno i dopunjeno izdanje, M. Babić 2007.
15. Makroekonomija III. Izdanje, O. Blanchard 2005.
16. Matematika za ekonomiste i managere, B. Gruić, I. Jemrić, I. Šutalo, H. Volarević 2006.
17. Međunarodna ekonomija VI. dopunjeno i izmijenjeno izdanje, M. Babić, A. Babić 2003.
18. Međunarodna ekonomija VII. Izdanje, P. R. Krugman, M. Obstfeld 2009.
19. Mikroekonomija V. izdanje, R. Pindyck 2005.
20. Mikroekonomska analiza V. izdanje, M. Babić 2000.
21. Moderna mikroekonomika II. Izdanje, A. Koutsoyiannis 1997.
22. O slobodnom tržištu - Klasični eseji, L. von Mises i F. A. Hayek 1998.
23. Odnosi s javnošću, S. M. Cutlip, A. H. Center, G. M. Broom 2004.
24. Osnove ekonomije, G. Mankiw 2006.
25. Osnovne metode matematičke ekonomije III. Izdanje, A. C. Chiang 1994.
26. Počela ekonometrije II. Izdanje, J. Kmenta 1997.
27. Počela ekonomske politike; Vrijednosti i tehnike, N. Acocella 2005.
28. Počela političke ekonomije, dr. B. Lorković 1996.
29. Povijest ekonomske teorije i metode III. Izdanje, R. B. Ekelund, R. F. Herbert 1998.
30. Premještanje usluga, R. E. Kennedy, A. Sharma, 2010.
31. Primijenjena matematika za poslovanje, ekonomiju, znanosti o živom svijetu i humanističke znanosti VIII. Izdanje, R. Barnett, M. Ziegler, K. Byleen 2006.
32. Razumijevanje Vaše ekonomija, II. Izdanje, M. L. McLean 2009.
33. Stanovništvo i razvoj, A. Wertheimer-Baletić 1999.
34. Suvremena ekonomija rada III. Izdanje, C. R. McConell, S. L. Brue 1994.
35. Statistika za poslovanje i ekonomiju, Newbold, Carlson, Thorne, VI. izdanje 2010.
36. Temelji ekonomske analize prava, S. Shavell 2009.
37. Vodstvo, E. Chapman, S. O, Neill 2003.
38. Vrednovanje marke, D. Predovic 2007.

Područje - MENADŽMENT

1. Budućnost menadžmenta, G. Hamel 2009.
2. Event management- Upravljanje događanjima, Za turistička, poslovna i sportska događanja, L. Van Der Wagen, B. R. Carlos 2008.
3. Herojsko vodstvo C. Lowney, 2005.

4. Izazovi menadžmenta u XXI. Stoljeću, E. G. C. Collins, M. A. Devanna 2002.
5. Menadžment komercijalnih banaka, P.S. Rose 2005.
6. Menadžment ljudskih potencijala III. Izdanje, Noe, Hollenbeck, Gerhart, Wright 2006.
7. Menedžment X. izdanje, H. Koontz, H. Weihrich 1994.
8. Menedžment malog poduzeća V. izdanje, N. C. Siropolis 1995.
9. Moderni menadžment X. izdanje S. C. Certo/ S. T. Certo 2008.
10. Planiranje i analiza kvalitete III. Izdanje, J. M. Juran, F. Gryna 1999.
11. PMI Combined Standards Glossary II. izdanje, lokalizirana verzija, PMI ogranak Hrvatska Zagreb 2007.
13. Rukovođenje na višoj razini, Ken Blanchard, 2010.
14. Strateški menadžment; U potrazi za konkurentskom prednošću XIV. Izdanje, A. Thompson, A. J. Strickland, J. Gamble 2006.
15. Strateški menadžment; U potrazi za konkurentskom prednošću, Teorija i Slučajevi iz prakse XIV. cjelovito izdanje, A. Thompson, A. J. Strickland, J. Gamble 2008.
16. Strateški menedžment III. izdanje R. D. Stacey 1999.
17. Upravljanje pomoću misija, P. Cardona, C. Rey, 2010.
18. Upravljanje proizvodnjom, IV. Izdanje, R. G. Schroederm 1999.
19. Vodstvo: teorija i praksa, IV. izdanje, Peter G. Nordhouse, 2010.

Područje – MENADŽMENT U 21. STOLJEĆU

1. Afrika u usponu, V. Mahajan, R. E. Gunther, 2010.
2. Financije za strateško odlučivanje, M. P. Narayanan, 2007.
3. Gung Ho! Sve za tvrtku, tvrtku nizašto!, K. Blanchard, S. Bowles, 2009.
4. IT u primjeni, D. G. Severance, J. Passino, 2009.
5. Kako do rezultata, C. O. Longenecker, 2007.
6. Kako postati bolji stvaralac vrijednosti, A. V. Thakor, 2006.
7. Korporacijski odbori koji stvaraju vrijednost, J. Carver, C. Oliver, 2004.
8. Logistika, D. I. Bloomberg, S. LeMay, J. B. Hanna, 2006.
9. Na vatrenoj liniji, J. Weissman, 2007.
10. Natjecanje u uslužnoj ekonomiji, A. Gustafsson, M. Johnson, 2006.
11. Nova globalna pozornica; Izazovi i prilike u svijetu bez granica, K. Ohmae, 2007.
12. Prezentacijom do uspjeha, J. Weissman, 2006.
13. Putem svile do bogatstva, Y. G. Mostrous, E. H. Gue, I. D. Martchev, 2009.
14. Rastegni se! Kako velike kompanije mogu rasti u dobrim i lošim vremenima, G. K. Deans, F. Kroeger, 2009.
15. Reinženjering tvrtke, Hammer, Champy, 2005.
16. Rješenje potpune naknade, J. E. Tropman, 2004.
17. Rješenje za 86 posto; Kako uspjeti s najvećom tržišnom prilikom u idućih 50 godina, V. Mahajan, K. Banga, 2007.
18. Socijalnim kapitalom do uspjeha, W. Baker, 2004.
19. Strateško vođenje intervjua, R. Camp, M. E. Vielhaber, J. L. Simonetti, 2007.
20. Stvaranje multikulturalne organizacije, T. Cox Jr., 2004.
21. Što je Šest sigma?, P. Pande, L. Holpp, 2006.
22. Trening za postizanje učinkovitosti, J. Whitmore, 2006.

Lektura
Zrinka Kuić, dipl. komp. knjiž.

Korektura
Iva Čupić, prof.

Grafičko oblikovanje
MATE d.o.o.

Tisak
travanj 2011.